DE GRUYTER

Archimedes

ARCHIMEDIS OPERA OMNIA

Johan Ludvig Heiberg (Ed.)

VOLUMEN II

BIBLIOTHECA SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM TEUBNERIANA (BT)

DE G

BIBLIOTHECA
SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM
TEUBNERIANA

ARCHIMEDIS
OPERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCII

ITERUM EDIDIT

J. L. HEIBERG
PROFESSOR HAUNIENSIS

VOLUMEN II





ARCHIMEDIS

OPERA OMNIA

CVM COMMENTARIIS EVTOCII

ITERVM EDIDIT

IOHAN LVDVIG HEIBERG

CORRIGENDA ADIECIT

EVANGELOS S. STAMATIS

VOL. II

EDITIO STEREOTYPA EDITIONIS

ANNI MCMXIII



STVTGARDIAE IN AEDIBVS B. G. TEVBNERI MCMLXXII

ISBN 3-519-01063-1

Printed in Germany
Druck: Julius Beltz, Weinheim a. d. B.

PRAEFATIO.

In hoc quoque uolumine codices habui hosce:

A = cod. Georgii Vallae, restitutus ex
- D = cod. Laurent. XXVIII 4 s. XV
- E = cod. Marcian. 305 s. XV
- G = cod. Paris. 2360 s. XVI
- H = cod. Paris. 2361 scr. a. 1544

B = cod. Ottobon. lat. 1850 s. XIII Guilelmi di Moerbeka
- 𝕭 eiusdem codicis pars ex alio cod. Graeco desumpta
- B[2] eiusdem codicis corrector s. XV—XVI

C = cod. rescriptus Metochii Constantinopolitani S. Sepulchri monasterii Hierosolymitani 355 s. X.

raro commemoraui F = cod. Paris. 2359 s. XVI
J = cod. Paris. 2362 s. XVI.

in libello, qui inscribitur De mechanicis propositionibus ad Eratosthenem methodus, quidquid ab editione principe anni 1907 uel discrepat uel ad eam adcessit, nouis studiis debetur, quae a. 1908 codici impendere mihi licuit, nec ad plura expiscanda mei quidem oculi sufficiunt. ex nouis lectionibus nonnullas edidi in uolumine, quod inscribitur Festskrift til H. G. Zeuthen (Hauniae 1909) p. 63 sqq. in lacunis explendis et consilia Hieronymi Zeuthen secutus sum et interpretationem Theodori Reinach consului (Archimède Des Théorèmes mécaniques ou de la méthode, Paris 1907 = Revue générale des sciences 1907, 30. Nov. et 15. Dec.). interpretationem Germanicam dedi Biblioth. mathem.[3] VII p. 321 sqq. cum commentario Hieronymi Zeuthen. Anglica edita est cum praefatione Davidi E. Smith Chicago 1909 (= The Monist XIX p. 202 sqq.) et nuper a Thoma L. Heath (The method of Archimedes, Cambridge 1912).

e codice C nunc primum prodit fragmentum Stomachii Graecum, cui propositionem ab Henrico Suter e duobus codd. Arabicis editam adiunxi (u. p. 420 not.), et textus Graecus librorum De corporibus fluitantibus, qui nostri codicis ope multis locis emendatior euadit, quam quales libros illos praeclaros praebebat interpretatio Guilelmi de Moerbeka. quae cum codicis Graeci instar sit, scripturas eius a C discrepantes in apparatu critico dedi et, ubicunque lectio codicis C incerta est, eam ad restitutionem confirmandam adtuli, ubi C prorsus deest, interpretationem solam in textum recepi *litteris inclinatis* codicem 𝔅 adcurate secutus, nisi quod orthographica quaedam mutaui (uelut *ae* reposui pro *ē*). figuras e 𝔅 sumpsi, cum in C uix dignoscantur. litterae earum Graecis sic respondent

ABCDEFGHIKLMNOPQRSTUVXYZ
ΑΒΤΔΕΦΓΗΙΚΛΜΝΟΠΧΡΣΘ - - ΞΥΖ;

praeterea Guilelmus in suo codice habuit litteras Ψ, ω, ς, ϙ, ϡ saepe deformatas (cfr. praeterea p. 394, 18; 412, 10 apparat.). in primis tenendum, T in figuris esse Θ, C uero *T*, quod interdum molestias adfert, uelut p. 389 not.[1])

interpretationem Guilelmi libri prioris primus edidit N. Tartalea (Opera Archimedis Syracusani, Venet. 1543), cuius editionem libro altero adiuncto repetiuit Troianus Curtius (Venet. 1565). utrumque librum de suo emendatos et expolitos edidit F. Commandinus (Bonon. 1565). de interpretatione Arabica u. H. Zotenberg, Journal Asiatique 1879 p. 509 sqq. et E. Wiedemann, Sitzungsber. d. physikal.-medizin. Sozietät in Erlangen XXXVIII (1906) p. 152 sqq. restitutionem Graecam libri prioris olim tentaui Mélanges Graux (Paris 1884) p. 689 sqq. simile conamen uiri docti Itali ad finem non perductum edidit Angelus Mai, Classici auctores I p. 427—30. quod fragmentum, quamquam de origine eius, quam iamdudum suspicatus eram (Oversigt over

---

1) p. 404—5 apud Commandinum litterae *n*, *m* respondent litteris meis *H*, *T*.

d. kgl. danske Vidensk. Selskabs Forhandl. 1884 p. 25 sqq.), nunc constat (contra Fridericum Hultsch, Pauly-Wissowa II p. 530), infra appendicis loco repetendum esse duxi, ne quid deesset.

quibus subsidiis in Epigrammate et in Lemmatis edendis usus sim, suis locis indicabo.

errores deprehendi hosce.

I p. 362, 3 in apparatu: *Torellius*] scribendum *Basil.*

I p. 440, 22 *ἐγγεγραμμένον* habet *Basil.*, sed errore typographorum; nam lin. 21 *τοῦ* praebet.

II p. 16, 24 *ἧ*] scribendum *ἅ*

II p. 28, 30 *τὸν*] „ *τὰν*

II p. 77, 29 in apparatu: apd.] scrib. add.

II p. 334, 1 in *ἔχει* spiritus et accentus perierunt.

praeterea ad *Περὶ ὀχουμ.* I, 2 adscribendum: cfr. Strabo I p. 54 *τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι σφαίρας ταὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ.* Vitruuius VIII, 6, 3 fortasse qui Archimedis libros legit, dicet, non posse fieri ueram ex aqua librationem, quod ei placet, aquam non esse libratam, sed sphaeroides habere schema et ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum.

Scr. Hauniae mense Octobri MDCCCCXII.

J. L. HEIBERG.

Fragmentum ab Angelo Mai editum

(u. supra p. V).

Περὶ τῶν ὕδατι ἐφισταμένων [ἢ περὶ τῶν ὀχουμένων].

Αἴτημα α′.

Ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν τοιάνδε τινὰ φύσιν ἔχον, ὥστε τῶν μερῶν αὐτοῦ ἐξ ἴσου κειμένων καὶ ὠθεῖσθαι συνεχῶν ὄντων ἐλαύνεσθαι τὸ ἧττον ὠθούμενον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον ὠθουμένου· καὶ πάντων αὐτοῦ μερῶν ὠθεῖσθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ ὑπεράνω αὐτοῦ ὄντος κατὰ κάθετον, ἐὰν τὸ ὑγρὸν ᾖ καταβαῖνον ἔν τινι καὶ ὑπό τινος ἑτέρου πιεζόμενον.

Θεώρημα πρῶτον.

Ἐὰν ἐπιφάνειά τις ἐπιπέδῳ τμηθῇ διά τινος ἀεὶ σημείου, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ ἀεὶ περιφέρεια ᾖ ἔχουσα κέντρον τὸ προειρημένον σημεῖον, σφαίρας ἐστὶν ἐπιφάνεια.

τετμήσθω γὰρ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ α′ σημείου, καὶ ἀεὶ ἡ κοινὴ τομὴ ἔστω κύκλου περιφέρεια. λέγω, ὅτι σφαίρας ἐπιφάνειά ἐστιν, ἧς κέντρον τὸ α′.

---

a = cod. Vatic. Gr. 1316 s. XVI. *b* = cod. Vatic. Gr. 1347 (olim Fuluii Ursini), ex *a* descriptus, s. XVI.

---

1 ἢ — 2 ὀχουμένων] *b*, om. *a*. 6 ὠθούμενον] om. *b*. τοὺς μᾶλλον ὠθουμένους *a b*, corr. a^2. 9 ᾖ] ἦν *a*. 15 α′] πρῶτον *b*; et sic etiam infra.

εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ α΄ ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν ἄνισοι. ἔστωσαν αἱ αβ΄, αγ΄· τὰ ἄρα β΄, γ΄ σημεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ. τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ διὰ τῶν β΄, γ΄, α΄ σημείων· κύκλου δὴ ποιήσει περιφέρειαν ᾧ ὑποκείμενον, οὗ κέντρον τὸ α΄· ἴσαι ἄρα αἱ αβ΄, αγ΄. ἀλλὰ καὶ ἄνισοι· ὅπερ ἀδύνατον. σφαίρας ἄρα ἐστὶν ἐπιφάνεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β΄.

Παντὸς ὕδατος ἡσυχάζοντος ὥστε ἀκίνητον μένειν ἡ ἐπιφάνεια σφαιροειδὴς ἔσται ἔχουσα τὸ αὐτὸ τῇ γῇ κέντρον.

γ΄.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ ἰσομεγέθη καὶ ὑποβαρῆ τῷ ὑγρῷ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν βαπτισθήσονται, ὥστε τὴν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν μὴ ὑπερβάλλειν, καὶ οὐκέτι οἰσθήσεται εἰς τὰ κατωτέρω.

δ΄.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα, ἐὰν εἰς ὑγρὸν καθιῶνται, οὐχ ὅλα βαπτισθήσεται, ἀλλ' ἔσται τι αὐτῶν καὶ ἔξω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

ε΄.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα εἰς τὸ ὑγρὸν καθειμένα ἐπὶ τοσοῦτον βαπτισθήσεται, ἐφ' ὅσον τοσοῦτον τοῦ ὑγροῦ ὄγκον, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ βαπτισθέντος μέρους, ἰσοβαρεῖ εἶναι τῷ ὅλῳ μεγέθει.

---

5 ᾧ] ὡς? **13** *ἰσοβαρῆ?* **15** *ἐπιβάλλειν a.* **25** *ἰσοβαρῆ?*

ϛ'.

Τὰ στερεὰ ὑγροῦ κουφότερα βίᾳ εἰς τὸ ὑγρὸν πιεσθέντα ἐπανιστάμενα φέρονται ἐπὶ τὰ ἄνω τοσαύτῃ δυνάμει, ὅσῳ τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ μέγεθει βαρύτερόν ἐστι τοῦ μεγέθους.

ζ'.

Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ στερεὰ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν οἰσθήσεται κάτω, ἕως οὗ καταβαίνωσι, καὶ ἔσται τοσούτῳ κουφότερα ἐν τῷ ὑγρῷ, ὅσον ἔχει τὸ βάρος τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ στερεῷ μεγέθει.

Λῆμμα ἢ ὑπόθεσις.

Ὑποκείσθω τῶν ἐν ὑγρῷ ἄνω φερομένων ἕκαστον ἄνω φέρεσθαι κατὰ κάθετον, ἥτις ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους αὐτῶν ἐκβάλλεται.

Θεώρημα η'.

Ἐὰν στερεῶν τι μέγεθος ἔχον σχῆμα τμήματος σφαίρας εἰς τὸ ὑγρὸν καθιῆται, ὥστε τὴν βάσιν τοῦ τμήματος μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τὸ σχῆμα ἐπισταθήσεται ὀρθόν, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ τμήματος κατὰ κάθετον εἶναι. καὶ . . . .

---

14 *βάρεος ab*, corr. *a*[2]. 16 *στερεόν*? 20 *καὶ* om. *b*.

De dialecto Archimedis.

Quae de formis Doricis apud Archimedem seruatis composui NJS. XIII p. 543—566, hic repetere nolo; ex indice enim uerborum, quem tertio uolumini adiungam, commode peti poterunt. sed quoniam discrepantias codicum ad dialectum solam pertinentes in adnotatione critica omisi, hic eos locos indicabo, ubi inuitis codicibus Doricam dialectum restitui (in locis interpolatis nihil mutaui).

1) De conoidibus et sphaeroidibus.

ἁ] ἡ A I p. 318, 13; 326, 22, 25.
τάν] τήν A I p. 352, 14; 358, 28 (pr.); 388, 7 (pr.); τὴν αὐτήν p. 358, 13 (p. 386, 4 τάν EG, τήν DH).
τᾷ] τῇ A I p. 258, 23; 276, 16; 278, 13. ταύτῃ p. 294, 2.
τᾶς] τῆς A I p. 282, 8; 288, 12 (alt.); 366, 11 (utr.); 444, 10.
κορυφή I p. 248, 26. ἴση p. 366, 14. ἑκάστης p. 344, 2.
φαμί] φημί A I p. 372, 21.
ἀλλαλ-] ἀλληλ- A I p. 266, 2; 334, 3; 362, 20; 378, 16 (alt.) (semper παραλληλ- praeter I p. 330, 8).
παραμήκεα I p. 246, 14.
τμᾶμα] τμῆμα A I p. 248, 3; 250, 11; 252, 6; 254, 2; 256, 4; 274, 17, 18, 19, 21; 336, 11; 354, 27; 356, 9; 358, 9, 10, 13, 16, 20, 23, 26; 362, 2, 4, 5, 11 (utr.), 19, 21; 364, 4, 5, 6, 7; 366, 2, 3, 4, 7, 10, 20, 22; 370, 12, 13, 15 (utr.), 16, 17, 19, 21, 25; 372, 5, 10 (utr.), 12, 16, 25, 28; 374, 9; 380, 12, 18, 19; 382, 20, 25, 27; 384, 3, 6, 8; 386, 2 sqq. usque ad finem libri praeter p. 392, 21; 414, 15; 430, 1, 2; 440, 9 (p. 358, 19 τμήματι D, τμάματι EGH; p. 432, 27; 434, 3 η retinendum fuit in locis interpolatis).
ἀπότμαμα] ἀπότμημα A I p. 358, 8, 11, 15, 16 sqq. usque ad finem libri praeter p. 364, 11; 366, 12.
(ἀπο)τμαθ-] (ἀπο)τμηθ- A I p. 254, 23, 27; 256, 11; 258, 19; 260, 4; 270, 26; 306, 8, 21, 25; 308, 3, 7, 13 sqq. usque ad finem libri praeter p. 346, 2; 354, 23.
(ἀπο)τετμα-] (ἀπο)τετμη- A semper (retinui τέτμηνται p. 278, 6; τετμήσεται p. 310, 13; 314, 6).
(ἀπο)τετμακ-] (ἀπο)τετμηκ- A semper.
-ᾶν] -ῶν A τῶν I p. 286, 6; 294, 24; 298, 1, 21; 314, 13; 318, 3 (prim.), 16, 26; 350, 12; 368, 16; 404, 15; 434, 16 (alt.); 442, 16. ἀλλάλων p. 268, 23; τῶν ἐπιφανειῶν p. 270, 20; ἀγομένων p. 314, 19; τῶν ἀχ-

θεισᾶν p. 326, 4; εὐθειᾶν p. 350, 13; αὐτᾶν p. 376, 5.
-ιας] -εις A I p. 246, 3; 254, 16; 258, 17; cfr. p. 350, 18.
-ιος] -εως A I p. 350, 11; 352, 28.
-ίων] -εων A I p. 254, 18, 19, 20; 336, 28; 342, 21.
-έα] ἰσοσκελῆ A I p. 248, 26. μέρους me inuito relictum est p. 332, 12.[1])
-εσσι] -εσι A I p. 254, 6; 259, 8 (D solus p. 272, 3; 404, 4; cfr. p. 422, 13 adn. crit.; p. 422, 22 γνωμόνεσ͂ι D, -εσσι cett.; p. 318, 23 σχημάτεσσιν GH, σχημάτεσιν D, σχήμασιν E). τμήμασι p. 396, 12. πᾶσι p. 318, 23; 338, 18.
τοι] σοι A I p. 258, 18.
(δι)άχθ-] (δι)ήχθ- A I p. 310, 6; 372, 29; 388, 5 (p. 314, 18 D solus). in augmento uerborum ἀφαιρεῖσθαι et διαιρεῖν A secutus sum.
ἀντιπεπόνθωντι] ἀντιπεπόνθασι A I p. 258, 10 (indicatiuum ἀντιπεπόνθασι reliqui p. 258, 7).
ἐντί] εἰσιν A I p. 312, 11; 338, 18. ἐσσεῖται] ἔσται A I p. 340, 29; 408, 9 et compendio scriptum p. 294, 6; 354, 24. ἔσονται p. 260, 5. εἶναι compendio scriptum p. 410, 17. ὤν p. 346, 10; οὖσα p. 286, 17; 300, 18.
-μες] -μεν A I p. 258, 18.
ποτί] πρός compendio scriptum A I p. 256, 9; 314, 14; 324, 7 (πρός omnibus litteris E). p. 444, 11 D solus, ποτί cett.; p. 328, 7; 360, 19; 366, 11, 12 (utr.); 412, 17; 434, 23 compendium DG, ποτί EH.

2) De lineis spiralibus.[2])

ἁ] ἡ A II p. 6, 11; 20, 4; 24, 25; 26, 5, 6, 8 (utr.), 10, 11; 28, 19, 21 (pr.), 22 (utr.), 23; 48, 27, 29; 56, 26; 60, 28, 29; 74, 23 (pr.); 112, 23. p. 16, 24 errore relictum est ἡ (AC); p. 28, 24 (utr.), 25 (utr.), 26; 48, 25 ἁ seruauit C (ἡ A), p. 48, 26 CE.
τάν] τήν A II p. 2, 12; 4, 7; 6, 9, 15, 25; 28, 12; 50, 11; 64, 30; 76, 30; 80, 30; 84, 14. p. 48, 27 τάν CEG, τήν DH; 30, 14 τάν A, τήν C.[3])
τᾷ] τῇ A II p. 22, 2; 24, 25; 28, 11; 54, 22. p. 30, 14 τᾷ A, τῇ C.
τᾶς] τῆς A II p. 24, 4 (utr.); 28, 4, 8; 30, 28; 34, 16; 50, 6; 52, 2, 3, 5; 110, 23; 114, 6; 118, 6. p. 36, 3 τᾶς CE, τῆς DGH; 36, 21 τᾶς C, τῆς A; 48, 29 τᾶς (pr.) C, τῆς A. p. 24, 16 τᾶς E, e corr. G, τῆς τᾶς DH.
ὑπεροχή II p. 112, 24. κορυφή p. 6, 30. αὕτη p. 28, 4. λοιπή

1) In formis uariis adiectiui ἥμισυς A secutus sum, nisi quod apertos errores correxi ut p. 404, 13; 406, 13. ἡμίσεος pro ἡμίσεως restitui p. 336, 20; 342, 11. ἡμίσους reliqui cum A p. 336, 4, sed p. 408, 16 ἡμίσεος scripsi cum E. ἡμιόλιος seruaui cum A, qui uno solo loco (p. 408, 22) ἁμιόλιος praebet.

2) Ubi nihil adnotatum est, cod. C, si adest, cum codice A consentit.

3) Item, ut uidetur, p. 28, 30 (τὸν error est).

p. 26, 11; 60, 29. ἴση p. 68, 2; 74, 26. ὀρθή p. 56, 25, 26; 58, 13, 28 (utr.). περιεχομένη p. 60, 28. p. 28, 24 λοιπά C, λοιπή A; 16, 24 συγκειμένα C, συγκειμένη A; 48, 26 περιεχομένα CE, περιεχομένη A. ἑκάστην p. 14, 3. ἴσην p. 28, 11. ὀρθήν p. 76, 30; 82, 1. p. 28, 24 λοιπάν C, λοιπήν A. — πρώτη p. 54, 22. — τομῆς p. 6, 25. αὐτῆς p. 4, 14. ἐλαχίστης p. 36, 21. δοθείσης p. 4, 5. ἐπιψαυούσης p. 18, 13. p. 36, 3 μεγίστας CE, μεγίστης DGH.
φημί II p. 10, 2 (φαμί E).
ὥρμησεν II p. 8, 25 (ὥρμασεν G).
τριτημορίου II p. 116, 20 DE (τριταμορίου GH); τριτημόρια p. 118, 1 DEH (τριταμόρια G).
ἀλληλ- II p. 24, 29; 28, 10; 38, 10; 76, 29; 80, 29; 98, 17; 104, 20, 24. p. 110, 30 ἄλληλα A, ἄλλαλα C; 92, 29 ἀλλάλαις C.
τμᾶμα] τμῆμα semper A. τμα- seruauit C p. 18, 4.[1])
(ἀπο)τμαθ-] (ἀπα)τμηθ- A semper praeter II p. 6, 29. τετμήσθω p. 48, 26 A, τετμάσθω C.
-λαφθ-] -ληφθ- II p. 22, 18; 24, 13, 15; 26, 16 A, p. 28, 29 AC, sed ubique α seruatum in G; p. 10, 25 περιληφθέν DH, περιλαφθέν EG.
σαμεῖον] σημεῖον A praeter II p. 14, 25; 16, 2, 5; 116, 8. praeterea α seruauit C p. 48, 21, 24, 27; 50, 3.
-ᾶν] -ῶν A τῶν II p. 16, 24; 26, 2 (pr.); 28, 14, 15, 16, 17 (utr.), 18, 20 (utr.); 30, 27 (utr.), 28; 32, 1, 17, 18, 19; 48, 26; 58, 14; 82, 5; 100, 4; 112, 9, 20, 21, 25, 26; 114, 3 (utr.), 4, 5 (utr.). p. 24, 31; 26, 2 (alt.); 56, 23; 68, 17; 118, 12 τᾶν habet E solus, p. 32, 10; 34, 3, 11 C solus, p. 108, 4 C et e corr. G, p. 42, 12 G solus. τῶν γραμμῶν p. 12, 24; τῶν λοιπῶν p. 34, 20; τῶν εἰρημένων γραμμῶν p. 102, 10. πασῶν p. 16, 24 et p. 88, 13, sed hoc loco πασᾶν CE. ὧν p. 88, 8; 90, 14; 94, 25; 98, 14; 104, 18; 106, 31; p. 34, 7 ὧν A, ἆν C. p. 108, 10 ὑπερεχουσᾶν A, ὑπερεχουσῶν C.
-ιας] -εις A II p. 2, 3, 7; 4, 2, 28; 8, 13; 12, 3.
-εα] -η A II p. 40, 9, 19. -εος] -ους p. 112, 24.
-εες] -εις A II p. 78, 31; p. 104, 23 τομέες G solus, p. 108, 6 CEG, τομεῖς DH. τομεῦσι A p. 98, 26; 106, 1. p. 116, 8 διαστήματι EG, διαστήμασι DH.
τοι] σοι A II p. 8, 17.
διαχθ-] διηχθ- A II p. 26, 30; 104, 13.
-έωντι] λαφθῶντι A II p. 116, 5; ἐπιζευχθῶσιν p. 116, 6.
-οντι] ἔχουσι A II p. 60, 23; 70, 16. τέμνουσι p. 84, 14. p. 48, 29 περιέχοντι E, περιέχουσι(ν) AC; 62, 20 περιέχοντι C, περιέχουσιν A. ἕξουσι A p. 44, 15. cfr. p. 24, 6.
ἐντι] εἰσιν A II p. 28, 9. p. 88, 18 ἐντί A, εἰσί comp. C; p. 36, 5 ἐντι C, ἐστιν A. ἐσσεῖται] ἔσται comp. A p. 16, 25; 28, 2;

1) Formas διαστάματι p. 56, 8; 72, 8; 84, 8; σχᾶμα p. 78, 24; 80, 14; 82, 7 (σχάματος), 12, 20; 84, 1, 3; 90, 4, 9; 92, 3; 94, 14, 15, 18, 20; 96, 17; 100, 3; 104, 6, 8, 11; 106, 5 solus habet C; cfr. ad p. 89, 27. p. 68, 27 ἀμίσεια C solus.

78, 22; 84, 10; 106, 11. p. 18, 4 ἐσσεῖται G, ἔσται comp. A. ἔσται C p. 16, 25; 78, 22; 84, 10; 106, 11 et solus p. 82, 8. ἐών] ὤν AC II p. 104, 1. οὖσα AC p. 16, 21; 20, 31; 68, 17.[1]) εἶμεν] εἶναι comp. A II p. 28, 18; 80, 11. εἶναι C p. 80, 11 et comp. solus p. 80, 13. θέμεν] θεῖναι A p. 28, 12.
-μες] -μεν A II p. 2, 7; 8, 17. ἐπιδείξομεν p. 32, 12; δείξομεν p. 43, 13. — ἐκόμισεν A p. 4, 28.
ποτί] πρός comp. A II p. 6, 3, 9; 16, 15 (pr.); 20, 30; 22, 6 (alt.), 30; 24, 1 (utr.), 2, 5 (utr.), 6 (pr.), 23 (utr.), 24, 26; 26, 1, 2 (utr.), 6, 7, 8, 9 (utr.), 11, 12; 28, 15, 16, 18, 19 (utr.), 20, 21 (utr.), 22 (utr.), 23 (utr.), 24 (utr.), 25, 26 (utr.); 52, 27; 60, 2; 62, 18; 64, 2, 5, 15; 66, 7, 14, 15; 74, 6, 17, 19, 20, 21, 23 (utr.); 76, 28; 80, 29; 88, 5; 92, 29; 94, 2, 6, 7 (utr.); 96, 25; 98, 11; 100, 4, 6; 102, 27 (pr.); 108, 14; 110, 10 (pr.), 13, 31; 112, 26; 114, 16; 120, 2. sed omnibus his locis praeter p. 112, 26; 120, 2 in H est ποτί (etiam ubi scribendum ποτ'), et E quoque ποτί habet exceptis his locis: p. 22, 6 (alt.); 24, 1 (pr.); 26, 8, 12; 28, 18, 19 (alt.), 20, 21 (alt.), 22 (utr.), 23 (pr.), 26 (alt.); 52, 27; 100, 6; 102, 27 (pr.); 110, 13; 112, 26; 120, 2; ad EH accedit G p. 24, 26 (utr.); 26, 1, 2 (utr.), qui ceteris locis πρός habet. in C eadem est inconstantia; plerumque ρ͡ praebet, ubi in A compendium est, raro πρός (p. 98, 11; 102, 27 pr.; 112, 26); sed interdum ποτί seruauit (cum EH), ut p. 28, 24 (alt.), 25, 26 (pr.); 60, 2; 74, 21; 94, 7 (utr.); 96, 25; 110, 10 (pr.), cum H solo p. 22, 11 (comp. D, πρὸς EG); 28, 26 (alt.). at p. 92, 16 solus compendium habet (ποτί A). p. 10, 2 προσαχθεισᾶν A.
ἄν] AC p. 94, 22; 98, 11; 104, 15. p. 78, 11 κα corruptum in καν AC; p. 90, 11 κα in C seruatum (ἄν κα), in A in ἄν mutatum. p. 54, 10 pro εἴ κα in C irrepsit ἤν.

3) De planorum aequilibriis I.

τήν II p. 138, 17 (τῆς in loco interpolato p. 128, 23).
ἴση p. 146, 26. αὐτῆς p. 158, 26.
ἀλληλ- p. 124, 14, 15; 136, 7, 8; 142, 8, 9; 144, 9 bis, 10; 146, 4; 158, 24.
τετμήσθω p. 128, 18. ἀπειλήφθω p. 144, 14.
σημεῖον p. 130, 12.
-ᾶν] τῶν p. 132, 25; 134, 3; 140, 21; 142, 3; 152, 4, 5, 14, 18; 158, 9, 18, 25, 27, 31. τομῶν p. 152, 5; γωνιῶν p. 158, 10.

---

1) προαγεύμενος, quod praebet C p. 56, 10, 19; 58, 25; 62, 5; 72, 16; 78, 9, 21; 84, 17, non recepi, quamquam p. 72, 16 etiam in A exstat et inde p. 78, 9, 21 in G irrepsit. προαγούμενος seruatum est in A p. 56, 19; 58, 25; 62, 5; 84, 17, in AC p. 50, 16, in C(G) p. 54, 27; in προαγόμενος corruptum p. 46, 14; 54, 27; 56, 10; 78, 9, 21 (correxit G).

-ιας] -εις p. 142, 4 διαιρέσεις.
-εα] -η p. 134, 4 ἡμίση; 134, 17 ἰσομεγέθη.
-εος] -ους p. 140, 15; 142, 17 βάρους; p. 128, 14, 20; 140, 15 μεγέθους.
-έων] -ῶν p. 128, 15, 19 (et in loco interpolato p. 128, 21) μεγεθῶν; p. 136, 12 μεγεθέων G solus.
τμάμασιν p. 134, 18. οὖσιν p. 134, 19.
ποιῶντι pro ποιέοντι p. 124, 19; 156, 17. ποιοῦσι in loco interpolato p. 146, 10. ἰσορροποῦντι p. 126, 12.[1])
ἐντί] εἰσι comp. p. 136, 12; 150, 2, 7. ἐσσεῖται] ἔσται comp. p. 124, 17; 134, 18; 136, 5 (alt.), 6; 140, 11, 22; 142, 15; 152, 3; 160, 6, 9, 13. p. 128, 14 omnibus litteris EGH, sed οὖν D; in A igitur comp. fuit. p. 152, 12 in ἔστω corrigendum.
ἐών] ὄν p. 134, 14. οὖσι p. 134, 19.
εἶμεν] εἶναι comp. p. 126, 2; 134, 25; 138, 3; 152, 17; 156, 7 (in loco interpolato p. 154, 5).
-μες] -μεν, p. 124, 17 λέγομεν (et in loco interpolato p. 146, 8).
ποτί] πρός comp A (in H semper ποτί, in D comp., in EG πρός) p. 132, 17, 18; 134, 5 ter, 6, 7, 8, 10 bis, 11 bis, 12 bis; 138, 5, 17, 19; 146, 5, 13 bis, 14; 148, 12 bis, 13, 19, 20, 22; 150, 1, 3, 4, 5 bis, 6 bis; 152, 16; 154, 1 (hinc etiam in E ποτί), 2 bis, 3, 4, 5 (ποτί H solus), 6, 7, 8, 9, 10, 11; 156, 16, 23, 24 bis, 25, 27 bis; 158, 30; 162, 2, 3 bis, 4, 5 bis, 6 bis, 7, 8, et in locis interpolatis p. 146, 11, 15, 25.
ἄν = εἴ κα p. 134, 19. κἄν p. 134, 26.

4) De planorum aequilibriis II.

ἡ p. 184, 8 (p. 202, 10 C); prop. X p. (206, 3 pr. C); 206, 3 alt., 12 pr. (206, 12 alt. C); 210, 11, 12 bis (alt. loco ἁ E), 14, 15 (ἁ E), 17, 18 (ἁ E), 22 pr. (C, om. A), 22 alt. (ἁ E), 28, 29 (ἁ E), 30 (ἁ E); 212, 4 (ἁ E), 5 (ἁ E), 12 (ἁ E), 14, 15, 16 (ἁ E), 17 (ἁ E), 19 (ἁ E). ᾗ p. 176, 10. ἥτις prop. X p. 212, 17.
τήν p. 186, 12 (τάν G); prop. X p. 206, 6, 9; 208, 12 (τάν EG), 14 (τάν EG), 16 (τάν EG), 22; 210, 4, 6, 9, 13, 16, 20, 24; 212, 1, 4, 16 (his locis omnibus τάν E).
τῇ prop. X p. 206, 11 C; 208, 24 (cfr. p. 208, 25, ubi τᾶς E; p. 210, 1).
τῆς p. 182, 11; prop. X p. 204, 20 (τᾶς E); 206, 8 (11 C); 208, 16 pr. (τᾶς EG); 208, 16 alt. (om. EG), 22 (τᾶς E), 24, 25 bis; 210, 2 ter, 7 pr., 8 alt.,[2]) 9 bis, 10 bis, 15, 16, 17, 19, 20 bis, 21, 23, 24 bis, 25 ter, 26 bis, 29 bis, 30 bis, 31 bis; 212, 1 bis, 2, 3, 5, 6, 9, 12 bis, 17. inde a p. 208, 25 omnibus locis τᾶς E.
κορυφῆς p. 182, 11 (-ᾶς E). ἀρχικῆ prop. X p. 206, 8.
τομῆς prop. X p. 206, 8 (11 C).
αὐτήν prop. X p. 206, 10; 212,

1) ἐφαρμόζει pro ἐφαρμόξει p. 144, 17.
2) P. 210, 7 alt. et tert., 8 pr. τῆς C (om. A)

10 (αὐτάν E). αὐτῆς prop. X p. 210, 18 (αὐτᾶς E). τετάρτη prop. X p. 206, 3. ἐχούσης prop. X p. 212, 10 (-σας E). συγκειμένη prop. X p. 210, 12, 30. συγκειμένην prop. X p. 208, 13, 14, 16, 22; 210, 4, 7, 9, 13, 24; 212, 1. συγκειμένῃ prop. X p. 208, 24. in formis huius participii semper α restituit E, p. 208, 13, 14 etiam G. ἐφαπτομένῃ C p. 206, 11.
ἀλληλ- p. 170, 10, 15. ἡμιόλιον p. 188, 1.
σημεῖον prop. X p. 212, 11 (σαμ- E), 22 (σαμ- CE), praeterea p. 212, 11 C, 20 CE.
τμῆμα prop. X p. 212, 6, 11, 15, 18. α semper seruauit C, p. 212, 11 etiam E. in loco interpolato p. 184, 29.
μήκει prop. X p. 206, 16 (μάκει E) et C solus p. 206, 13, 14.
πεμπτημόρ- p. 190, 26; 192, 6; 202, 12.
ἡγουμένων prop. X p. 210, 14.
τετμήσθω p. 176, 25 (corr. G).
εἰλήφθω prop. X p. 206, 2. εἰλημμένη p. 210, 28; 212, 3 (hoc loco εἰλαμμένα E).
ἦκται prop. X p. 206, 9. κατηγμέναι p. 206, 10.
τᾶν] τῶν p. 166, 3; 170, 18, 21; 172, 3, 10; 178, 2; 180, 8; prop. X p. 204, 6 (τᾶν C), 7; τῶν C solus p. 198, 16. αὐτῶν p. 170, 20. εὐθειῶν p. 172, 3.
-ιας] -εις p. 168, 6 βάσεις. — βάσεων prop. X p. 204, 6, 7 (-ίων CG), 9.
-εα] -η prop. X p. 208, 17 μεγέθη.
-εος] -ους p. 190, 11 βάρους (-εος H); item prop. X p. 212, 6, 8, 9, 20, 21, 22 omnes. βαρῶν p. 186, 2 (-έων EH).

ἐντί] εἰσι(ν) prop. X p. 206, 10, 11 (comp. D).
ἐών] οὔσας p. 196, 15; prop. X p. 210, 18.
ἐσσεῖται] ἔσται comp. A p. 166, 4, 9; 172, 9; 178, 4; 180, 15; 184, 25; 190, 12; 198, 16; prop. X p. 210, 21; 212, 9, 17. in C semper omnibus litteris scribitur, sicut plerumque in GH (om. E lacuna relicta, quia compendium non intellexit); p. 212, 4 etiam in D litteris scribitur (εστ cum comp. αι).
ἐσσοῦντι A p. 176, 15.
εἶμεν] εἶναι p. 174, 16.
ποιῶμεν p. 184, 16.
ποτί] πρός comp. p. 164, 15; 166, 5, 6, 11 bis, 12 bis, 13 bis; 174, 13, 14, 23 alt.; 176, 1, 2, 3 bis, 4, 11; 182, 9, 25, 26; 184, 6, 7, 8 bis, 9, 13, 15, 18, 20, 26; 186, 10, 11, 28 bis; 188, 15 bis, 17; 190, 12, 13; 192, 9 pr., 20; 194, 1 pr., 9, 10 pr., 11, 16, 19, 23, 25; 196, 3, 5, 6 bis, 7, 8, 11, 16, 17, 19, 21, 23 bis, 25; 198, 1 et deinde semper usque ad p. 202, 12; p. 204, 18; 206, 3 et deinde per totam prop. X. C, ubi adest, πρός omnibus litteris habet uel, quod idem fere est, πρ° (p. 192, 9 pr.; 194, 11); compendium p. 194, 10 (pr.) habuisse uidetur. in EH restitutum ποτί (p. 182, 9 πρός E; p. 202, 8 πρ° DH, πρός praeter G, qui sic plerumque praebet, etiam CE). in loco interpolato p. 184, 24 (bis) πρός G, ποτί EH, comp. D.
ἄν p. 206, 4.
ex locis adlatis adparet, in prop. X omnia fere uestigia dialecti Doricae deleta esse.

5) Arenarius.

ἡ p. 218, 3.
τῇ p. 220, 6; 246, 1; cfr. p. 222, 21. ῃ p. 218, 26.
τῆς p. 218, 18; 240, 20 (comp. D, τᾶς E).
αὐτῇ p. 246, 18. εἰρημένῃ p. 220, 6. ἐχούσῃ p. 246, 6. πρώτης p. 238, 16.
σημεῖον p. 224, 9. ἥλιος p. 226, 17 (ἅλ- H). τηλικαύτα p. 244, 16. πεντήκοντα p. 254, 15. δυοκαιπεντηκοστός p. 254, 14. de εἰλήφθω u. p. 242, 2, ubi uestigium uerae formae seruatum est.
τᾶν] τῶν p. 228, 9, 10, 11; 230, 26; 232, 1, 11, 12, 14, 15, 17, 19 (cfr. p. 238, 1; 244, 13; 254, 22). p. 228, 10; 230, 26; 232, 14, 15 τᾶν restitutum est in E, contra p. 250, 23; 256, 8 τῶν habet E solus. σφαιρῶν p. 256, 9. μυριῶν p. 252, 31. χιλιῶν p. 256, 24 (χιλιᾶν G). ἀλλάλων p. 236, 11 (-ᾶν H). ἐπιψανουσῶν p. 226, 9. πολλαπλασιασθεισῶν p. 250, 23 solus E.
-ίων] ἀποδείξεων p. 216, 16.
-εσσι] μυριάσι(ν) p. 250, 24; 252, 17.
-εα] ἀπλανῆ p. 218, 10. ἀπλανῶν p. 218, 13, 27.
-μες] -μεν p. 216, 21; 218, 23, 31; 236, 25.
τετρακοστός p. 252, 18, 21. τετρακοστομόριον p. 242, 26. τεσσαρακοστός p. 254, 11 (τεσσαράκοντα p. 250, 29; 252, 21; 254, 16).
de πρός u. ad p. 224, 19.

6) Quadratura parabolae.

ἡ p. 266, 22; 268, 19; 282, 2; 286, 12; 292, 8.
τήν p. 286, 6; 312, 3. τῇ in locis interpolatis p. 272, 11, 17.
τῆς p. 280, 8, cfr. 9.
ἴση p. 266, 9 (-α E); 272, 3 bis. ἴσην p. 292, 9. κορυφή p. 306, 22. γραμμή p. 274, 27. ἀγμένη p. 270, 17. ἄλλη p. 268, 9. αὐτή p. 268, 7 (-ά G). αὐτήν p. 312, 4. αὐτῆς p. 274, 27. ὀρθήν p. 272, 15. τομήν p. 286, 6. τομῆς p. 298, 18 (-ᾶς EG) et D solus p. 308, 5. in loco interpolato ἴσης οὔσης p. 272, 17.
φημί p. 280, 5 (φα- E).
ἀλληλ- p. 264, 14, 17 (utroque loco ἀλλαλ- E).
σημεῖον p. 272, 18, 274, 13; 276, 2; 278, 26 (σαμ- EGD[2]); 280, 3 (GH, σαμ- DE), 19; 282, 12; 288, 5; 294, 20; 306, 21.
ἡγούμενον p. 308, 13. ἡμῶν p. 262, 11;[1]) 264, 4, 26 (ἁμ- E).
τμῆμα p. 262, 15; 264, 2, 5, 8; 268, 5; 270, 5; 284, 24; 286, 3, 22; 290, 19, 23, 27; 294, 5, 10, 13; 296, 4, 6, 18, 21, 28; 298, 1, 7, 9, 14, 17, 20, 21, 24; 300, 9, 12, 15, 18, 20, 23; 302, 9, 11, 29; 304, 2, 3, 6, 7, 17, 20, 21, 24; 306, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 22, 23; 308, 1, 4, 8, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 28, 29; 310, 1, 3, 4; 312, 2, 5, 7, 9, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 20; 314, 4, 7, 12, 17, 19, 21, 23 (alt.), 26. τμᾶ- seruatum est p. 270, 12; 298, 25; 302, 15; 304, 1, 14; 314, 23 (pr.) et in E solo p. 306, 6, 15, 22; 308, 8, 9, 15.

---

1) Vestigium uerae formae seruauit 𝔅, qui ἄλλων habuit.

τετμήσθω p. 274, 1, 4; 280, 7, 12; 306, 10, 17, 21. τετμήσεται p. 270, 10.
ἧκται p. 286, 25. ἤχθω p. 268, 12 (ἄχ- H); διήχθω p. 286, 12.
ληφθήσεται p. 282, 29.
τᾶν] τῶν p. 264, 14.
-ιας] -εις p. 264, 27. -ιος] -εως p. 300, 19; 302, 12. -ίων] -εων p. 294, 20.
-εα] μέρη p. 294, 20.
-εος] -ους p. 272, 19; 274, 6, 15; 280, 15; 282, 29; 286, 16; 292, 13. ἡμίσους p. 292, 12; 304, 23.
-άτεσσι] μαθήμασι p. 262, 7. τμήμασι p. 306, 6 (τμάμασι E); 308, 29; 312, 16, 18.
-έω] καλῶ p. 300, 13. ἰσορροπῶν p. 272, 24. (ἐλασσοῦντες p. 304, 23).
-οντι] τέμνουσιν p. 286, 6. ἀχθῶσι p. 266, 23.
-μες] -μεν p. 262, 6, 9; 264, 27. ποιήσομεν p. 304, 34.
ἔσται comp. p. 266, 9; 280, 27; 294, 14; 304, 2; 306, 8; 308, 9 (H plerumque omnibus litteris, in E lacuna aut ἄρα).
εἶναι comp. p. 272, 23; 304, 7. (-κέναι p. 262, 3; 264, 25).
ὄν p. 296, 17. οὔσης in loco interpolato p. 272, 17.
πρός comp. p. 264, 14, 17; 284, 25; 290, 25 (omnibus locis ποτί H, p. 264, 14; 290, 25 etiam E).
ἄν p. 292, 19. = ἐάν p. 282, 30. ἦν p. 280, 17.

7) De corporibus fluitantibus.

τήν p. 320, 16; 328, 12; 340, 23; 348, 13, 17.
τῆς p. 342, 10; 348, 11.
τομή p. 348, 24. ὅλην p. 340, 24; τοιαύτην p. 318, 2. ταύτῃ p. 326, 17; τοσαύτῃ p. 330, 12. αὐτῆς p. 326, 17.
ἀλληλ- p. 326, 29; 340, 16 (cfr. p. 352, 15).
σημ- p. 318, 11; 320, 29; 326, 14.
ἡλικ- p. 328, 20; 332, 8, 17.
καθεστηκ- p. 320, 25; 326, 6; 348, 16, 22.
τετμηκ- p. 348, 17. τμηθ- p. 348, 22. εἰλήφθω p. 346, 12.
σφαιρῶν p. 338, 19.
μέρη p. 324, 23; 328, 26; 340, 10; 344, 5. μεγέθη p. 328, 11. συνεχῆ p. 324, 5. ἰσοβαρῆ p. 324, 23.
μεγέθους p. 326, 9; 330, 5; 346, 14, 19; 348, 2. κωνοειδοῦς p. 348, 10, 19.
μερῶν p. 318, 3, 5; 334, 7.
ποιοῦντι p. 318, 11. ἰσοβαροῦντα p. 320, 32.
ἔσται p. 324, 11, 18.
-στήσεται p. 348, 15, 21 (καταδύσεται p. 324, 27; 328, 15).
πρός p. 346, 11, 16, 17; 348, 5 bis, 6, 7 bis, 12, 23.
ἄν p. 332, 22; 334, 4.
inde a p. 350, 1 nullae formae Doricae seruatae sunt praeter εἶμεν p. 350, 18; μεγέθεος p. 350, 25; τάν p. 352, 7; βαρέων p. 352, 10; -στησεῖται p. 352, 26, nisi quod τμᾶμα semper traditum est (etiam in ἀπότμαμα p. 350, 12); sed inde a p. 364, 2 in hoc quoque uocabulo η ubique irrepsit. σχᾶμα traditum est p. 320, 26; 322, 10, 13; 326, 11; 336, 19, 21, 23; 338, 5, 11, 14, 17; 340, 5, 6, 9, 18, 19, 22, 25; 342, 5, 19, 24; 344, 2, 4 bis.

8) In fragmento Stomachii nihil mutaui. seruata sunt

ποικίλαν p. 416, 2; *τᾶς* p. 416, 2; *συνέστακε* p. 416, 3; *τᾷ* p. 416, 11, 12 (de *πρᾶτον* p. 416, 4 dubito); sed inde a p. 416, 15 formae uulgares dominantur praeter *βάσιος* p. 418, 26. *σχᾶμα* traditum est p. 416, 8, 10, 17.

9) In libello De mechanicis propositionibus haec tantum uestigia Dorismi seruata sunt:

μεγεθέων p. 432, 13.

ἐόν p. 428, 12.

βάρεος p. 458, 11.

κωνοειδέος p. 456, 34; 458, 5, 20; 460, 23; 462, 16, 26; 464, 4; 484, 10?, 17, 20.

σφαιροειδέος p. 483, 3? (474, 9, 13).

et quamquam non dubito, quin hoc quoque opus Dorice scripserit Archimedes, dialectum de industria ab interpolatore remotam restituere ausus non sum.

DE LINEIS SPIRALIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Τῶν ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξιας ἐπιστέλλεις μοι γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἐπιστέλλω τοι. μὴ θαυμάσῃς δέ, εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομες τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν· συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. πόσα γὰρ τῶν ἐν γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι; Κόνων μὲν οὖν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μάστευσιν αὐτῶν χρόνον μετάλλαξεν τὸν βίον· ἦ δῆλα ἐποίησέν κα ταῦτα πάντα εὑρὼν καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρὼν καὶ ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγεν γεωμετρίαν· ἐπιστάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. μετὰ δὲ τὰν Κόνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων οὐδ' ὑφ' ἑνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον. βούλομαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι· καὶ γὰρ συμβαίνει, δύο τινὰ τῶν ἐμαυτῷ μήπω πεπερασμένων διὰ τέλους ποτιτεθῆμεν, ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες, ἐλέγχωνται ποθ-

Archimedes Dositheo s.

Eorum theorematum, quae ad Cononem miseram, quorum demonstrationes semper me perscribere iubes, plerasque demonstrationes in iis libris perscriptas habes, quos Heraclides ad te pertulit, nonnullas autem etiam hoc libro perscriptas ad te mitto. neu miratus sis, si diutius moratus demonstrationes eorum edidi; hoc enim ea de causa factum est, quod prius ea uolui permittere mathematices studiosis, et qui ipsi ea scrutari malint. quot enim geometriae theoremata, quae initio difficilia inuentu uidebantur, postea confecta sunt? Conon igitur, antequam satis temporis ad ea perscrutanda ei contigit, mortuus est; alioquin ea illustrasset his omnibus inuentis, et multis aliis de suo repertis geometriam magis etiam amplificasset; scimus enim, ei fuisse et peritiam mathematices singularem et industriam praecipuam. uerum multis iam post mortem Cononis annis interiectis nondum ullum problematum illorum quemquam adtigisse comperimus. singula autem hoc loco adferam; accidit enim, ut duo quaedam eorum, quae a me ipso nondum prorsus ad finem perducta essent, insuper addita sint, ut isti, qui se omnia inuenire dictitent, nullam autem demonstrationem eorum in

---

Ἀρχιμήδους περὶ ἑλίκων A, incipit liber Archimedis de quam pluribus theorematibus B (volutis supra scr. B²). **1** *Δοσιθέῳ*] G, *Δωσιθεω* A. **11** *πόσα*] *Barrowius*, *ποια* AB. **13** *οὖν*] addidi, om. AB. **14** *ἢ δῆλα*] *Maduigius*, *αδηλα* A, et obscura B. **15** *κα*] scripsi, *και* AB. **19** *Κόνωνος*] H, *Κωνωνος* A. **23** *ἐμαυτῷ*] scripsi, *εν αυτω* A, inter ipsa B. *μήπω πεπερασμένων διὰ*] scripsi, *μη κεχωρασμενα* A, non separata B, *μὴ κεχωρισμένα* G. *ποτιτεθῆμεν*] scripsi, *δε ποτεσσομεν* A, finem autem attingemus A. **25** *ποθωμολογηκότες*] scripsi, *αποθωμολογηκοτες* A, tamquam confitentes B.

1*

ωμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα. ταῦτα δὴ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντί, καὶ τίνων τὰς ἀποδείξιας ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζομες, δοκιμάζομες ἐμφανίξαι τοι. πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσας ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. ὃ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τὰν σφαῖραν βιβλίου· δειχθέντος γάρ, ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, δῆλον, ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. δεύτερον δέ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. τρίτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. τέταρτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. πέμπτον δέ· τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. ἕκτον δέ· δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὁμοῖον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. τούτων μὲν οὖν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξιας Ἡρακλείδας ἐκόμιξεν· τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψεῦδος ἦν. ἔστι δέ· εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἕξει ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν

medium proferant, absurda etiam se inuenire professi redarguantur. ea autem problemata qualia sint, et quorum demonstrationes perscriptas habeas, et qualium demonstrationes hoc libro adferamus, mihi uisum est tecum communicare. primum igitur problema hoc erat: data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale [De sph. et cyl. II p. 170, 4 sq.], id quod etiam primum palam factum est, edito de sphaera libro; cum enim demostratum sit, superficiem sphaerae quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [De sph. et cyl. I, 33], adparet, fieri posse, ut inueniatur spatium planum superficiei sphaerae aequale. secundum autem hoc erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem [De sph. et cyl. II, 1]. tertium autem: datam sphaeram plano secare, ita ut segmenta eius inter se datam rationem habeant [ib. II, 4]. quartum autem: datam sphaeram plano secare, ita ut segmenta superficiei inter se datam rationem habeant [ib. II, 3]. quintum autem: datum segmentum sphaerae dato segmento sphaerae simile reddere [cfr. ib. II, 5]. sextum autem: datis duobus sphaerae segmentis siue eiusdem siue alius segmentum sphaerae inuenire, quod ipsum alteri segmento aequale sit, superficiem autem alterius segmenti superficiei aequalem habeat [ib. II, 6]. septimum: a data sphaera segmentum plano abscindere, ita ut segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, altitudinemque aequalem datam rationem habeat maiorem quam 3 : 2 [ib. II, 7]. horum igitur omnium, quae nominauimus, problematum demonstrationes Heraclides ad te pertulit; sed quod deinde positum erat, falsum erat. est autem huiusmodi: si sphaera plano in partes inaequales secatur, maius segmentum ad minus duplicem rationem habet quam maior superficies ad minorem. hoc autem falsum esse, ex iis, quae antea ad

3 *κομίζομες*] *Torellius*, *κομιζοντες* AB. 4 *δοκιμάζομες*] scripsi, *δοκιμαζοντες* AB. 7 *τὰν σφαῖραν*] *την σφαιραν* AB, *τῆς σφαίρας* G. 17 *πέμπτον*] GH, *πεπτον* A. 26 *μείζονα*] *Nizzius*, *μη μειζονα* AB.

ἐλάσσονα. ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι· κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε· εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ τᾶς μὲν ἐπιφανείας τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον, τὸ δὲ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος, ὅτι, εἴ κα σφαίρας τινὸς ἁ διάμετρος τμαθῇ, ὥστε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τέμνῃ τὰν σφαῖραν, τὸ τοιοῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων· δέδεικται γάρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθῇ, ὥστε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κωνοειδὲς καλείσθω, καὶ εἴ κα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. εἰ δή κα

te missa sunt, adparet; in iis enim hoc positum est: si sphaera in partes inaequales secatur plano ad diametrum aliquam sphaerae perpendiculari, superficiei segmentum maius ad minus eandem habebit rationem, quam maior pars diametri ad minorem, sphaerae autem segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet quam maior superficies ad minorem, maiorem uero quam sesquialteram [ib. II, 8]. uerum etiam problema ultimo loco positum falsum erat: si alicuius sphaerae diametrus ita secatur, ut quadratum partis maioris triplo maius sit quadrato partis minoris, et per punctum illud[1]) planum ad diametrum perpendiculare ductum sphaeram secat, figura talis specie, quale est maius segmentum sphaerae, maxima est omnium segmentorum aequalem superficiem habentium. hoc autem falsum esse, ex iis theorematis, quae antea ad te missa sunt, adparet; ibi enim demonstratum est, hemisphaerium maximum esse segmentorum sphaerae aequali superficie comprehensorum [ib. II, 9]. deinde de cono haec erant proposita: si sectio coni rectanguli manente diametro circumuoluitur, ita ut diametrus sit axis, figura sectione coni rectanguli circumscripta conoides uocetur [De conoid. p. 246, 16 sq.], et si planum conoides contingit, aliudque planum contingenti parallelum segmentum aliquod conoidis abscindit, segmenti abscisi basis uocetur planum abscindens, uertex autem punctum, in quo alterum planum conoides contingit [De conoid. p. 246, 22 sq.]. iam si figura, quam commemorauimus, plano ad axem perpendiculari secatur, sectionem circulum fore, adparet, segmentum uero abscisum dimidia parte maius futu-

1) Sc. in quo diametrus ita diuisa est.

4 τᾶς μὲν ἐπιφανείας] addidi NJS. XI p. 397, om. AB. 5 ποτὶ — 7 τμᾶμα] del. *Nizzius*. 7 δὲ] scripsi ib., γαρ AB. ἔλασσον] B, om. A. 14 ἐπίπεδον] scripsi, το επιπεδον A. 22 κώνου] AB, an κωνοειδέος? 31 κα] scripsi, και AB.

τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμαθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, δῆλον, ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. καὶ εἴ κα τοῦ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, ὅτι μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον, εἴ κα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα, ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τοῦτον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ· τούτων δ' αἱ ἀποδείξιες οὔπω τοι ἀποστέλλονται. μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα· ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινωνέοντα τοῖς προειρημένοις· ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδείξιας γεγραφήκαμές τοι. ἔστιν δὲ τάδε· εἴ κα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ περιφερομένᾳ φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατασταθείσας, ὅθεν ὥρμασεν, τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ κύκλου τοῦ γραφέντος κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ τᾷ διανυσθείσᾳ ὑπὸ τοῦ σαμείου ἐν τᾷ μιᾷ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. καὶ εἴ κα τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος τὸ ἔσχατον γενόμενον, ἄλλα δέ τις εὐθεῖα τᾷ περιαχθείσᾳ καὶ ἀποκατασταθείσᾳ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ

rum esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, altitudinemque aequalem, demonstrandum est [De conoid. 21]. et si a conoide duo segmenta planis quouis modo ductis abscinduntur, sectiones conorum acutiangulorum sectiones futuras esse, si plana abscindentia ad axem perpendicularia non sint, adparet [De conoid. 12], segmenta uero eam inter se rationem habitura esse, quam habeant quadrata rectarum, quae a uerticibus eorum usque ad plana abscindentia axi parallelae ducantur, demonstrandum est [ib. 24]; horum autem demonstrationes nondum ad te mittuntur. post haec uero de linea spirali haec proposita erant (sunt autem quasi aliud problematum genus, quae cum iis, quae adhuc commemorauimus, nihil commune habent), de quibus hoc libro demonstrationes tibi perscripsimus. sunt autem haec: si linea recta manente altero termino in plano aequabiliter circumacta rursus in eum locum restituitur, unde coepta est moueri, et simul, dum recta circumagitur, punctum aliquod aequabiliter sibi ipsi in recta promouetur a termino manente incipiens, punctum in plano spiralem describet. dico igitur, spatium comprehensum spirali et recta in eum locum restituta, unde moueri coepta est, tertiam partem esse circuli, cuius centrum sit terminus manens, radius autem recta a puncto in una rectae circumuolutione permeata [prop. 24]. et si recta in extremo termino spiralis spiralem contingit, alia autem recta a termino manente ad rectam circumactam et in suum locum restitutam perpendicularis ducitur, ita ut in rectam contingentem incidat, dico, rectam ⟨ad contingentem⟩ adductam circuli ambitui aequalem esse [prop. 18].

---

7 *ὀξυγωνίων κώνων*] AB, *ὀξυγωνίου κώνου* H probante *Nizzio*. 10 *ἔχοντι*] EG, *εχωντι* A. 12 *ἐπὶ*] addidi, om. A. *τὰ* (alt.)] addidi, om. A. 13 *οὔπω*] B, mg. *ουτω* forte *ουπω*; *ουτω* A. 14 *ἕλικος*] G, *ελικας* AB. 15 *ἐπικοινωνέοντα*] AB, *ἐπικοινωνέον* e corr. G. 18 *περὶ ἑλίκων* mg. A

ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπεσεῖν τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, φαμὶ τὰν ποταχθεῖσαν εὐθεῖαν ἴσαν εἶμεν τᾷ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ. καὶ εἴ κα ἁ περιαγομένα γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς πλείονας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀποκατασταθέωντι πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, φαμὶ τοῦ χωρίου τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος ὑπὸ τᾶς ἕλικος τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι, τὸ δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον, τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ τετραπλάσιον, καὶ ἀεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος, τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ περιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος εἶμεν τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίου. καὶ εἴ κα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο γραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακότι σαμείῳ, διαστημάτεσσι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς εὐθείας, καὶ ἁ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐπεκβληθῇ, φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς τοῦ μείζονος κύκλου περιφερείας τᾶς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν ἐούσας καὶ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν τοῦτον ἕξειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ

et si recta, quae circumagitur, punctumque, quod in ea mouetur, pluribus circumuolutionibus circumaguntur et rursus in eum locum restituuntur, unde moueri coepta est ⟨recta⟩, dico, spatio in secunda circumuolutione a spirali adiecto duplo maius fore spatium in tertia adiectum, triplo autem maius spatium in quarta adiectum, quadruplo autem spatium in quinta adiectum, et omnino spatia in sequentibus circumuolutionibus adiecta multiplicia fore quam spatium in secunda circumuolutione adiectum secundum numerorum insequentium seriem, spatium uero in prima circumuolutione comprehensum sextam partem esse spatii in secunda adiecti [prop. 27]. et si in spirali in una circumuolutione descripta duo puncta sumuntur, ab iisque ad manentem terminum rectae circumactae ducuntur rectae, et duo circuli describuntur, quorum centrum est punctum manens, radii autem rectae ad manentem terminum rectae ductae, et minor rectarum ductarum producitur, dico, spatium comprehensum eo arcu circuli maioris, qui in eadem parte, in qua sit spiralis, inter rectas positus sit, et spirali et recta producta ad spatium comprehensum arcu circuli minoris et eadem spirali et recta terminos earum iungente eam habiturum esse rationem, quam habeat radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium minoris circuli excedat, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus [prop. 28]. horum igitur ⟨theorematum⟩ et aliorum quorundam de spirali demonstrationes hoc libro

---

1 *πέρατος αὐτᾶς*] *Torellius*, *περι το αυτο* AB. **13** *περιλαφθὲν*] scripsi, *ποτιλαφθεν* A. **14** *τοῦ*] G, *τα* A. **15** *ἕλικος*] G, *ελικας* A. **19** *γραφέωντι*] scripsi, *γεγραφεωντι* A. **23** *τᾷ*] addidi, om. AB. **28** *ἕξειν*] scripsi, *εξει* AB. **29** *ᾇ*] G, *ας* A. **30** *μείζονος* — p. **12, 1** *κέντρον τοῦ*] mg. B (om. *κύκλου* lin. **31**), om. AB (cfr. ad prop. 28).

τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς. τούτων δή μοι καὶ ἄλλων περὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδείξιες ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται, πρόκεινται δέ, ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων, τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λῆμμα τόδε· τᾶν ἀνισᾶν γραμμᾶν καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, αὐτὰν ἑαυτᾷ συντιθεμέναν δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερίσχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

α'.

Εἴ κα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας, ὅνπερ οἱ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

ἐνηνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς AB γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ $\Gamma\Delta$, ΔE, ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν $\Gamma\Delta$ γραμμὰν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ZH, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔE, ὁ $H\Theta$. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔE γραμμάν, ὃν ὁ χρόνος ὁ ZH ποτὶ τὸν $H\Theta$.

συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τᾶν $\Gamma\Delta$, ΔE γραμμᾶν αἱ $A\Delta$, ΔB γραμμαὶ καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν οὕτως, ὥστε ὑπερέχειν τὰν $A\Delta$ τᾶς ΔB, καὶ ὁσάκις μὲν σύγκειται ἁ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ἐν τᾷ $A\Delta$, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ χρόνος ὁ ZH ἐν τῷ χρόνῳ τῷ ΛH, ὁσάκις δὲ σύγκειται ἁ ΔE γραμμὰ ἐν τᾷ ΔB, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ ΘH χρόνος ἐν τῷ KH χρόνῳ. ἐπεὶ οὖν

a me perscribuntur, praemittuntur autem, ut etiam in ceteris geometricis, quae ad ea demonstranda utilia sunt. ex iis autem, quae in libris antea editis[1]) posita sunt, hoc lemma hic quoque sumo: fieri posse, ut excessus linearum uel spatiorum inaequalium, quo maius excedat minus, sibi ipsi adiectus quamuis magnitudinem datam excedat earum, quae inter se comparari possint.

I.

Si in linea aliqua punctum aliquod sibi ipsi aequabiliter fertur, et in ea duae lineae sumuntur, lineae sumptae eandem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum lineas permeauit.

feratur enim aequabiliter punctum aliquod in linea AB, et in ea duae lineae $\Gamma\Delta$, ΔE sumantur, tempus autem, quo punctum lineam $\Gamma\Delta$ permeauit, sit ZH, et quo lineam ΔE, sit $H\Theta$. demonstrandum est, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$.

componantur enim ex lineis $\Gamma\Delta$, ΔE quauis compositione lineae $A\Delta$, ΔB, ita ut linea $A\Delta$ lineam ΔB excedat[2]), et quoties linea $\Gamma\Delta$ in linea $A\Delta$ continetur, toties contineatur tempus ZH in tempore ΛH, quoties autem linea ΔE in linea ΔB continetur, toties contineatur tempus ΘH in tempore KH. iam quoniam suppositum est, punctum in linea AB aequabiliter ferri, adparet, quo tempore lineam $\Gamma\Delta$ per-

1) H. e. *Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου* (I post. 5 p. 8) et *Τετραγ. παραβ.* praef. (Quaest. Arch. p. 45).
2) Hoc fieri potest per lemma lin. 7—11.

---

1 *ἐλάσσονος*] A, maioris B. **6** *τῶν*] AB, fort. *ὡς*. **7** *λῆμμα τόδε*] scripsi, *λημματα* (superscr. *μ*, *τα*) *δε* D, *λήμματα τάδε* EGHB, *λημμάτων τόδε Nizzius*. *ἀνισᾶν*] BG², *ισαν* A. **9** *αὐτὰν ἑαυτᾷ*] scripsi, *αυτα* A, ipsum B. **18** *ἐνηνέχθω*] scripsi, *ηνεχθω* A. **22** *ἔχοντι*] EG, *εχωντι* A. $\Gamma\Delta$] B, $A\Delta$ A.

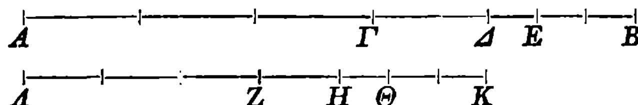
ὑπόκειται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τᾶς *ΑΒ* γραμμᾶς, δῆλον, ὡς, ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν *ΓΔ* ἐνήνεκται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἑκάσταν ἐνήνεκται τᾶν ἰσᾶν τᾷ *ΓΔ*· φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ συγκειμέναν τὰν *ΑΔ* γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ *ΛΗ* χρόνος, ἐπειδὴ τοσαυτάκις σύγκειται ἅ τε *ΓΔ* γραμμὰ ἐν τᾷ *ΑΔ* γραμμᾷ καὶ ὁ *ΖΗ* χρόνος ἐν τῷ *ΛΗ* χρόνῳ. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὰν *ΒΔ* γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐνήνεκται, ὅσος ἐστὶν ὁ *ΚΗ* χρόνος. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἁ *ΑΔ* γραμμὰ τᾶς *ΒΔ*, δῆλον, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὰν *ΔΑ* διαπορεύεται γραμμὰν ἢ τὰν *ΒΔ*· ὥστε ὁ χρόνος ὁ *ΛΗ* μείζων ἐστὶ τοῦ *ΚΗ* χρόνου. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ἐκ τῶν χρόνων τῶν *ΖΗ*, *ΗΘ* συντεθέωντι χρόνοι καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν, ὥστε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τᾶν ἐκ τᾶν γραμμᾶν τᾶν *ΓΔ*, *ΔΕ* κατὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συντεθεισᾶν ὑπερέξει ἁ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ *ΓΔ* ποτὶ τὰν *ΔΕ*, ὃν ὁ χρόνος ὁ *ΖΗ* ποτὶ τὸν χρόνον τὸν *ΗΘ*.

β'.

Εἴ κα δύο σαμείων ἑκατέρου κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτοῦ ἑαυτῷ φερομένου λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαί, ἅν αἵ τε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὸ τῶν σαμείων διανυέσθων καὶ αἱ δεύτεραι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

ἔστω κατὰ τᾶς *ΑΒ* γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ καὶ ἄλλο κατὰ τᾶς *ΚΛ*, λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ *ΑΒ* δύο αἱ *ΓΔ*, *ΔΕ* γραμμαί,

meet, eo id etiam singulas lineas lineae $\Gamma\Delta$ aequales permeare; manifestum igitur est, punctum illud etiam lineam



compositam $A\Delta$ tanto tempore permeare, quantum sit tempus ΛH, quoniam, quoties linea $\Gamma\Delta$ in linea $A\Delta$ continetur, toties continetur tempus ZH in tempore ΛH. eadem igitur de causa etiam lineam $B\Delta$ tanto tempore permeat punctum, quantum est tempus KH. iam quoniam $A\Delta > B\Delta$, adparet, punctum longiore tempore lineam ΔA permeare quam lineam $B\Delta$; quare erit tempus $\Lambda H > KH$. et eodem modo demonstrabimus, etiam si ex temporibus ZH, $H\Theta$ tempora quauis compositione componantur, ita ut alterum excedat alterum, etiam linearum ex lineis $\Gamma\Delta$, ΔE toties sumptis, quoties tempora ZH, $H\Theta$, compositarum eam excedere alteram, quae tempori excedenti correspondeat; ergo adparet, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$ [Eucl. V def. 5].

II.

Si duo puncta in sua quodque linea sibi ipsa aequabiliter feruntur, et in utraque linea duae lineae sumuntur, quarum et priores et posteriores aequalibus temporibus a punctis permeentur, lineae sumptae eandem inter se rationem habebunt.

in linea AB punctum aliquod sibi ipsum aequabiliter feratur et in linea $K\Lambda$ aliud eodem modo, sumantur autem in linea AB duae lineae $\Gamma\Delta$, ΔE, et in linea $K\Lambda$ lineae

---

8 *ταὐτά*] B², *ταυτα* A, *ταῦτα* BEGH, *τὰ αὐτὰ* *Torellius.* **23** *αὐτοῦ*] G, *αυτω* A, ipsum B. **24** *λαφθέωντι*] GH, *λαφθένωντι* A. **25** *ἅν*] addidi, om. AB. **30** *τᾷ*] G, *τω* A.

καὶ ἐν τᾷ ΚΛ αἱ ΖΗ, ΗΘ, ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαμεῖον τὰν ΓΔ γραμμὰν διαπορευέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τᾶς ΚΛ ἐνηνεγμένον τὰν ΖΗ, ὁμοίως δὲ καὶ τὰν ΔΕ γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαμεῖον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν ΗΘ. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἁ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ.

ἔστω δὴ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ὁ ΜΝ· ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ΖΗ. πάλιν δὴ καί, ἐν ᾇ τὰν ΔΕ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ἔστω ὁ ΝΞ χρόνος· ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ΗΘ· τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἑξοῦντι ἅ τε ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ γραμμάν, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ, καὶ ἁ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΜΝ ποτὶ τὸν ΝΞ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἁ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ.

γ'.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα ἐοῦσαν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

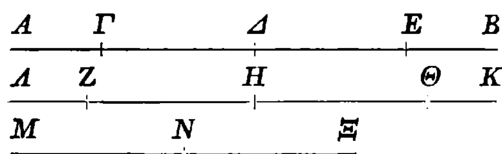
περιγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου δῆλον, ὡς ἡ ἐκ πασᾶν συγκειμένα τᾶν περιμέτρων εὐθεῖα μείζων ἐσσεῖται πασᾶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

δ'.

Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνισᾶν, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

ZH, $H\Theta$, punctum autem, quod in linea AB fertur, eodem tempore lineam $\Gamma\Delta$ permeet, quo alterum punctum, quod in linea $K\Lambda$ fertur, lineam ZH permeat, et eodem modo etiam lineam ΔE eodem tempore permeet punctum, quo alterum lineam $H\Theta$ permeat. demonstrandum est, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$.

tempus igitur, quo punctum lineam $\Gamma\Delta$ permeauit, sit MN; itaque hoc tempore alterum punctum lineam ZH permeat. iam rursus tempus, quo punctum lineam ΔE permeauit, sit $N\Xi$; hoc igitur tempore etiam alterum punctum lineam $H\Theta$ permeat; quare erit



$\Gamma\Delta : \Delta E = MN : N\Xi$ et $ZH : H\Theta = MN : N\Xi$ [prop. 1]

ergo adparet, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$.

III.

Datis circulis quotlibet numero fieri potest, ut sumatur recta maior quam ambitus circulorum.

circumscripto enim circum singulos circulos polygono adparet, rectam ex omnibus eorum perimetris compositam maiorem futuram esse quam omnes ambitus circulorum [De sph. et cyl. I, 1].

IV.

Datis duabus lineis inaequalibus, recta et circuli ambitu, fieri potest, ut sumatur recta minor maiore linearum datarum, minore autem maior.

---

4 *ἐνηνεγμένον*] scripsi, *ηνεγμενον* A. *δὲ*] B, om. A. 9 *χρόνῳ*] inc. C. 11 *δὴ*] ABC, *δὲ* *Torellius.* 16 $N\Xi$] B(C), $M\Xi$ A. 17 *ἔχοντι*] CEG, *εχωντι* A. 26 des. C.

ὁσάκις γὰρ ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων γραμμὰ τᾶς ἐλάσσονος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας τὸ ἓν τμᾶμα ἔλασσον ἐσσεῖται τᾶς ὑπεροχᾶς. εἰ μὲν οὖν κα ᾖ ἁ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἑνὸς τμάματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν εὐθεῖαν τᾶς μὲν ἐλάσσονος τᾶν δοθεισᾶν δῆλον ὡς μείζων ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων· εἰ δέ κα ἐλάσσων, ἑνὸς τμάματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν περιφέρειαν ὁμοίως τᾶς μὲν ἐλάσσονος μείζων ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων· καὶ γὰρ ἁ ποτικειμένα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑπεροχᾶς.

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ ΔΖ κατὰ τὸ Β, δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν· δυνατὸν δέ ἐστι τᾶς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινα εὐθεῖαν μείζονα, καὶ ἔστω ἁ Ε εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας· ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Κ κέντρου παρὰ τὰν ΔΖ ἁ ΑΗ, καὶ κείσθω

nam quoties excessus, quo maior linea minorem excedit, sibi ipsi adiectus rectam excedet,[1]) in tot partes aequales diuisa linea recta una pars minor erit excessu. iam si ambitus maior est recta, adparet, si unam partem ad rectam adiiciamus, summam maiorem fore minore linearum datarum, minorem uero maiore; sin minor est recta [cfr. prop. 3], si unam partem ad ambitum adiicimus, summa rursus minore linea maior erit, maiore autem minor; nam quae adiicitur, minor est excessu.[2])

V.

Dato circulo rectaque circulum contingente fieri potest, ut a centro circuli ad contingentem recta ducatur, ita ut recta inter contingentem et ambitum circuli posita ad radium minorem rationem habeat quam arcus circuli inter punctum contactus rectamque productam positus ad quemlibet datum ambitum circuli.

datus sit circulus $AB\Gamma$, centrumque eius sit K, et ΔZ circulum in B contingat, datus sit autem etiam quilibet ambitus circuli; fieri autem potest, ut sumatur recta aliqua dato ambitu maior [prop. 3], et sit E dato ambitu maior; et a centro K rectae ΔZ parallela ducatur AH, rectaque

---

1) Hoc fieri potest per lemma p. 12, 7 sq.

2) Sit p ambitus, l linea recta; erit igitur, si $p > l$, $n(p-l) > l$, h. e. $p - l > \frac{1}{n} l$, $p > l + \frac{1}{n} l$; quare $p > l + \frac{1}{n} l > l$. sin $l > p$, erit $n(l-p) > l$, h. e. $l - p > \frac{1}{n} l$, $l > p + \frac{1}{n} l$; quare $l > p + \frac{1}{n} l > p$.

---

2 αὐτὰ ἑαυτᾷ] scripsi, αυτα ABC. συντιθεμένα] in -θεμένα inc. C. 3 εἱς] scripsi, και εις AB(C). 5 κα ᾗ] scripsi, και AB(C). 7 μείζων] (C)GH, μειζον A. μείζονος] BCGH, μειζονας A. 8 εἰ — 10 ἐλάσσων] addidi, om. ABC. 12 ε′] AB, om. C. 24 κύκλου] des. C. 27 δέ] AB; fort. δή. 30 ἀπὸ] AB; debuit διά.

ἁ ΗΘ ἴσα τᾷ Ε νεύουσα ἐπὶ τὸ Β. ἀπὸ δὴ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΚ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. ἁ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν, διότι ἁ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΘ περιφερείας, ἁ δὲ ΘΗ μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει καὶ ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἢ ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν.

ϛʹ.

Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμάν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπεσούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΓΑ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ, καθέτου ἐούσας τᾶς ΚΘ

$H\Theta$ rectae E aequalis ponatur ad punctum B uergens.[1]) iam recta a K puncto ad Θ ducta producatur; erit igitur

$$\Theta Z : \Theta K = B\Theta : \Theta H.^{2)}$$

itaque $Z\Theta : \Theta K$ minorem rationem habet quam arcus $B\Theta$ ad datum arcum, quia recta $B\Theta$ minor est arcu $B\Theta$ [De sph. et cyl. I post. 1 p. 8] et recta ΘH maior ambitu dato [cfr. Eucl. V, 8]; ergo $Z\Theta$ ad radium minorem rationem habet quam ambitus $B\Theta$ ad datum ambitum.

VI.

Dato circulo et in circulo recta minore, quam diametrus est, fieri potest, ut a centro circuli ad ambitum eius ponatur recta rectam in circulo datam secans, ita ut recta inter ambitum rectamque in circulo datam comprehensa ad rectam, quae ducitur ab eo termino rectae ad ambitum ductae, qui in ambitu est, ad utrumuis terminum rectae in circulo datae datam rationem habeat, si ratio data minor est ea, quam habet dimidia pars rectae in circulo datae ad rectam a centro ad eam perpendicularem ductam.

sit datus circulus $AB\Gamma$ centrumque eius K, in eo autem data sit recta ΓA minor diametro, et ratio, quam habet $Z : H$, minor ea, quam habet $\Gamma\Theta : K\Theta$, perpendiculari ducta recta $K\Theta$, ducatur autem a centro recta KN rectae

1) Quod quo modo fieri possit, Archimedes non dicit; cfr. ZMP. XXV p. 66 nr. 3; Zeuthen, Die Lehre von den Kegelschnitten im Altert. p. 262 sq.

2) Nam cum $\Delta Z \parallel AH$, erit $\angle BZ\Theta = \Theta KH$. et
$$\angle B\Theta Z = K\Theta H;$$
quare $B\Theta Z \sim K\Theta H$; tum u. Eucl. VI, 4.

8 ἔχει] inc. C. 10 ἑξῆς τὸ σ(χῆμα) C. 20 πέρας] *Torellius*, μερος ABC. 21 hic alicubi des. C. και] scripsi, και AB 22 ῃ] B, ην A. 26 ἀγμέναν] B, αγμενων A.

ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΝ καὶ τᾷ ΚΓ ποτ' ὀρθὰς ἁ ΓΔ· ὁμοῖα δή ἐστι τὰ ΓΘΚ, ΓΚΔ τρίγωνα. ἔστιν οὖν, ὡς ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ, οὕτως ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΔ· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η ἢ ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΔ. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΔ. ἐχέτω ποτὶ τὰν ΒΝ, κείσθω δὲ ἁ ΒΝ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τοῦ Γ· δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐκτός, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν τᾶς ΓΔ. ἐπεὶ οὖν ἁ ΚΒ ποτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η, καὶ ἁ ΕΒ ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η.

ζ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἐναπολαφθείσας ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἐκβεβλημένας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

δεδόσθω τὰ αὐτά, καὶ ἔστω ἁ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐκβεβλημένα, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ἔστω, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ· μείζων οὖν ἐσσεῖται καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΚΓ ποτὶ ΓΔ.

$A\Gamma$ parallela rectaque $\Gamma\Delta$ ad $K\Gamma$ perpendicularis; erit igitur $\Gamma\Theta K \sim \Gamma K\Delta$ [Eucl. I, 29]. itaque

$$\Gamma\Theta : \Theta K = K\Gamma : \Gamma\Delta \text{ [Eucl. VI, 4];}$$

quare erit $Z : H < K\Gamma : \Gamma\Delta$. quam igitur rationem habet $Z : H$, eam habeat $K\Gamma$ ad rectam maiorem recta $\Gamma\Delta$ [Eucl. V, 10]. habeat ad rectam BN, et BN per punctum Γ[1]) inter ambitum rectamque ⟨KN⟩ ponatur; fieri enim potest, ut ita secetur;[2]) et cadet extra ⟨rectam $\Gamma\Delta$⟩, quia maior est recta $\Gamma\Delta$. iam quoniam $KB : BN = Z : H$, erit etiam $EB : B\Gamma = Z : H$ [Eucl. VI, 2].

VII.

Iisdem datis et recta in circulo posita producta fieri potest, ut a centro ad rectam productam ponatur recta, ita ut recta inter ambitum rectamque productam ad rectam, quae a termino rectae ⟨in circulo⟩ comprehensae ad terminum productae ducitur, datam rationem habeat, si data ratio maior est ea, quam habet dimidia pars rectae in circulo datae ad rectam a centro ad eam perpendicularem ductam.

eadem data sint, rectaque in circulo posita producatur, et data ratio sit $Z : H$, maior quam $\Gamma\Theta : \Theta K$; quare etiam $Z : H > K\Gamma : \Gamma\Delta$.[3]) quam igitur rationem habet $Z : H$,

---

1) Cfr. ZMP. XXV p. 66 not.
2) Hoc problema eodem redit, quo problema p. 21 not. 1 commemoratum.
3) Nam $K\Gamma\Theta \sim K\Gamma\Delta$; quare $\Gamma\Theta : \Theta K = K\Gamma : \Gamma\Delta$ (Eucl. VI, 4).

---

4 ἐλάσσονα] A, ἐλάσσω C. 6 ἐχέτω] ABC; fort. ἕξει, cfr. p. 24, 1. ἁ $K\Gamma$] AB, om. C. 7 ποτὶ] B, om. AC. 9 τέμνειν] C, τεμειν A; cfr. p. 24, 3. ἐκτός] A(C); ἐκτὸς τᾶς $\Gamma\Delta$ *Nizzius*, e corr. B; cfr. p. 24, 3. 10 ἐπεὶ (pr.)] AB, ἐπὶ C. KB] corr. ex $KB\Gamma$ D, $K\Gamma$ B(C)EGH. 12 des. C, add. ἑξῆς τὸ σχῆμα seq. fig. 19 κα] scripsi, και AB. 26 ἔστω] BEG, εστω (comp.) στε D, ἔστω τε H.

ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ *Ζ* ποτὶ *Η*, τοῦτον ἕξει ἁ *ΚΓ* ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς *ΓΛ*. ἐχέτω ποτὶ *ΙΝ* νεύουσαν ἐπὶ τὸ *Γ*· δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐντὸς τᾶς *ΓΛ*, ἐπειδὴ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς *ΓΛ*. ἐπεὶ οὖν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ *ΚΓ* ποτὶ *'ΙΝ*, ὃν ἁ *Ζ* ποτὶ *Η*, καὶ ἁ *ΕΙ* ποτὶ *ΙΓ* τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ *Ζ* ποτὶ τὰν *Η*.

η'.

Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινα εὐθεῖαν ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

ἔστω κύκλος δεδομένος ὁ *ΑΒΓΔ*, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα δεδόσθω ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ *ΓΑ*, καὶ ἁ *ΞΛ* ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου κατὰ τὸ *Γ*, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ *Ζ* ποτὶ *Η*, ἐλάσσων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΓΘ* ποτὶ *ΘΚ*· ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΓΚ* ποτὶ *ΓΑ*, εἴ κα παράλληλος ἀχθῇ ἁ *ΚΛ* τᾷ *ΘΓ*. ἐχέτω δὴ ἁ *ΚΓ* ποτὶ *ΓΞ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *Ζ* ποτὶ *Η*· μείζων δή ἐστιν ἁ *ΞΓ* τᾶς *ΓΑ*. γεγράφθω κύκλου περιφέρεια περὶ τὰ *Κ*, *Λ*, *Ξ*. ἐπεὶ οὖν ἐστι μείζων ἁ *ΞΓ* τᾶς *ΓΑ*, καὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι ἀλλάλαις αἱ *ΚΓ*, *ΞΛ*, δυνατόν ἐστι τᾷ *ΜΓ* ἴσαν ἄλλαν θέμεν τὰν *ΙΝ* νεύουσαν ἐπὶ τὸ *Κ*. τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΙΛ*

eam habebit $K\Gamma$ ad rectam minorem recta $\Gamma\Lambda$ [Eucl. V, 10]. habeat ad rectam IN ad punctum Γ uergentem; fieri autem potest, ut ita secetur;[1]) et ea intra rectam $\Gamma\Lambda$ cadet, quoniam minor est recta $\Gamma\Lambda$. iam quoniam est $K\Gamma : IN = Z : H$, erit etiam $EI : I\Gamma = Z : H$.[2])

VIII.

Dato circulo in eoque recta, quae minor est diametro, et alia recta circulum in termino rectae in circulo datae contingente fieri potest, ut a centro circuli ad ⟨datam⟩ rectam recta ponatur, ita ut ea pars eius, quae inter ambitum circuli rectamque in circulo datam abscinditur, ad partem rectae contingentis abscisam datam rationem habeat, si data ratio minor est ea, quam habet dimidia pars rectae in circulo datae ad rectam a centro ad eam perpendicularem ductam.

datus sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in circulo data sit recta $\Gamma\Lambda$ minor diametro, recta $\Xi\Lambda$ autem circulum in puncto Γ contingat, et ⟨data sit⟩ ratio $Z : H$ minor ea, quam habet $\Gamma\Theta : \Theta K$; erit igitur etiam

$$Z : H < \Gamma K : \Gamma\Lambda,$$

si $K\Lambda$ rectae $\Theta\Gamma$ parallela ducitur.[3]) sit igitur

$$K\Gamma : \Gamma\Xi = Z : H;$$

itaque $\Xi\Gamma > \Gamma\Lambda$ [Eucl. V, 10]. describatur ambitus circuli per puncta K, Λ, Ξ. iam quoniam $\Xi\Gamma > \Gamma\Lambda$, et $K\Gamma \perp \Xi\Lambda$, fieri potest, ut recta IN rectae $M\Gamma$ aequalis ponatur ad punctum K uergens.[4]) erit igitur

---

1) V. prop. 5 p. 21 not. 1.

2) Nam $\Gamma IE \sim KIN$; quare $KI : IN = EI : I\Gamma$ [Eucl. VI, 4]; et $KI = K\Gamma$.

3) Nam $K\Theta\Gamma \sim K\Gamma\Lambda$; tum u. Eucl. VI, 4.

4) Quod quo modo per sectiones conicas fieri possit, ostendit Pappus I p. 298 (cfr. p. 272) duobus lemmatis praemissis; de

---

6 *ἕξει*] BG, *εξουσι* A. 16 *τᾶς*] E, e corr. G, *της τας* A. *εἴ κα*] A, etsi B. 17 *ᾖ*] scripsi, *εστι* A, sit B. 27 *δὴ*] *Torellius*, *δε* AB. 31 *τᾶν*] *Torellius*, *του* AB.

ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KE, $I\varDelta$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ $\varXi I$ ποτὶ KE, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KIN ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν KI, $\varGamma\varDelta$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ IN ποτὶ $\varGamma\varDelta$· ὥστε καὶ ἁ IN ποτὶ $\varGamma\varDelta$ ἐστιν, ὡς ἁ $\varXi I$ ποτὶ KE· ὥστε καὶ ἁ $\varGamma M$ ποτὶ $\varGamma\varDelta$ καὶ ἁ $\varXi\varGamma$ ποτὶ $K\varGamma$ καὶ ποτὶ KB ἐστιν, ὡς ἁ $\varXi I$ ποτὶ KE, καὶ λοιπὰ ἁ $I\varGamma$ ποτὶ BE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ $\varXi\varGamma$ ποτὶ τὰν $\varGamma K$, καὶ ὃν ἁ H ποτὶ Z. πέπτωκεν οὖν ἁ KN ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας ἁ BE ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Z ποτὶ τὰν H.

θʹ.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ἐκβεβλημένας δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἁφὰν τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

δεδόσθω κύκλος ὁ $AB\varGamma\varDelta$, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ $\varGamma A$ διάχθω, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ $\varXi\varGamma$ κατὰ τὸ $\varGamma$, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ Z

$$\Xi I \times I\Lambda : KE \times I\Lambda = \Xi I : KE,$$

et $$KI \times IN : KI \times \Gamma\Lambda = IN : \Gamma\Lambda;$$

quare erit $IN : \Gamma\Lambda = \Xi I : KE$;[1]) quare etiam

$$\Gamma M : \Gamma\Lambda = \Xi I : KE,$$

et $$\Xi\Gamma : K\Gamma = \Xi\Gamma : KB = \Xi I : KE,\text{}^{2)}$$

et $$I\Gamma : BE = \Xi\Gamma : \Gamma K^{3)} = H : Z.$$

itaque recta KN ad rectam contingentem ducta est, et recta inter ambitum rectamque ⟨$\Lambda\Gamma$⟩ posita, h. e. BE, ad partem rectae contingentis ⟨a KN⟩ abscisam ⟨h. e. $I\Gamma$⟩ eandem rationem habet quam $Z : H$.

IX.

Iisdem datis et recta in circulo data producta fieri potest, ut a centro circuli ad rectam productam ponatur recta, ita ut recta inter ambitum rectamque productam posita ad eam partem rectae contingentis, quae ad punctum contactus uersus abscinditur, datam rationem habeat, si data ratio maior est ea, quam habet dimidia pars rectae in circulo datae ad rectam a centro ad eam perpendicularem ductam.

datus sit circulus $AB\Gamma\Lambda$, et in circulo recta $\Gamma\Lambda$ ducatur minor diametro, circulum autem in puncto Γ contingat recta

---

cuius loci emendatione u. ZMP. XXIII p. 117 sq., Baltzer apud Hultschium Papp. III p. 1231 sq. cfr. Zeuthen, Die Lehre von d. Kegelschnitten im Altert. p. 264.

1) Nam $\Xi I \times I\Lambda = KI \times IN$ (Eucl. III, 35),

et $$KE \times I\Lambda = KI \times \Gamma\Lambda,$$

quia $E\Gamma \parallel K\Lambda$; tum u. Eucl. VI, 2.

2) Nam $\Gamma M : \Gamma\Lambda = \Xi\Gamma : K\Gamma$ (Eucl. III, 35).

3) Nam cum sit $\Xi\Gamma : KB = \Xi I : KE$, erit [Eucl. V, 16]

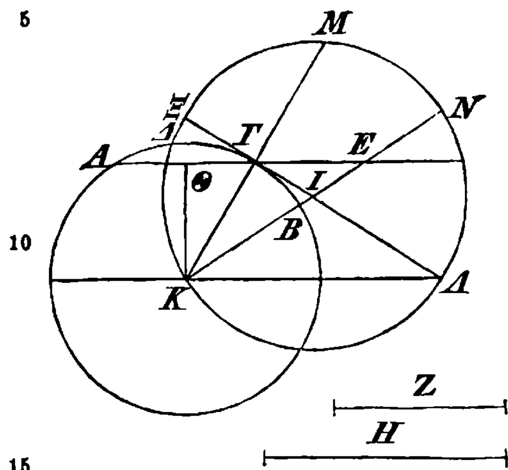
$$\Xi\Gamma : \Xi I = KB : KE,$$

unde $\Xi\Gamma : I\Gamma = KB : BE$ [Eucl. V, 19 coroll.] $= \Gamma K : BE$; tum u. Eucl. V, 16.

---

3 τὸν — 5 $\Gamma\Lambda$] *Commandinus*, om AB. 14 Z] scripsi, το Z A. 16 τὰν] AB; fort. τὰν ΓΙ τὰν, cfr. p. 28, 28. 17 αὐτὸν] BG, αυτον εχει A. 18 H] BG, H λογον A. 26 ἤ] B, om. A.

ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ· ἐσσεῖται δὴ μείζων καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. ἐχέτω οὖν ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν αὕτα τᾶς ΓΛ.



πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τῶν Ξ, Κ, Λ σαμείων. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἐστὶν ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντι ἀλλάλαις αἱ ΚΜ, ΞΓ, δυνατὸν τᾷ ΓΜ ἴσαν θέμεν τὰν ΙΝ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Κ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΙΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΙ, ΚΕ ἐστιν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΞΙΛ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ, τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΛΙ, ΚΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ διὰ τὸ εἶμεν, ὡς τὰν ΚΕ ποτὶ ΙΚ, οὕτως τὰν ΛΓ ποτὶ ΛΙ, καὶ ὡς ἄρα ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ, τουτέστιν ὡς ἁ ΝΙ ποτὶ ΓΛ, τουτέστιν ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ. ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ, ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, τουτέστι ποτὶ ΚΒ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΒ, καὶ λοιπὰ ἁ ΙΓ ποτὶ λοιπὰν τὰν ΒΕ ἐστιν, ὡς ἁ ΞΓ ποτὶ ΓΚ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΞΓ ποτὶ ΓΚ, τοῦτον ἔχει ἁ Η ποτὶ Ζ· ποτιπέπτωκεν δὴ ἁ ΚΕ ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, καὶ ἁ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημένας καὶ τᾶς περιφερείας ἁ ΒΕ ποτὶ τὰν ΓΙ τὰν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ἀπολαφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὸν Η.

$\Xi\Gamma$, et ⟨data sit⟩ ratio $Z:H$ maior ea, quam habet $\Gamma\Theta:\Theta K$; erit igitur etiam

$$Z:H > K\Gamma:\Gamma\Lambda.$$

iam sit $K\Gamma:\Gamma\Xi = Z:H$; erit igitur $\Gamma\Xi < \Gamma\Lambda$ [Eucl. V, 10]. iam rursus circulus per puncta Ξ, K, Λ describatur. itaque, quoniam $\Xi\Gamma < \Gamma\Lambda$, et $KM \perp \Xi\Gamma$, fieri potest, ut rectae ΓM aequalis ponatur recta IN ad K uergens.[1]) iam quoniam

$$\Xi I \times I\Lambda : \Lambda I \times KE = \Xi I : KE,$$

et $KI \times IN = \Xi I \times I\Lambda$ [Eucl. III, 35], et

$$KI \times \Gamma\Lambda = \Lambda I \times KE,$$

quia $KE:IK = \Lambda\Gamma:\Lambda I$,[2]) erit etiam

$$\Xi I : KE = KI \times IN : KI \times \Gamma\Lambda = NI : \Gamma\Lambda = \Gamma M : \Gamma\Lambda$$

est autem etiam

$$\Gamma M : \Gamma\Lambda = \Xi\Gamma : K\Gamma \text{ [Eucl. III, 35]} = \Xi\Gamma : KB;$$

erit igitur $\Xi I : KE = \Xi\Gamma : KB$, et $I\Gamma : BE = \Xi\Gamma : \Gamma K$.[3]) sed $\Xi\Gamma : \Gamma K = H : Z$; ergo recta KE ad rectam productam ducta est, et recta BE, quae inter rectam productam ambitumque posita est, ad rectam ΓI, quae a recta contingenti abscisa est, eandem rationem habet, quam $Z:H$.

---

1) De hoc problemate cfr. p. 25 not. 4.

2) Quia $KI\Lambda \sim \Gamma IE$, erit $\Gamma I : I\Lambda = EI : IK$ (Eucl. VI, 4), unde $\Gamma\Lambda : I\Lambda = KE : IK$ [Eucl. V, 18].

3) Nam $\Xi I : \Xi\Gamma = KE : KB$ [Eucl. V, 16], unde

$$I\Gamma : \Xi\Gamma = BE : KB \text{ [Eucl. V, 17]};$$

tum u. Eucl. V, 16.

---

15 ΛI, KE] D², *il ke* B, ΛKE A. 16 ἁ] addidi, om. A. τῷ] e corr. B, *το* A. 21 ἁ (pr.)] addidi, om. A. 24 $\Xi\Gamma$] inc. C. 30 ἐξ(ῆς ἡ κατα)γραφή C, seq. fig. p. 30, 11.

ι΄.

Εἴ κα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἐλαχίστας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχούσαις τριπλάσια ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν.

ἔστων γραμμαὶ ὁποσαιοῦν ἐφεξῆς κείμεναι τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἁ δὲ Θ ἴσα ἔστω τᾷ ὑπεροχᾷ, ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τᾷ Θ ἁ Ι, ποτὶ δὲ τὰν Γ ἁ Κ ἴσα τᾷ Η, ποτὶ δὲ τὰν Δ ἁ Λ ἴσα τᾷ Ζ, ποτὶ δὲ τὰν Ε ἁ Μ ἴσα τᾷ Ε, ποτὶ δὲ τὰν Ζ ἁ Ν ἴσα τᾷ Δ, ποτὶ δὲ τὰν Η ἁ Ξ ἴσα τᾷ Γ, ποτὶ δὲ τὰν Θ ἁ Ο ἴσα τᾷ Β· ἐσσοῦνται δὴ αἱ γενόμεναι ἴσαι ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστᾳ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶς τε Α καὶ τᾶν γενομενᾶν ποτιλαβόντα τό τε ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τριπλάσιά ἐντι τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΒΙ τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν Ι, Β τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τᾶν Β, Ι περιεχομένοις, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΚΓ ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν

---

1 ι΄] AB, om. C. 5 *τᾷ*] A, om. (C); fort. *ἴσα τᾷ* coll. p. 36, 18; u. tamen p. 38, 11. 6 *τᾶν*] des. C. 7 *-νοντα*] inc. C. 9 *ταῖς*] C, om. A. 12 *ἔστων*] scripsi, *ἔστωσαν* CEG,

X.

Si quotlibet rectae deinceps datae sunt aequali spatio inter se excedentes, excessus autem minimae aequalis est, et praeterea aliae rectae datae sunt numero iis aequales, magnitudine autem singulae maximae aequales, quadrata rectarum maximae aequalium adiecto et quadrato maximae et rectangulo comprehenso minima rectaque omnibus simul rectis inter se aequali spatio excedentibus aequali triplo maiora erunt omnibus quadratis rectarum aequali spatio inter se excedentium.

quotlibet rectae deinceps datae sint aequali spatio inter se excedentes A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, et Θ aequalis sit excessui, et rectae B adiiciatur recta I rectae Θ aequalis, Γ autem rectae recta K rectae H aequalis, Δ autem rectae recta Λ rectae Z aequalis, E autem rectae recta M rectae E aequalis, Z autem rectae recta N rectae Δ aequalis, H autem rectae recta Ξ rectae Γ aequalis, Θ autem rectae recta O rectae B aequalis; itaque, quae oriuntur rectae, inter se et rectae maximae aequales erunt. demonstrandum igitur, quadrata omnium rectarum, et rectae A et earum, quae ⟨adiiciendo⟩ ortae sunt, cum quadrato rectae A et rectangulo comprehenso recta Θ rectaque omnibus simul A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ aequali triplo maiora esse omnibus quadratis rectarum A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.[1])

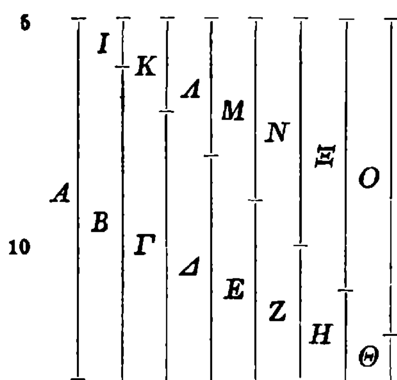
est igitur $(B+I)^2 = I^2 + B^2 + 2BI$ [Eucl. II, 4], et $(K+\Gamma)^2 = K^2 + \Gamma^2 + 2K\Gamma$; et eodem modo etiam ceterarum rectarum rectae A aequalium quadrata aequalia sunt

1) H. e. demonstrandum est, esse

$$A^2 + (B+I)^2 + (\Gamma+K)^2 + (\Delta+\Lambda)^2 + (E+M)^2 + (Z+N)^2 + (H+\Xi)^2 + (\Theta+O)^2 + A^2 + \Theta \times (A+B+\Gamma+\Delta+E+Z+H+\Theta) = 3(A^2+B^2+\Gamma^2+\Delta^2+E^2+Z^2+H^2+\Theta^2).$$

εστω A. 16 Δ] AB, $\Delta\Lambda$ (C). ἀ Λ] BCG, $\Lambda\Lambda$ H, Λ A. 19 δὴ] *Nizzius*, δε ABC. 24 des. (C). 25 H] inc. C. 27 δύο] A(C), δυσὶ G. τᾶν (alt.)] A, om. C.

Κ, Γ τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τᾶν Κ, Γ περιεχομένοις· ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν τᾶν ἰσᾶν τᾷ Α τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τετραγώνοις καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν τμαμάτων περιεχομένοις.



τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον διπλάσιά ἐντι τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων· λοιπὸν δὲ ἐπιδειξοῦμες, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ἐν ἑκάστᾳ γραμμᾷ τᾶν ἰσᾶν τᾷ Α ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ καὶ ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ Β, Ι περιεχόμενα ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τᾶν Β, Θ περιεχομένοις, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Κ, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ διὰ τὸ τὰν Κ διπλασίονα εἶμεν τᾶς Θ, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς Θ καὶ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς Δ διὰ τὸ τὰν Λ τριπλασίαν εἶμεν τᾶς Θ, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς πολλαπλασίας ἀεὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς ἀρτίους τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς, τὰ οὖν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ ἐσσοῦνται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε Α καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ καὶ

quadratis partium duobusque rectangulis a partibus comprehensis. iam

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2 + I^2 + K^2$$
$$+ \Lambda^2 + M^2 + N^2 + \Xi^2 + O^2 + \Lambda^2$$
$$= 2(A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2);^{1)}$$

relinquitur autem, ut demonstremus, dupla rectangulorum partibus uniuscuiusque rectarum rectae A aequalium comprehensorum cum rectangulo

$$\Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$$

aequalia esse omnibus simul

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + H^2 + \Theta^2.$$

iam quoniam $2B \times I = 2B \times \Theta$, et $2K \times \Gamma = \Theta \times 4\Gamma$, quia $K = 2\Theta$, et $2\Delta \times \Lambda = \Theta \times 6\Delta$, quia $\Lambda = 3\Theta$, et eodem modo etiam dupla ceterorum rectangulorum partibus comprehensorum aequalia sunt rectangulis comprehensis recta Θ rectaque semper secundum numeros pares deinceps positos multiplici rectae sequentis, omnia ⟨rectangulorum dupla⟩ cum rectangulo

$$\Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$$

aequalia erunt rectangulo

$$\Theta \times (A + 3B + 5\Gamma + 7\Delta + 9E + 11Z + 13H + 15\Theta).$$

uerum etiam

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2$$

1) Nam $I = \Theta$, $K = H$, $\Lambda = Z$, $M = E$, $N = \Delta$, $\Xi = \Gamma$, $O = B$.

1 *δύο*] AC, *δυσὶ* G. *περιεχομένοις*] BG, *περιεχομενων* AC. 2 *δὲ*] *Torellius*, *δη* ABC. 4 *ὑπὸ*] BG, *απο* AC. 8 *ΟΠ ποτιλαβόντα*] B, *ΟΠ οτιλαβοντα* A, *ΟΠ ποτιλαβόντα* CG. 13 *τῶν* (alt.)] addidi, om. AB(C). 14 *ἑκάστᾳ*] unaquaque mg. B, *εκατερα* AB(C). 22 *ἑξαπλασίας*] in *ἑξα-* des. C. 23 *τὰ ἄλλα*] A; *τἄλλα* C, qui hic rursus inc.

ἀεὶ τᾷ [περισσᾷ] κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. ἐντὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετράγωνα ἴσα τᾷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν αὐτᾶν γραμμᾶν. ἔστι γὰρ τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας [πάσαις] τᾷ τε Α καὶ τᾷ ἴσᾳ ταῖς λοιπαῖς, ἂν ἑκάστα ἴσα τᾷ Α· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἅ τε Θ τὰν Α καὶ ἁ Α τὰς ἴσας αὐτᾷ πάσας σὺν τᾷ Α· ὥστε ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ Α τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας τᾷ Α καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τᾷ Α πᾶσαι χωρὶς τᾶς Α διπλάσιαί ἐντι τᾶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς Β τετράγωνον ἴσον ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε Β καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς Γ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε Γ καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς περιεχομένοις ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας αὐτᾷ τε καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν λοιπᾶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε Α καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ καὶ τᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου οὖν φανερόν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ τῶν μὲν τετραγώνων τῶν

---

1 περισσᾷ] ΑΒ(C), deleo. 2 πολλαπλασίᾳ] scripsi, πολλαπλασιους ΑΒ(C). 6 πάσαις] ΑΒC, deleo. 8 σὺν] *Torellius*, εν ΑΒ(C), in a del. B². 9 ἐστὶν] C, εστι Α. 11 Β] *Basil.*,

eidem rectangulo aequalia sunt. nam A^2 aequale est rectangulo comprehenso recta Θ rectaque, quae aequalis est et rectae A et rectae aequali ceteris, quarum singulae rectae A aequales sunt;[1]) quoties enim recta Θ rectam A metitur, toties etiam recta A omnes rectas sibi aequales cum recta A; quare erit

$$A^2 = \Theta \times (A + 2(B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta));$$

nam rectae omnes rectae A aequales praeter A sunt

$$= 2(B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta).$$

eodem autem modo etiam

$$B^2 = \Theta \times (B + 2(\Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)),$$

et rursus

$$\Gamma^2 = \Theta \times (\Gamma + 2(\Delta + E + Z + H + \Theta)),$$ [2])

et eodem modo etiam ceterarum quadrata aequalia sunt rectangulis comprehensis recta Θ rectaque aequali ipsi rectae et duplo ceterarum. ergo adparet, quadrata omnium rectarum aequalia esse rectangulo comprehenso recta Θ rectaque, quae aequalis est rectis

$$A + 3B + 5\Gamma + 7\Delta + 9E + 11Z + 13H + 15\Theta.$$ [3])

COROLLARIUM.

Hinc igitur manifestum est, omnia quadrata rectarum maximae aequalium minora esse quam triplo maiora qua-

---

1) H. e. $A^2 = \Theta \times (A + (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + \Lambda) + (E + M) + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + O)) = \Theta \times 8A$; et $\Theta = \frac{1}{8}A$.

2) Cum littera Δ lin. 17 in codd. desit, fortasse sic scribendum est lin. 17: καὶ τᾷ διπλασίᾳ ⟨τᾶν Δ, E, Z, H, Θ, καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς Δ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε Δ καὶ τᾷ διπλασίᾳ⟩ τᾶν E, Z, H, Θ.

3) Huius demonstrationis tenor mire praeposterus est; quare suspicari licet, hic illic quaedam explicandi causa interposita

---

ΔB ABC. **12** B] post ras. 1 litt. B, ΔB AC. **13** δὲ] des. C. ἐντὶ] inc. C. **16** τε] (C)G, om. A. **17** Δ] B², om. AB(C). **25** πόρισμα] om. AB(C).

ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ ποτιλαβόντα τινὰ τριπλάσιά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ τὰ ποτιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου. καὶ τοίνυν, εἴ κα ὁμοῖα εἴδεα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ εἴδεα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ τῶν μὲν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος μείζονα ἢ τριπλάσια· τὸν γὰρ αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

ια΄.

Εἴ κα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τᾶς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνου, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ

5 ἐντι] C, ἐστιν A. 6 ἀναγραφέωντι] C, αναγεγραφεωντι A, ἀναγεγραφθέωντι G, ἀναγεγραφθέοντι E. 8 τὰ εἴδεα — 9 μεγίστᾳ] Commandinus, om. ABC. 14 ια΄] ABC. 18 τῷ] A, τὸ C. 20 τὰ (pr.)] A, om. C. 21 τᾶς] ABC; fort. τοῦ

dratis rectarum aequali spatio inter se excedentium, quoniam adiectis demum quibusdam spatiis [1]) triplo maiora sunt, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora esse quam triplo maiora, quoniam, quae adiecta sunt, minora sunt quam triplo maiora quadrato maximae.[2]) quare etiam, si species similes in omnibus construuntur rectis, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et quae maximae aequales sunt, species in rectis maximae aequalibus minores erunt quam triplo maiores quam species, quae in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructae sunt, reliquis autem praeter eam, quae in maxima constructa est, maiores quam triplo maiores; nam species similes eandem rationem habebunt, quam quadrata [Eucl. VI, 20].

XI.

Si quotlibet rectae deinceps ponuntur aequali spatio inter se excedentes, et aliae quoque rectae ponuntur numero una pauciores rectis aequali spatio inter se excedentibus, magnitudine uero singulae maximae aequales, omnia quadrata rectarum maximae aequalium ad quadrata rectarum aequali spatio inter se excedentium praeter ⟨quadratum⟩ minimae minorem rationem habent quam quadratum maximae ad spatium utrique aequale, et rectangulo maxima minimaque comprehenso et tertiae parti quadrati excessus, quo maxima minimam excedit, ad quadrata autem rectarum aequali spatio

esse; in primis suspecta sunt p. 34, 7 *ἰσάκις* — 8 *σὺν τᾷ* A et p. 34, 11 *αἱ γὰρ* — 17 Θ. demonstratio ipsa magis perspicue exposita est et simul ea ratione, qua nunc utimur, confecta ab Nizzio p. 126—27; cfr. Quaest. Arch. p. 52—53.

1) Sc. $A^2 + \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$.

2) $A^2 = \Theta \times (A + (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + \Lambda) + (E + M) + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + O))$ (p. 35 not. 1) $> \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$; itaque, quae adiecta sunt, erunt $< 2A^2$.

ἀπὸ τᾶς coll. p. 44, 8. **22** *τὸ ἴσον*] A, *τὸν ἴσον* C. **24** *τοῦ*] *τω* A, om. C. **25** *τετραγώνου*] B, *τετραγωνω* AC. *ἁ*] A, *τὰ* C.

ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ γραμμαὶ ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι ἑξῆς κείμεναι, ἁ μὲν ΑΒ τᾶς ΓΔ, ἁ δὲ ΓΔ τᾶς ΕΖ, ἁ δὲ ΕΖ τᾶς ΗΘ, ἁ δὲ ΗΘ τᾶς ΙΚ, ἁ δὲ ΙΚ τᾶς ΛΜ, ἁ δὲ ΛΜ τᾶς ΝΞ, ποτικείσθω δὲ ποτὶ μὲν τὰν ΓΔ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἁ ΓΟ, ποτὶ δὲ τὰν ΕΖ ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς ἁ ΕΠ, ποτὶ δὲ τὰν ΗΘ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἁ ΗΡ, καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον· ἐσσοῦνται δὴ αἱ γενόμεναι ἀλλάλαις ἴσαι καὶ ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν γενομενᾶν τετράγωνα ποτὶ μὲν πάντα τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ΝΞ τετραγώνου ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΝΞ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΝΥ τετραγώνου, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου μείζονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἀπολελάφθω ἀφ' ἑκάστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ· ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ποτὶ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΦ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τό τε ἀπὸ τᾶς ΟΔ τετράγωνον ποτί τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΟΔ, ΔΧ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΧΟ τετραγώνου καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΠΖ, ΨΖ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΨΠ τετραγώνου καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλᾶν τετράγωνα ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία· καὶ τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ,

inter se excedentium praeter quadratum maximae rationem maiorem eadem ratione.

nam quotlibet rectae aequali spatio inter se excedentes deinceps positae sint, ita ut recta AB rectam $\Gamma\Delta$ excedat, $\Gamma\Delta$ rectam EZ, EZ rectam $H\Theta$, $H\Theta$ rectam IK, IK rectam ΛM, ΛM rectam $N\Xi$, et rectae $\Gamma\Delta$ adiiciatur recta ΓO uni excessui aequalis, rectae autem EZ duobus excessibus aequalis recta $E\Pi$, rectae autem $H\Theta$ tribus aequalis recta HP, ceterisque eodem modo; itaque, quae oriuntur rectae, inter se aequales erunt, et unaquaeque maximae aequalis. demonstrandum igitur, quadrata omnium rectarum, quae ⟨adiiciendo⟩ ortae sunt, ad omnia quadrata omnium rectarum aequali spatio inter se excedentium praeter quadratum rectae $N\Xi$ minorem rationem habere quam

$$AB^2 : AB \times N\Xi + \tfrac{1}{3} N\Upsilon^2,$$

ad quadrata uero earundum rectarum praeter quadratum rectae AB rationem maiorem eadem ratione.

a singulis rectis aequali spatio inter se excedentibus abscindatur recta excessui aequalis; itaque erit

$$AB^2 : AB \times \Phi B + \tfrac{1}{3} A\Phi^2$$
$$= O\Delta^2 : O\Delta \times \Delta X + \tfrac{1}{3} XO^2$$
$$= \Pi Z^2 : \Pi Z \times \Psi Z + \tfrac{1}{3} \Psi\Pi^2,$$

et eandem rationem habebunt quadrata ceterarum rectarum ad spatia similiter composita; quare erit etiam [Eucl. V, 12]

$$O\Delta^2 + \Pi Z^2 + P\Theta^2 + \Sigma K^2 + TM^2 + \Upsilon\Xi^2 :$$

---

7 δὲ (pr.)] B, cfr. p. 30, 14; δη AC. τὰν] C, τα A. 8 EZ] des. C. τὰν $H\Theta$] inc. C. 16 $N\Xi$] BCGH, $H\Xi$ A. 30 λαμβανόμενα] des. C. 31 πασᾶν] inc. C. $P\Theta$] B, PO AC.

ΤΜ, *ΥΞ* ποτί τε πάντα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τᾶς *ΝΞ* καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς καὶ τὰ τριταμόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν *ΟΧ*, *ΠΨ*, *ΡΩ*, *Σϛ*, *Τϙ*, *ΥΝ* τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΒ* τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν *ΑΒ*, *ΦΒ* περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ *ΦΑ* τετραγώνου. εἰ οὖν κα δειχθῇ τό τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς *ΝΞ* καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς *ΟΔ*, *ΠΖ*, *ΡΘ*, *ΣΚ*, *ΤΜ*, *ΥΞ* καὶ τὰ τρίτα μέρεα τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν *ΟΧ*, *ΠΨ*, *ΡΩ*, *Σϛ*, *Τϙ*, *ΥΝ* τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν *ΑΒ*, *ΓΔ*, *ΕΖ*, *ΗΘ*, *ΙΚ*, *ΛΜ* ἐλάττονα, τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν *ΓΔ*, *ΕΖ*, *ΗΘ*, *ΙΚ*, *ΛΜ*, *ΝΞ* μείζονα, δεδειγμένον ἐσσεῖται τὸ προτεθέν.

ἐντὶ δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς *ΝΞ* καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς *ΟΔ*, *ΠΖ*, *ΡΘ*, *ΣΚ*, *ΤΜ*, *ΥΞ* καὶ τὰ τρίτα μέρεα τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν *ΟΧ*, *ΠΨ*, *ΡΩ*, *Σϛ*, *Τϙ*, *ΥΝ* ἴσα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ *ΧΔ*, *ΨΖ*, *ΩΘ*, *ϛΚ*, *ϙΜ*, *ΝΞ* καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς *ΝΞ* καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς *ΟΧ*, *ΠΨ*, *ΡΩ*, *Σϛ*, *Τϙ*, *ΥΝ* καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν *ΟΧ*, *ΠΨ*, *ΡΩ*, *Σϛ*, *Τϙ*, *ΥΝ*, τὰ δὲ ἀπὸ τᾶν *ΑΒ*, *ΓΔ*, *ΕΖ*, *ΗΘ*, *ΙΚ*, *ΛΜ* τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν *ΒΦ*, *ΧΔ*, *ΨΖ*, *ΩΘ*, *ϛΚ*, *ϙΜ* τετραγώνοις καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν *ΑΦ*, *ΓΧ*, *ΕΨ*, *ΗΩ*, *Ιϛ*, *Λϙ* καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς *ΒΦ* καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν *ΑΦ*, *ΓΧ*, *ΕΨ*, *ΗΩ*, *Ιϛ*, *Λϙ*. κοινὰ μὲν οὖν

$$N\Xi \times (O\Delta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + \Upsilon\Xi)$$ [1]
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\text{ϡ}^2 + T\text{ϙ}^2 + \Upsilon N^2)$$
$$= AB^2 : AB \times \Phi B + \tfrac{1}{3}\Phi A^2.$$

itaque, si demonstrauerimus, esse

$$N\Xi \times (O\Delta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + \Upsilon\Xi)$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\text{ϡ}^2 + T\text{ϙ}^2 + \Upsilon N^2)$$
$$< AB^2 + \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2,$$

sed

$$> \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2,$$

demonstratum erit, quod propositum est [Eucl. V, 8].

iam erit

$$N\Xi \times (O\Delta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + \Upsilon\Xi)$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\text{ϡ}^2 + T\text{ϙ}^2 + \Upsilon N^2)$$
$$= (X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + \text{ϙ}M^2 + N\Xi^2)$$
$$+ N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + P\Omega + \Sigma\text{ϡ} + T\text{ϙ} + \Upsilon N)$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\text{ϡ}^2 + T\text{ϙ}^2 + \Upsilon N^2),$$ [2]

et

$$AB^2 + \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2$$
$$= (B\Phi^2 + X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + \text{ϙ}M^2)$$
$$+ (A\Phi^2 + \Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \Lambda\text{ϙ}^2)$$
$$+ B\Phi \times 2(A\Phi + \Gamma X + EZ + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ})$$

---

1) Nam $\Delta X = \Psi Z = \Omega\Theta = K\text{ϡ} = M\text{ϙ} = N\Xi$. Archimedes enim tacite supponit, hic quoque minimam rectarum aequali spatio inter se excedentium excessui aequalem esse (nec alioquin in demonstrando propositione 10 uti potuit), quamquam nec ad demonstrationem conficiendam per se necessarium est (u. Nizzius p. 129 sq.) nec postea, ubi hac propositione utitur (prop. 25 et 26), ab eo adsumitur.

2) Nam $O\Delta = OX + X\Delta$, $\Pi Z = \Pi\Psi + \Psi Z$ cett., et $N\Xi = X\Delta = \Psi Z$ cett.

---

1 τὰ] addidi, om. AC. περιεχόμενα] AB, περιεχομέναν C. 3 τριταμόρια] CGH, τριταμωρια A. 11 μὲν] addidi, om. ABC. 16 ἐντὶ] A, ἐστὶ C. 19 $\Upsilon\Xi$] C, ΥN AB. 24 τᾶς (alt.)] addidi, om. AC. 29 $H\Omega$] BEG, e corr. D, $M\Omega$ AC. $I\text{ϡ}$] BEG, e corr. D, $P\text{ϡ}$ A(C). 30 τᾶς (pr.)] *Basil.*, ταν A(C). 31 $H\Omega$] G, $N\Omega$ AB, $M\Omega$ C.

ἐντι ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ ΝΞ, τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ϠΣ, ϛΤ, ΥΝ ἔλασσόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τᾶς ΒΦ καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϛ διὰ τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓΟ, ΕΠ, ΡΗ, ΙΣ, ΛΤ, ΥΝ ἴσας εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μείζονας, καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϛ μείζονά ἐντι τοῦ τρίτου μέρεος τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣϠ, Τϛ, ΥΝ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἐπάνω· ἐλάττονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ.

λοιπὸν δὲ δειξοῦμες, ὅτι μείζονά ἐντι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. πάλιν δὴ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ ἴσα ἐντὶ τοῖς τε ἀπὸ τᾶν ΧΓ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϛ καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϠΚ, ϛΜ, ΝΞ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϛ. καί ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϠΚ, Μϛ, ΝΞ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣϠ, Τϛ, ΥΝ τοῦ ὑπὸ τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϛ, ἐντὶ δὲ καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ϠΣ, ϛΤ, ΥΝ τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϛ μείζονα ἢ τριπλάσια· δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο· μείζονα

2 τε] C, om. A. 6 γραμμὰς] BCG, γραμμαις A. ΓΟ] BC, e corr. DH, ΓΘ A. 8 μείζονά — 10 ΥΝ] add. *Torellius* praeeunte *Commandino*, om. AB(C). 17 τοῖς — 18 καὶ (pr.)] addidit *Commandinus*, om. ABC. 19 ΗΩ] B, Ω A(C), ΩΗ G. 21 ἴσας — 23 τᾶς] A(C), om. B. 22 ΠΨ] *Basil.*, ΠΡ A. 24 τὰ (pr.)] C, om. A.

[Eucl. II, 4]. itaque utriusque partis communia sunt quadrata rectarum rectae $N\Xi$ aequalium, et

$$N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + \Omega P + \text{ϡ}\Sigma + \text{ϙ}T + \Upsilon N)$$
$$< B\Phi \times 2(A\Phi + \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ}),$$

quia hae rectae aequales sunt rectis

$$\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N,$$

reliquis autem $\langle \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ} \rangle$ maiores,[1]) et praeterea

$$A\Phi^2 + \Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \Lambda\text{ϙ}^2$$
$$> \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\text{ϡ}^2 + T\text{ϙ}^2 + \Upsilon N^2);$$

hoc enim supra demonstratum est [prop. 10 coroll.]; itaque ⟨omnia simul⟩, quae commemorauimus, spatia erunt

$$< AB^2 + \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2.$$

deinde autem demonstrabimus, maiora ea esse quam

$$\Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2.$$

rursus igitur erit

$$\Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2$$
$$= (X\Gamma^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \Lambda\text{ϙ}^2)$$
$$+ (X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + \text{ϙ}M^2 + N\Xi^2)$$
$$+ N\Xi \times 2(\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ})$$ [Eucl. II, 4].

et communia sunt

$$X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + M\text{ϙ}^2 + N\Xi^2,$$

et $N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + P\Omega + \Sigma\text{ϡ} + T\text{ϙ} + \Upsilon N)$
$$> N\Xi \times 2(\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} \times \Lambda\text{ϙ}),$$[2])

et praeterea

$$XO^2 + \Psi\Pi^2 + \Omega P^2 + \text{ϡ}\Sigma^2 + \text{ϙ}T^2 + \Upsilon N^2$$
$$> 3(\Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \Lambda\text{ϙ}^2);$$

---

1) Et $OX + \Pi\Psi + \Omega P + \text{ϡ}\Sigma + \text{ϙ}T + \Upsilon N$
$= (\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N)$
$+ (\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ})$.

2) Nam $\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N$
$> \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ}$;
tum u. not. 1.

ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν $\Gamma\Delta$, EZ, $H\Theta$, IK, ΛM, $N\Xi$.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ τοίνυν, εἴ κα ὁμοῖα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, εἴδεα, πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἴδεος ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν˙ εἴδεα χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου· τὸν αὐτὸν γὰρ ἑξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

ΟΡΟΙ.

α΄. Εἴ κα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ καὶ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος αὐτᾶς ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ὁσακισοῦν ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ περιαγομένᾳ φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

β΄. καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς ἀρχὰ τᾶς ἕλικος.

γ΄. ἁ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς, ἀφ' ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφέρεσθαι, ἀρχὰ τῆς περιφορᾶς.

---

1 ἐντὶ] BCGH, εντη A. τὰ] AB, γα C. 3 πόρισμα] om. ABC. 4 ἀναγραφέωντι] B(C)G, αναγραφεντι A. 6 ἰσᾶν (alt.) — 7 τᾶν] *Torellius*, om. AB(C). 9 τὸ (pr.)] (C)GH, e corr.

nam hoc quoque demonstratum est [prop. 10 coroll.]; ergo ⟨omnia simul⟩ spatia, quae commemorauimus, maiora sunt quam

$$\Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2.$$

COROLLARIUM.

Quare etiam, si in omnibus rectis, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et iis, quae maximae aequales sunt, similes species construuntur, omnes species in rectis maximae aequalibus constructae ad species in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructas praeter speciem in minima constructam minorem rationem habebunt quam quadratum maximae rectae ad spatium utrique aequale, et rectangulo recta maxima minimaque comprehenso et tertiae parti quadrati excessus, quo maxima minimam excedit, ad species uero in iisdem rectis constructas praeter speciem in maxima constructam rationem eadem ratione maiorem; nam species similes eandem rationem habebunt quam quadrata [Eucl. VI, 20].

DEFINITIONES.

I. Si in plano recta linea ducitur et manente altero termino aequabiliter quoties libet circumacta rursus in eum locum restituitur, unde moueri coepta est, et, dum linea circumagitur, punctum aliquod sibi ipsi aequabiliter in recta fertur a manente termino incipiens, punctum in plano lineam spiralem describet.[1])

II. Iam terminus rectae, qui, dum ipsa circumagitur, manet, principium spiralis uocetur.

III. Positio autem rectae, unde circumagi coepta est, principium circumactionis.

---

1) Cfr. supra p. 8, 18 sqq. et Pappus IV, 30 p. 234.

E, τω A. **16** ὅροι] om. ABC. **17** α′] et numeros sequentes om. ABC. εὐθεῖα] des. C. καὶ] *Torellius*, om. AB. **18** ἰσοταχέως] BGC (qui hic rursus inc.), ισοταχει ως A. **21** ἑαυτῷ] B(C)GH, εαυτο A.

δ'. εὐθεῖα, ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω, ἂν δ' ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

ε'. τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτον καλείσθω, τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας δεύτερον καλείσθω, καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς οὕτω καλείσθω.

ϛ'. καὶ εἴ κα ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμά, τᾶς εὐθείας ταύτας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἅ κα ἁ περιφορὰ γένηται, προαγούμενα καλείσθω, τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἑπόμενα.

ζ'. ὅ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ, ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτος καλείσθω, ὁ δὲ γραφεὶς κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ τᾷ διπλασίᾳ εὐθείᾳ δεύτερος καλείσθω, καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

ιβ'.

Εἴ κα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν μιᾷ περιφορᾷ ὁποιᾳοῦν γεγραμμέναν ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι ὁποσαιοῦν ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλαλᾶν.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς αἱ *ΑΒ*, *ΑΓ*, *ΑΔ*, *ΑΕ*, *ΑΖ* ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτ' ἀλλάλας. δεικτέον, ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἁ *ΑΓ* τᾶς *ΑΒ* καὶ ἁ *ΑΔ* τᾶς *ΑΓ* καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως.

IV. Ea recta, quam in prima circumactione punctum permeauerit, quod in recta fertur, prima uocetur, quam in secunda circumactione idem punctum permeauerit, secunda, ceteraeque eodem modo circumactionum cognomines sint.

V. Spatium autem spirali in prima circumactione descripta rectaque, quae est prima, comprehensum primum uocetur, quod spirali in secunda circumactione descripta rectaque secunda comprehenditur, secundum uocetur, ceteraque deinceps eodem modo nominentur.

VI. Et si a puncto, quod principium spiralis est, recta linea ducitur, quae in eadem eius rectae parte sunt, in quam fit circumactio, praecedentia uocentur, quae in altera parte sunt, sequentia.

VII. Et circulus, cuius centrum est punctum, quod principium spiralis est, radius autem recta, quae est prima, primus uocetur, circulus autem, cuius centrum idem est, radius autem recta duplo maior, secundus uocetur, et ceteri quoque deinceps eodem modo nominentur.

XII.

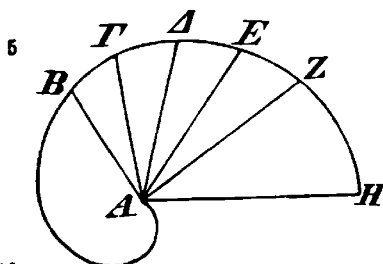
Si ad spiralem qualibet circumactione descriptam a principio spiralis rectae quotlibet ducuntur aequales angulos inter se efficientes, aequali spatio inter se excedunt.

sit spiralis, in qua rectae AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ sint[1]) aequales angulos inter se efficientes. demonstrandum, aequali spatio excedi rectam AB a recta $A\Gamma$, rectam $A\Gamma$ a recta $A\Delta$, ceterasque eodem modo.

1) Fort. scribendum lin. 27: *ἐφ' ἇς* ⟨*τὰ* *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, *ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ* *A*, *καὶ ἀπὸ τοῦ* *A* *ἐμπιπτέτωσαν*⟩ *αἱ κτλ.*

1 *εὐθεῖα, ἂν*] AC, rectum si B. *μὲν*] ABC, fort. *μέν κα.* 8 *ἐστιν*] A, *ἐστι* C. 11 *καὶ — καλείσθω*] AB, om. C. 14 *τὰ* (pr.)] addidi, om. ABC. *αὐτά*] des. C. *ἐφ' ἃ κα*] addidi, om. AB. *προαγούμενα*] e corr. G, *προαγομενα* A. 15 *θάτερα*] in -*τερα* inc. C. 18 *ἐστιν*] A, *ἐστι* C. 19 *τᾷ*] C, om. A. 22 *ιβ'*] ABC. 23 *κα*] AB, *καὶ* C. *ἕλικα*] CGH, *ελικαν* A. *τὰν ἐν*] scripsi, *τα μεν* ABC. 24 *γεγραμμέναν*] (C), *Basil.*; *γεγραμμενα* AB. 26 *ὑπερέχοντι*] CEG, *υπερεχωντι* A.

ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν ὑπεροχὰν διαπορεύεται, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐν τούτῳ διαπορεύεται τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπό τε τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται καὶ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ, καὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅ τε ΑΓ τᾶς ΑΒ καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ, καὶ αἱ λοιπαί.



ιγ'.

Εἴ κα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς τὰ Α, Β, Γ, Δ, ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Α σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΑΔ εὐθεῖα, καὶ ἐπιψαυέτω τᾶς ἕλικος εὐθεῖά τις ἁ ΖΕ. φαμὶ δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.

ἐπιψαυέτω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ δύο σαμεῖα τὰ Γ, Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΗ, καὶ ἁ γωνία δίχα τετμάσθω ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΗ, ΑΓ, καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἁ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾷ ἕλικι ποτιπίπτει, ἔστω τὸ Θ. τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει ἅ τε ΑΗ τᾶς ΑΘ καὶ ἁ ΑΘ τᾶς ΑΓ, ἐπειδὴ ἴσας γωνίας περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας· ὥστε διπλάσιαί ἐντι αἱ ΑΗ, ΑΓ

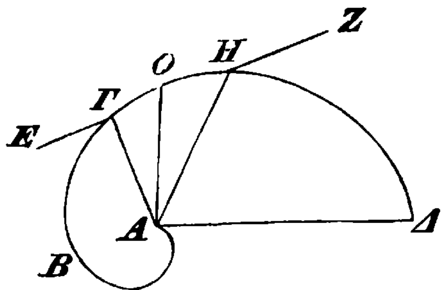
nam quo tempore recta, quae circumagitur, ab AB ad $A\Gamma$ peruenit, eo tempore punctum, quod in recta fertur, excessum permeat, quo recta ΓA rectam AB excedit, et quo tempore ab $A\Gamma$ ad $A\Delta$ peruenit, eo permeat excessum, quo recta $A\Delta$ rectam $A\Gamma$ excedit. aequali autem temporis spatio recta, quae circumagitur, ab AB ad $A\Gamma$ et ab $A\Gamma$ ad $A\Delta$ peruenit, quoniam anguli aequales sunt; eodem igitur temporis spatio punctum, quod in recta fertur, excessum permeat, quo recta ΓA rectam AB excedit, et quo recta $A\Delta$ rectam $A\Gamma$ excedit. ergo $A\Gamma$ rectam AB et $A\Delta$ rectam $A\Gamma$ aequali spatio excedunt [prop. 1], ceteraeque eodem modo.[1])

XIII.

Si recta linea spiralem contingit, in uno solo puncto continget.

sit spiralis, in qua sint puncta A, B, Γ, Δ, principium autem spiralis sit A punctum, circumactionis uero principium recta $A\Delta$, et recta aliqua EZ spiralem contingat. dico igitur, eam in uno solo puncto contingere.

contingat enim, si fieri potest, in duobus punctis Γ, H, et ducantur rectae $A\Gamma$, AH, angulus autem, qui rectis AH, $A\Gamma$ comprehenditur, in duas partes aequales secetur, et punctum, in quo recta angulum in aequales partes secans in spiralem incidit, sit Θ. aequali igitur spatio recta AH rectam $A\Theta$ excedit et recta $A\Theta$ rectam $A\Gamma$, quoniam aequales angulos inter se efficiunt [prop. 12]; quare $AH + A\Gamma = 2\,A\Theta$.



1) Hanc propositionem citat Pappus IV, 33 p. 234.

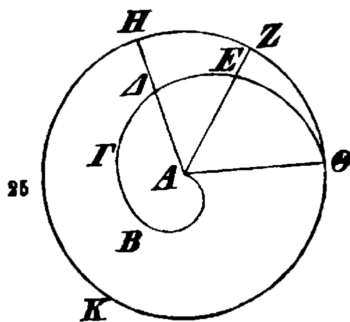
4 τᾶς] G, ταν AC. 13 des. C. 14 ΓA] $\Gamma\Delta$ AB, *ag* e corr. B. τᾶς] inc. C. 29 περιέχοντι] E, περιεχουσιν A, περιέχουσι C.

τᾶς $A\Theta$. ἀλλὰ τᾶς ἐν τῷ τριγώνῳ [τᾶς $A\Theta$] δίχα τεμνούσας τὰν γωνίαν μείζονές ἐντι ἢ διπλάσιαι· δῆλον οὖν, ὅτι, καθ' ὃ συμπίπτει σαμεῖον τᾷ ΓH εὐθείᾳ ἁ $A\Theta$, μεταξὺ τῶν Θ, A ἐντι σαμείων· τέμνει ἄρα ἁ EZ τὰν ἕλικα, ἐπειδή τι τῶν ἐν τᾷ $\Gamma\Theta H$ σαμείων ἐντός ἐστι τᾶς ἕλικος. ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύουσα· καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅπτεται ἁ EZ τᾶς ἕλικος.

ιδ'.

Εἴ κα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν εὐθειᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομενᾶν τᾶν περιφερειᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.

ἔστω ἕλιξ ἁ $AB\Gamma\Delta E\Theta$ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ A σαμεῖον, ἁ δὲ ΘA εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς ἔστω, καὶ κύκλος ὁ ΘKH ἔστω ὁ πρῶτος, ποτιπιπτόντων δὲ ἀπὸ τοῦ A σαμείου ποτὶ τὰν ἕλικα αἱ AE, $A\Delta$· καὶ ἐκπιπτόντων ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Z, H. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ AE ποτὶ τὰν $A\Delta$, ὃν ἁ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν.



sed $AH + A\Gamma$ maiores sunt quam duplo maiores recta in triangulo angulum in aequales partes secanti;[1]) adparet igitur, punctum, in quo recta $A\Theta$ in rectam ΓH incidat, inter puncta Θ, A positum esse; quare EZ spiralem secat, quoniam quoddam punctum rectae $\Gamma\Theta H$ intra spiralem est.[2]) at suppositum erat, eam contingere; ergo in uno solo puncto recta EZ spiralem tangit.

XIV.

Si ad spiralem prima circumactione descriptam duae rectae a puncto, quod principium est spiralis, ducuntur et ad ambitum primi circuli producuntur, rectae ad spiralem ductae eandem inter se rationem habebunt, quam arcus circuli inter terminum spiralis terminosque rectarum productarum, qui in ambitu sunt, positi, si arcus a termino spiralis ad praecedentia uersus sumuntur.[3])

sit spiralis $AB\Gamma\Delta E\Theta$ prima circumactione descripta, et principium spiralis sit punctum A, recta uero ΘA principium circumactionis sit, et circulus ΘKH sit primus, ab A autem puncto ad spiralem ducantur rectae AE, $A\Delta$ et ad ambitum circuli producantur ad Z, H. demonstrandum, esse

$$AE : A\Delta = \Theta KZ : \Theta KH.$$

nam ubi circumagitur recta $A\Theta$, adparet, punctum Θ in

1) De hac propositione: duo simul latera cuiusuis trianguli maiora esse quam duplo maiora recta, quae angulum ab iis comprehensum in duas partes aequales secet, cfr. ZMP. XXIV p. 178 nr. 5, Nizzius p. 133, Sturmius p. 403.
2) Cfr. Eucl. III, 16 coroll.
3) Cfr. Pappus IV, 32 p. 234.

1 τᾶς $A\Theta$] ABC; deleo. 2 μείζονές] B, e corr. G, μειζων A; in μεί- des. C. 3 ὅτι] inc. C. συμπίπτει] e corr. G, συμπιπτει το AC. 7 EZ] B, mg. G, EH AC. 11 ἐκβληθέωντι] A, ἐκβληθέων C. 14 ὃν] BCG², ων A. 21 ἁ] des. C. περιφορᾶς] in -ρᾶς inc. C. 27 τὰ] A, τὰς C. 28 ἔχοντι] CEG, εχωντι A.

περιαγομένας γὰρ τᾶς $A\Theta$ γραμμᾶς δῆλον, ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ $\Theta K H$ κύκλου περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως, τὸ δὲ A κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν $A\Theta$ γραμμὰν πορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον τὰν $\Theta K Z$ περιφέρειαν, τὸ δὲ A τὰν AE εὐθεῖαν, καὶ πάλιν τό τε A σαμεῖον τὰν $A\Delta$ γραμμὰν καὶ τὸ Θ τὰν $\Theta K H$ περιφέρειαν, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον· δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ AE ποτὶ τὰν $A\Delta$, ὃν ἁ $\Theta K Z$ περιφέρεια ποτὶ τὰν $\Theta K H$ περιφέρειαν [δέδεικται γὰρ τοῦτο ἔξω ἐν τοῖς πρώτοις].

ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ἁ ἑτέρα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβαίνει.

ιε'.

Εἰ δέ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ $AB\Gamma\Delta\Theta$, ἁ μὲν $AB\Gamma\Delta\Theta$ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ $\Theta\Lambda E M$ ἐν τᾷ δευτέρᾳ, καὶ ποτιπιπτόντων εὐθεῖαι αἱ AE, $A\Lambda$. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ $A\Lambda$ ποτὶ τὰν AE, ὃν ἁ $\Theta K Z$ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ $\Theta K H$ μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ἐν ἴσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ A σαμεῖον κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν $A\Lambda$ γραμμὰν διαπορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον

ambitu circuli $\Theta K H$ aequabiliter ferri, A autem punctum, quod in recta feratur, rectam $A\Theta$ permeare, et punctum Θ, quod in ambitu circuli feratur, arcum $\Theta K Z$ permeare, A autem rectam AE,[1]) et rursus punctum A rectam $A\Delta$ et Θ arcum $\Theta K H$, utrumque aequabiliter sibi ipsum motum; ergo adparet, esse

$$AE : A\Delta = \Theta K Z : \Theta K H \text{ [prop. 2].}^{2)}$$

eodem autem modo demonstrabimus, etiam si altera rectarum ad spiralem ductarum in terminum spiralis inciderit, idem futurum esse.

XV.

Sin ad spiralem secunda circumactione descriptam a principio spiralis rectae ducuntur, eandem rationem inter se habebunt, quam arcus, quos commemorauimus [prop. 14], adsumpto toto circuli ambitu.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta\Theta$, ita ut $AB\Gamma\Delta\Theta$ prima, $\Theta\Lambda EM$ secunda circumactione descripta sit, et ducantur ad spiralem rectae AE, $A\Lambda$. demonstrandum, rectam $A\Lambda$ ad rectam AE eandem rationem habere, quam arcus $\Theta K Z$ adsumpto toto circuli ambitu ad $\Theta K H$ adsumpto toto circuli ambitu.

nam aequali tempore punctum A, quod in recta fertur, rectam $A\Lambda$ permeat, et punctum Θ, quod in ambitu circuli fertur, totum circuli ambitum praetereaque arcum $\Theta K Z$

---

1) Sc. eodem temporis spatio.

2) Neque ἔξω neque τοῖς πρώτοις ab Archimede profectum esse potest; quare uerba inutilia δέδεικται lin. 11 — πρώτοις lin. 12 interpolatori tribuo.

---

4 πορεύεται] C, πεπορευεται A, πεπόρευται G. 10 ἔχοντι] CEG, εχωντι A. 13 ἁ] A, om. C. 14 ὅτι] addidi, om. ABC; cfr. p. 54, 12; 58, 17. 15 συμβαίνει] A, συμβαίνειν CG (τὸ αὐτὸ συμβαίνει om. B). 17 δέ] A, om. BC. 21 λαμβανομένας] fort. scrib. α′ (h. e. ἅπαξ) λαμβανομένας. 22 ἁ (pr.)] A, αἱ C; fort. scribendum τὰ A, B, Γ, Δ, Θ; ἁ $AB\Gamma\Delta\Theta E\Lambda M$ *Torellius.* 24 ποτιπιπτόντων] G, ποτιπίπτοντι CE, ποτιπιπτωντι A. 25 ἔχοντι] CEG, εχωντι A. 29 ἴσῳ] B, οσω AC.

ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ πάλιν τὸ Α σαμεῖον τὰν ΑΕ εὐθεῖαν καὶ τὸ Θ ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν ΘΚΗ, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον· δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΑΛ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἁ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας.

τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπεσῶντι εὐθεῖαι, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας δὶς λαμβανομένας· ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομένας, ὅσος ἐστὶν ὁ ἑνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν, καὶ εἴ κα ἁ ποτιπίπτουσα ἁ ἑτέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

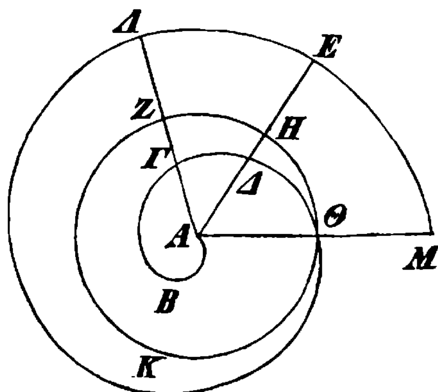
ιϛʹ.

Εἴ κα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἀνίσοι ἐσσοῦνται καὶ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

---

3 καὶ τὸ Θ] *Torellius*, κατα το Ε ABC. 5 ἑαυτῷ] C, αυτω A. 6 ἔχοντι] CEG, εχωντι A. ΑΛ] des. C. 7 περιφέρεια] inc. C. 10 εἴ κα] A, ἦν C. 12 ὅτι] *Nizzius*, om.

permeat, ac rursus punctum *A* rectam *AE* permeat et punctum *Θ* totum ambitum circuli praetereaque arcum *ΘKH*, utrumque aequabiliter sibi ipsum motum; ergo adparet, eandem habere rationem *AΔ* : *AE*, quam arcus *ΘKZ* cum toto ambitu circuli ad arcum *ΘKH* cum toto ambitu circuli [prop. 2].



eodem autem modo demonstrabimus, etiam si ad spiralem tertia circumactione descriptam rectae ducantur, eas eandem inter se rationem habituras esse, quam arcus, quos significauimus, cum toto ambitu circuli bis sumpto; et eodem modo etiam rectae ad ceteras spirales ductae eandem rationem habere demonstrabuntur, quam arcus, quos significauimus, cum toto ambitu circuli toties sumpto, quoties indicat numerus uno minor numero circumactionum, etiam si altera rectarum ductarum in terminum spiralis incidat.

XVI.

Si spiralem prima circumactione descriptam linea recta contingit, et a puncto contactus ad punctum, quod principium spiralis est, linea recta ducitur, anguli, quos recta contingens cum recta ad eam ducta efficit, inaequales erunt, et angulus, qui in praecedentibus est, obtusus erit, angulus autem, qui in sequentibus est, acutus.

ABC. **13** *αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι*] AB, *ἁ εἰρημένα περιφέρεια* C. **16** *ἔχοντι*] CEG, *εχωντι* A. *αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι*] *Torellius*, *α ειρημενα περιφερεια* ABC. **17** *τοσαυτάκις*] BG, *τοσαυτας* AC. **18** *ἑνὶ*] BG, *εν* A(C). **19** *ἑτέρα*] scripsi coll. p. 52, 13; *εκατερα* ABC. **24** hic alicubi des. C. *ἀρχὰ*] inc. C. **26** *ἑσσοῦνται*] CG, *εσουνται* A. **27** *προαγουμένοις*] (C)G, *προαγομενοις* A.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς τὰ Α, Β, Γ, Δ, Θ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἔστω τὸ μὲν Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ ΑΘ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὅ τε πρῶτος κύκλος ὁ ΘΚΗ, ἐπιψαυέτω δέ τις εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἁ ΕΔΖ κατὰ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Α ἐπεξεύχθω ἁ ΔΑ. δεικτέον, ὅτι ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΑΔ ἀμβλεῖαν ποιεῖ γωνίαν.

γεγράφθω κύκλος ὁ ΔΤΝ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τᾷ ΑΔ· ἀναγκαῖον δὴ τούτου τοῦ κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις περιφέρειαν ἐντὸς πίπτειν τᾶς ἕλικος, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτὸς διὰ τὸ τᾶν ἀπὸ τοῦ Α ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτουσᾶν εὐθειᾶν τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις μείζονας εἶμεν τᾶς ΑΔ, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλάσσονας. ὅτι μὲν οὖν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΔΖ οὐκ ἔστιν ὀξεῖα, δῆλον, ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου, ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἔστι, δεικτέον οὕτως· ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθά· ἁ ἄρα ΕΔΖ ἐπιψαύει τοῦ ΔΤΝ κύλου. δυνατὸν δή ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας

sit spiralis, in qua sint puncta A, B, Γ, Δ, Θ, prima circumactione descripta, et punctum A principium sit spiralis, recta autem $A\Theta$ principium circumactionis, et primus circulus ΘKH, linea autem recta $E\Delta Z$ spiralem contingat in puncto Δ, et a puncto Δ ad A ducatur recta ΔA. demonstrandum, rectam ΔZ ad rectam $A\Delta$ obtusum angulum efficere.

describatur circulus ΔTN, cuius centrum sit A, radius autem $A\Delta$; necesse est igitur, huius circuli arcum, qui in praecedentibus est, intra spiralem cadere, qui in sequentibus est, extra, quia rectarum ab A ad spiralem ductarum quae in praecedentibus sunt, maiores sunt recta $A\Delta$, quae in sequentibus sunt, minores. angulum igitur rectis $A\Delta$, ΔZ comprehensum acutum non esse, adparet, cum maior sit angulo semicirculi,[1]) rectum uero eum non esse, ita demonstrandum est: sit enim, si fieri potest, rectus; itaque recta $E\Delta Z$ circulum ΔTN contingit [Eucl. III, 16 coroll.]. fieri igitur potest, ut ab A recta ad rectam contingentem ducatur, ita ut recta inter contingentem ambitumque circuli posita ad radium circuli minorem rationem habeat, quam habet arcus inter punctum contactus rectamque ad contingentem ductam positus ad datum arcum [prop. 5]. ducatur igitur ad rectam contingentem recta AI; ea igitur spiralem

1) H. e. angulo inter rectam $A\Delta$ et arcum ΔPT comprehenso, qui maior est quolibet acuto angulo rectilineo (Eucl. III, 16); quare, cum hic angulus pars sit anguli $A\Delta Z$, adparet, hunc acutum certe non esse (Eucl. I κοιν. ἔνν. 8).

5 $E\Delta Z$] scripsi, ΔEZ AB(C). 9 τᾷ] C, τω A. 10 τὰν] G, e corr. H, τα AC. προαγουμένοις] G, προαγευμένοις C, προαγομενοις A. 19 προαγουμένοις] A, προαγευμένοις C. 26 δυνατόν] in δυ- des. C. ἐπιψαύει] in -ει inc. C. 27 ἀπὸ] BCGH, α A.

περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν. ποτιπιπτέτω δὴ ἁ ΑΙ· τεμεῖ δὴ αὔτα τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Λ, τὰν δὲ τοῦ ΔΝΤ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ· καὶ ἐχέτω ἁ ΡΙ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν· καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΙΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΡΔΝΤ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν, τουτέστιν ὃν ἔχει ἁ ΣΗΚΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν. ὃν δὲ ἁ ΣΗΚΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΑΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΔ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΑΙ ποτὶ τὰν ΑΡ ἤπερ ἁ ΛΑ ποτὶ τὰν ΑΔ· ὅπερ ἀδύνατον· ἴσα γὰρ ἁ ΡΑ τᾷ ΑΔ. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΔΖ. δέδεικται δέ, ὅτι οὐδὲ ὀξεῖα· ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. ὥστε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστιν.

ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

ιξ΄.

Καὶ τοίνυν, εἴ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

ἐπιψανέτω γὰρ ἁ ΕΖ εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ Δ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ὁμοίως δὴ τᾶς τοῦ ΡΝΔ κύκλου περιφερείας τὰ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις τᾶς ἕλικος ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός· ἁ οὖν γωνία ἁ ὑπὸ τᾶν ΑΔΖ οὐκ ἔστιν ὀρθά, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθά· ἐπιψαύσει δὴ ἁ ΕΖ τοῦ ΡΝΔ κύκλου κατὰ τὸ Δ. ἄχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ἁ ΑΙ καὶ τεμ-

in puncto A, ambitum autem circuli ΔNT in puncto P secabit; et sit $PI : AP < \Delta P : \Delta NT$; quare etiam

$$IA : AP < P\Delta NT : \Delta NT,^{1)}$$

h. e. $< \Sigma HK\Theta : HK\Theta.$[2]) sed $\Sigma HK\Theta : HK\Theta = AA : A\Delta$; hoc enim demonstratum est [prop. 14]; itaque

$$AI : AP < AA : A\Delta;$$

quod fieri non potest; nam $PA = A\Delta$[3]) [Eucl. V, 8]. itaque angulus rectis $A\Delta$, ΔZ comprehensus rectus non est. et demonstratum est, ne acutum quidem eum esse; itaque obtusus est. ergo reliquus angulus acutus est.

et eodem modo demonstrabitur, etiam si recta spiralem contingens in termino contingat, idem futurum esse.

XVII.

Iam uero, etiam si spiralem secunda circumactione descriptam recta contingit, idem futurum est.

nam recta EZ spiralem secunda circumactione descriptam in puncto Δ contingat, et cetera eodem modo, quo supra [prop. 16], comparentur. itaque, ut supra, ea pars ambitus circuli $PN\Delta$, quae in praecedentibus est, intra spiralem cadet, quae in sequentibus est, extra; angulus igitur rectis $A\Delta$, ΔZ comprehensus rectus non est, sed obtusus. sit enim, si fieri potest, rectus; recta EZ igitur circulum $PN\Delta$

---

1) Sc. συνθέντι, u. Pappus VII, 46 p. 686.

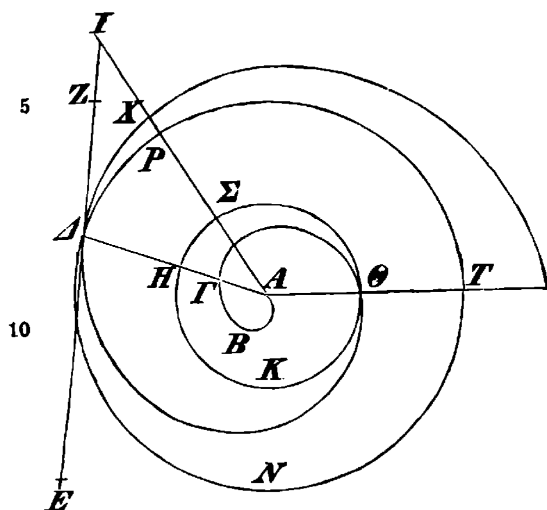
2) Nam $P\Delta NT : \Delta NT = \angle PAT\ (> 180^\circ) : \Delta AT\ (> 180^\circ) = \Sigma HK\Theta : HK\Theta$ (Eucl. VI, 33).

3) Et $IA > AA$, quod addi uoluit Commandinus lin. 13. sed fortasse ἴσα — $A\Delta$ lin. 13 interpolatoris sunt (cfr. p. 61 not. 3).

---

1 περιφέρεια] scripsi, periferiā e corr. B, περιφερειας AC. ποτὶ] AB, ὅτι comp. C. 3 κύκλου περιφέρειαν] scripsi, περιφερειαν κυκλου AC; cfr. lin. 25. 8 $HK\Theta$] CD[2], $K\Theta$ AB. 13 $A\Delta$] AB, ΔA C. ἄρα ἐστὶν] A; ἐστὶν ἄρα C, sed corr. 16 δὲ] C, om. AB. καὶ] des. C. 17 κατὰ] inc. C. ἐπιψαύῃ] A, ἐπιψαύει C. ὅτι] addidi, om. ABC. 22 EZ] C, e corr. B, AZ A. 23 περιφορᾷ] BCG, περιφορας A. 25 κύκλου περιφερείας] scripsi, περιφερειας κυκλου AC. προαγουμένοις] A, προαγευμένοις C. 30 ἁ] A, αἱ C.

νέτω τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Χ, τὰν δὲ τοῦ ΡΝΔ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ, ἐχέτω δὲ ἁ ΡΙ ποτὶ ΡΑ



ἐλάσσονα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ ὅλαν τὰν τοῦ ΔΡΝ κύκλου περιφέρειαν καὶ [ποτὶ] τὰν ΔΝΤ· δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν· καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΙΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΡΔΝΤ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἁ ΡΔΝΤ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΔΝΤΡ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΔΝΤΡ κύκλου περιφερείας, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΣΗΚΘ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τᾶς ΘΣΗΚ ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΣΗΚ κύκλου περιφερείας, ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΧΑ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΔ εὐθεῖαν· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΙΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἁ ΑΧ ποτὶ τὰν ΑΔ· ὅπερ ἀδύνατον [ἴση μὲν γὰρ ἡ ΡΑ τῇ ΑΔ, μείζων δὲ ἡ ΙΑ τῆς ΑΧ]. δῆλον οὖν, ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΑΔΖ· ὥστε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι.

τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ εἴ κα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ.

in puncto Δ continget [Eucl. III, 16 coroll.]. rursus igitur ad rectam contingentem ducatur recta AI et spiralem in puncto X, ambitum autem circuli $PN\Delta$ in puncto P secet, sit autem $PI : PA < \Delta P : \Delta PN$[1]) $+ \Delta NT$; nam demonstratum est, hoc fieri posse [prop. 5]; quare erit [p. 59 not. 1] $IA : AP < P\Delta NT + \Delta PN$[1]) $: \Delta NT + \Delta PN.$[1]) est autem

$$P\Delta NT + \Delta NTP : \Delta NT + \Delta NTP$$

$$= \Sigma HK\Theta + \Theta\Sigma HK^{2)} : HK\Theta + \Theta\Sigma HK = XA : A\Delta;$$

hoc enim demonstratum est [prop. 15]; quare erit

$$IA : AP < AX : A\Delta;$$

quod fieri non potest.[3]) adparet igitur, angulum rectis $A\Delta$, ΔZ comprehensum obtusum esse;[4]) ergo reliquus angulus acutus est.

eadem autem euenient, etiam si recta contingens in termino spiralis contigerit.

---

1) H. e. totus ambitus circuli ΔPN siue ΔNTP (lin. 17, 19).

2) H. e. totus ambitus circuli $\Theta\Sigma HK$. proportio autem hoc modo sequitur. sit $P\Delta NT = P_1$, $\Delta NTP = C$, $\Delta NT = P$, $\Sigma HK\Theta = p_1$, $\Theta\Sigma HK = c$, $HK\Theta = p$. erit igitur $P_1 : p_1 = C : c$ (Eucl. VI, 33 coroll., ZMP. XXIV p. 181 nr. 14); quare $P_1 + C : p_1 + c = P_1 : p_1$. praeterea $P : p = C : c$ et $P + C : p + c = P : p$. sed $P_1 : p_1 = P : p$ [p. 59 not. 2); itaque $P_1 + C : p_1 + c = P + C : p + c$, et $P_1 + C : P + C = p_1 + c : p + c$ [Eucl. V, 16].

3) Nam $PA = A\Delta$ et $IA > AX$. sed putauerim, uerba ἴση μὲν lin. 27 — τῆς AX lin. 28 subditiua esse, quia Archimedes, si causam plene adferre uoluisset, hoc sine dubio non hoc loco, sed supra p. 58, 13 fecisset, ubi leuis tantum significatio additur, ipsa quoque fortasse interpolata. et formae uulgares constanter usurpatae ita facilius explicantur. cfr. tamen p. 64, 25.

4) Nam ne acutus quidem est; u. p. 57 not. 1.

---

6 κύκλου] in κύ- des. C. 7 ποτί] AB; deleo. 8 ΔNT] inc. C. 20 περιφέρεια] CH, περιφερειαν A. In fig. O pro Θ hab. A, corr. E; Σ (Ϲ) e corr. B, in quo additus est circulus spiralem comprehendens. 26 ἁ (alt.)] ἡ EH, om. A(C). 31 ἐπιψαύῃ] A, ἐπιψαύοι C.

ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴ κα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖαν.

ιη'.

Εἴ κα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐσσεῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

ἔστω ἕλιξ ἁ $AB\Gamma\Delta\Theta$, ἔστω δὲ τὸ A σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ ΘA γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ ΘHK κύκλος ὁ πρῶτος, ἐπιψαυέτω δέ τις τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ ἁ ΘZ, καὶ ἀπὸ τοῦ A ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΘA ἁ AZ· συμπεσεῖται δὴ αὕτα ποτὶ τὰν ΘZ, ἐπεὶ αἱ $Z\Theta$, ΘA ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι. συμπιπτέτω κατὰ τὸ Z. δεικτέον, ὅτι ἁ ZA ἴσα ἐστὶ τᾷ τοῦ ΘKH κύκλου περιφερείᾳ.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. ἔλαβον δή τινα εὐθεῖαν τὰν ΛA τᾶς μὲν ZA εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τοῦ ΘHK κύκλου περιφερείας μείζονα. ἔστιν δὴ κύκλος

---

2 περιφορᾷ] B, om. A(C). ἐπιψαύῃ] A, ἐπιψαύει C. 3 κα] A, om. C. 5 προαγουμένοις] A, προαγευμένοις C. 6 ἑξῆς τὸ σχῆμα C seq. fig. 12 συμπεσεῖται] CEGH, συνπεσειται A. 13 τᾶς ἕλικος] A, bis C. 18 κατὰ] des. C. ποτ'] inc. C. 26 ἔστιν] A, ἔστι C.

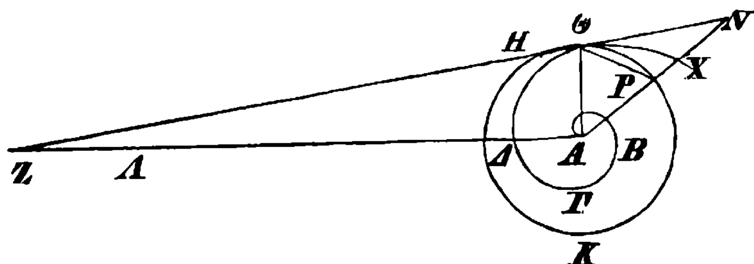
et eodem modo demonstrabimus, etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam recta aliqua contingat, etiam si in termino eius contingat, angulos eam ad rectam a puncto contactus ad principium spiralis ductam inaequales facturam esse, et angulum in praecedentibus positum obtusum, qui in sequentibus positus sit, acutum [cfr. prop. 15 p. 54, 10 sqq.].

XVIII.

Si spiralem prima circumactione descriptam linea recta contigerit in termino spiralis, et a puncto, quod principium est spiralis, recta ad principium circumactionis perpendicularis ducta erit, recta ita ducta in contingentem incurret, et recta inter contingentem principiumque spiralis posita aequalis erit ambitui circuli primi.[1])

sit spiralis $ABΓΔΘ$, et punctum A principium spiralis sit, recta autem $ΘA$ principium circumactionis, circulusque $ΘHK$ primus, recta autem aliqua $ΘZ$ spiralem contingat in puncto $Θ$, et a puncto A ad rectam $ΘA$ perpendicularis ducatur recta AZ; ea igitur in rectam $ΘZ$ incurret, quoniam rectae $ZΘ$, $ΘA$ acutum angulum comprehendunt [prop. 16; Eucl. I post. 5]. incidat in eam in puncto Z. demonstrandum, rectam ZA aequalem esse ambitui circuli $ΘKH$.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, maior. sumpsi igitur rectam aliquam



$ΛA$ minorem recta ZA, maiorem autem ambitu circuli $ΘHK$ [prop. 4]. itaque datus est circulus quidam $ΘHK$

1) Cfr. p. 8, 28 sqq. de Pappo IV, 59 u. Zeuthen, Die Lehre von d. Kegelschnitten im Altert. p. 258 sqq.

τις ὁ ΘΗΚ καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΘΗ καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, διότι καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΖ· δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν τὰν ΑΝ, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΝΡ ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· ἕξει οὖν ἁ ΝΡ ποτὶ τὰν ΡΑ λόγον, ὃν ἁ ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΛ. ἁ δὲ ΘΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἁ μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζων· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἕξει καὶ ἁ ΝΡ ποτὶ ΡΑ ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· καὶ ὅλα οὖν ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἤπερ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον· ἁ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ΑΧ, ἁ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΘΑ. οὐκ ἄρα μείζων ἁ ΖΑ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ ΘΗΚ.

ἔστω δὴ πάλιν, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἁ ΖΑ τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας. ἔλαβον δή τινα εὐθεῖαν πάλιν τὰν ΑΛ τᾶς μὲν ΑΖ μείζονα, τᾶς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα, καὶ ἄγω ἀπὸ τοῦ

et in circulo recta ΘH minor diametro,[1]) et ratio $\Theta A : AA$ maior ea, quam habet dimidia recta $H\Theta$ ad rectam a puncto A ad eam perpendicularem ductam, quia ea quoque minor est, quam habet

$$\Theta A : AZ;^{2})$$

fieri igitur potest, ut ab A ad rectam productam AN recta ducatur, ita ut sit $NP : \Theta P = \Theta A : AA$ [prop. 7]; erit igitur $NP : PA = \Theta P : AA$.[3]) sed recta ΘP ad AA minorem rationem habet quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK; nam recta ΘP minor est arcu ΘP et recta AA maior ambitu circuli ΘHK [p. 62, 25]; quare etiam recta NP ad PA minorem rationem habebit quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK; itaque etiam tota recta NA ad rectam AP minorem rationem habet quam arcus ΘP cum toto ambitu circuli ad ambitum circuli ΘHK [p. 59 not. 1]. sed quam rationem habet arcus ΘP cum toto ambitu circuli ΘHK ad ambitum circuli ΘHK, eam habet $XA : A\Theta$; hoc enim demonstratum est [prop. 15]; quare erit $NA : AP < XA : A\Theta$; quod fieri non potest; nam $NA > AX$, et $AP = \Theta A$. itaque recta ZA maior non erit ambitu circuli ΘHK.

rursus, si fieri potest, recta ZA minor sit ambitu circuli ΘHK. sumpsi igitur rursus rectam aliquam AA recta AZ maiorem, ambitu autem circuli ΘHK minorem [prop. 4], et

---

1) Nam ΘZ, spiralem contingens, extra eam cadet, nec per punctum A transire potest; tum u. Eucl. III, 7.

2) Nam $AA > ZA$ (tum u. Eucl. V, 8). et, si ducitur recta ab A ad $H\Theta$ perpendicularis, eam in duas partes aequales secabit (Eucl. III, 3), et efficietur triangulus similis triangulo $A\Theta Z$ (Eucl. VI, 8); tum u. Eucl. VI, 4.

3) Nam $NP : \Theta A = \Theta P : AA$ (Eucl. V, 16), et $\Theta A = PA$.

---

12 ΘHK] C, ΘH AB. **13** εὐθεῖα] in εὐ- des. C. **14** περιφερείας] in -ρείας inc. C. **22** τάν] CG, τον A. **23** ἄρα] B, om. AC. **28** ιθ' add. AC, non B. **31** περιφερείας] in περι- des. C. τοῦ] inc. C.

Θ τὰν ΘΜ παράλληλον τᾷ ΑΖ. πάλιν οὖν κύκλος ἐστὶν ὁ ΘΗΚ καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τᾶς διαμέτρου ἁ ΘΗ καὶ ἄλλα ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Θ καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΔ, ἐλάσσων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, ἐπειδὴ καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΖ, ἐλάσσων ἐστί· δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ἀγαγεῖν τὰν ΑΠ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν ΡΝ τὰν μεταξὺ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας καὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὰν ΘΠ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· τεμεῖ δὴ ἁ ΑΠ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ· καὶ ἕξει καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ὃν ἁ ΘΠ ποτὶ ΑΛ. ἁ δὲ ΘΠ ποτὶ τὰν ΑΛ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἁ μὲν γὰρ ΘΠ εὐθεῖα μείζων ἐστὶν τᾶς ΘΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ ἐλάσσων τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΠΡ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ὥστε καὶ ἁ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΘΑ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΧ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ ἢ ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΧ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μεί-

5 *ΗΘ*] AB, *ΘΗ* C. 10 *τὰν* (alt.)] C, om. A. 17 *ἐστὶν*] C, *εστι* A. 20 *ἢ ἁ*] AB, *ἡ* C. 22 *ΘΗΚ*] BCGD², *ΘΝΚ* A. 24 *περιφέρεια*] in *πε-* des. C. *περιφέρειαν*] in *-ρειαν* inc. C. *τοῦτον*] AB, *ταυτον* C.

a puncto Θ rectae AZ parallelam duco rectam ΘM. rursus igitur datus est circulus ΘHK et in eo recta diametro minor

ΘH [p. 65 not. 1] et alia recta ⟨ΘM⟩ circulum in puncto Θ contingens [Eucl. III, 16 coroll.] et ratio $A\Theta : A\varDelta$ minor ea, quam habet dimidia recta $H\Theta$ ad rectam a puncto A ad eam perpendicularem ductam, quoniam minor est ea, quam habet $\Theta A : AZ$ [p. 65 not. 2]; fieri igitur potest, ut ab A ad rectam contingentem ducatur recta $A\Pi$, ita ut sit $PN : \Theta\Pi = \Theta A : A\varDelta$ [prop. 8]; recta $A\Pi$ igitur circulum in puncto P secabit, spiralem autem in puncto X; et permutando erit etiam [Eucl. V, 16] $NP : PA$[1]) $= \Theta\Pi : A\varDelta$. recta autem $\Theta\Pi$ ad $A\varDelta$ maiorem rationem habet quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK; nam recta $\Theta\Pi$ maior est arcu ΘP[2]) et $A\varDelta$ minor ambitu circuli ΘHK [p. 64, 30]; itaque maiorem rationem habet $NP : AP$ quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK; quare etiam $PA : NA$ maiorem rationem habet quam ambitus circuli ΘHK ad arcum ΘKP.[3]) sed quam rationem habet ambitus circuli ΘHK ad arcum ΘKP, eam habet $\Theta A : AX$; hoc enim demonstratum est

1) Nam $PA = \Theta A$.

2) Si a Π circulum contingens ducitur $\Pi H'$, erit $H'\Pi + \Pi\Theta$ maior arcu $H'\Theta$ (De sph. et cyl. I post. 2 p. 8, 5); sed $H'\Pi + \Pi\Theta = 2\,\Theta\Pi$ (ZMP. XXIV p. 181 nr. 15), et arcus

$$H'\Theta = 2\,\Theta P, \text{ h. e. } \Theta\Pi > \Theta P.$$

3) Nam ἀνάπαλιν est $AP : NP < \Theta HK : \Theta P$ (Pappus VII, 49 p. 688), et ἀναστρέψαντι $AP : AN > \Theta HK : \Theta KP$ (Pappus VII, 48 p. 686).

ζων ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ἁ *ΖΑ* τᾶς τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφερείας· ἴσα ἄρα.

ιθ'.

Εἰ δέ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὕτα ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

ἔστω γὰρ ἁ μὲν *ΑΒΓΘ* ἕλιξ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ *ΘΕΤ* ἐν τᾷ δευτέρᾳ, καὶ ὁ μὲν *ΘΚΗ* κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ *ΤΜΝ* ὁ δεύτερος, ἔστω δέ τις γραμμὰ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ *Τ* ἁ *ΤΖ*, ἁ δὲ *ΖΑ* ποτ' ὀρθὰς ἄχθω τᾷ *ΤΑ*· συμπεσεῖται δὲ αὕτα τᾷ *ΤΖ* διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν ἐοῦσαν τὰν ὑπὸ τᾶν *ΑΤΖ*. δεικτέον, ὅτι ἁ *ΖΑ* εὐθεῖα διπλασία ἐντὶ τᾶς τοῦ *ΤΜΝ* κύκλου περιφερείας.

εἰ γὰρ μή ἐστιν διπλασία, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ διπλασία, καὶ λελάφθω τις εὐθεῖα ἁ *ΛΑ* τᾶς μὲν *ΖΑ* εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ *ΤΜΝ* κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. ἔστιν δή τις κύκλος ὁ *ΤΜΝ* καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ δεδομένα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ *ΤΝ*, καὶ ὃν ἔχει ἁ *ΤΑ* ποτὶ τὰν *ΑΛ*, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς *ΤΝ* ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ *Α* κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν· δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ *Α* ποτιβαλεῖν τὰν *ΑΣ* ποτὶ τὰν *ΤΝ* ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς

[prop. 14]; erit igitur $PA : AN > \Theta A : AX$; quod fieri non potest.[1]) itaque recta ZA neque maior est neque minor ambitu circuli ΘHK; ergo aequalis est.

XIX.

Sin spiralem secunda circumactione descriptam in termino contingit recta, et a principio spiralis recta ad principium circumactionis perpendicularis ducitur, ea in rectam contingentem incidet, et recta inter contingentem principiumque spiralis posita duplo maior erit ambitu circuli secundi.

nam spiralis $AB\Gamma\Theta$ prima circumactione descripta sit, ΘET autem secunda, et circulus ΘKH primus sit, TMN autem secundus, et recta aliqua TZ spiralem in puncto T contingat, recta autem ZA ad rectam TA perpendicularis ducatur; ea autem in rectam TZ incidet, quia demonstratum est, angulum rectis AT, TZ comprehensum acutum esse [prop. 17 p. 60, 29]. demonstrandum, rectam ZA duplo maiorem esse ambitu circuli TMN.

nam si duplo maior non est, aut maior est aut minor quam duplo maior. sit prius, si fieri potest, maior quam duplex, et sumatur recta ΛA minor quam duplo maior recta ZA, sed maior quam duplo maior ambitu circuli TMN [prop. 4]. itaque datus est circulus TMN et in circulo recta TN minor diametro [p. 65 not. 1] et ⟨ratio⟩ $TA : A\Lambda$ maior ea, quam habet dimidia recta TN ad rectam ab A ad eam perpendicularem ductam [p. 65 not. 2]; fieri igitur potest, ut ab A recta $A\Sigma$ ad rectam TN productam ita

1) Nam $PA = \Theta A$ et $AN > AX$; tum u. Eucl. V, 8.

3 ιϑ′] B, κ′ A(C). 4 κα] scripsi, κατα A, καὶ C, om. B. 5 ἐπιψαύῃ *Torellius*, επιψανοι A(C). 7 συμπεσεῖται] EGH(C), συνπεσειται A. 9 ἀρχᾶς] BC, αρχας και A. 16 δὲ] AB(C), δὴ G. αὗτα] G, τᾳ αυτᾳ A(C), ipsi B. 20 ἐστιν] C, εστι A. 25 γραμμὰ δεδομένα] scripsi, γραμμὰ G, γεγραμμενα ABC. 26 ἁ (alt.)] A, λόγον ἁ G (et proportio, quam habet quae B). 27 μείζων] A, μεί|μείζων C. 28 ἀγμέναν] C, αγομεναν A.

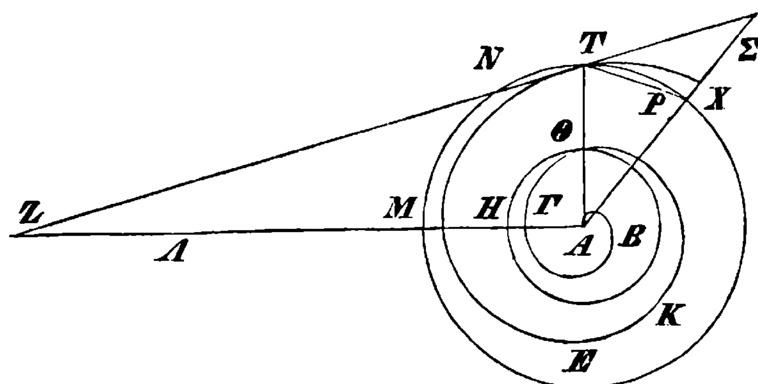
περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· τεμεῖ δὴ ἁ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ Χ· καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἁ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. ἁ δὲ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν· ἔστιν γὰρ ἁ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς ΤΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας· ὅλα οὖν ἁ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δὶς εἰρημένας ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δὶς εἰρημέναν. ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἁ ΖΑ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἢ διπλασία. δῆλον οὖν, ὅτι διπλασία ἐστίν.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ᾽ ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὅτι πολλαπλασία ἐστὶν

---

2 *ἔχειν*] G, *εχει* A(C). 7 *διπλασίαν*] CGH, e corr. E[2], *διπλασια* A. *ΤΜΝ*] G, e corr. B, *ΜΝ* ABC. **11** *λόγον*] des. C. **12** *τᾶς*] inc. C. **14** *τοῦ*] C, om. A. **22** *ὅτι*] AB, om. C. *ἐλάσσων*] C, *ελαττων* A. **28** *συμπίπτῃ*] A, *συμπίπτει* C. *ὅτι*] *Nizzius*, om. ABC. *ἐστὶν*] C, *εστι* A.

ducatur, ut sit $P\Sigma : TP = TA : A\varDelta$; recta $A\Sigma$ igitur circulum in puncto P secabit, spiralem autem in puncto X; et permutando erit [Eucl. V, 16] $P\Sigma : TA = TP : A\varDelta$. sed ratio TP



$: A\varDelta$ minor est ea, quam habet arcus TP ad duplicem ambitum circuli TMN; nam recta TP minor est arcu TP et recta $A\varDelta$ maior quam duplo maior ambitu circuli TMN; quare recta $P\Sigma$ ad AP[1]) minorem rationem habet quam arcus TP ad duplicem ambitum circuli TMN; itaque tota recta ΣA ad AP minorem rationem habet quam arcus TP cum ambitu circuli TMN bis numerato ad ambitum circuli TMN bis numeratum [p. 59 not. 1]. sed quam rationem habent ambitus, quos significauimus, eam habet $XA : AT$; hoc enim demonstratum est [prop. 15 p. 54, 19]; itaque $A\Sigma : AP < XA : TA$; quod fieri non potest.[2]) itaque recta ZA maior non est quam duplo maior ambitu circuli TMN. similiter autem demonstrabimus, eam ne minorem quidem esse quam duplo maiorem; ergo adparet, eam duplo maiorem esse.

et eodem modo demonstrandum, etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam recta in termino spiralis contingat, a principio autem spiralis recta ad principium circumactionis perpendicularis ducta in contingentem incidat, eam toties multiplicem esse quam ambitum circuli secundum

1) Nam $AP = AT$.
2) Nam $A\Sigma > XA$ et $AP = TA$; tum u. Eucl. V, 8.

τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

κ΄.

Εἴ κα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ, ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ᾽ ὀρθὰς τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ, συμπεσεῖται αὕτα ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιος καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς τομᾶς, καθ᾽ ἃν τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ᾽ ἇς ἁ $ΑΒΓΔ$, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαυέτω τις αὐτᾶς εὐθεῖα ἁ $ΕΖ$ κατὰ τὸ $Δ$, ἀπὸ δὲ τοῦ $Δ$ ποτὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπεζεύχθω ἁ $ΑΔ$, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $Α$, διαστήματι δὲ τῷ $ΑΔ$ κύκλος γεγράφθω ὁ $ΔΜΝ$, τεμνέτω δ᾽ οὗτος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸ $Κ$, ἄχθω δὲ ἁ $ΖΑ$ ποτὶ τὰν $ΑΔ$ ὀρθά. ὅτι μὲν οὖν αὕτα συμπίπτει, δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα ἐστὶν ἁ $ΖΑ$ εὐθεῖα τᾷ $ΚΜΝΔ$ περιφερείᾳ, δεικτέον.

---

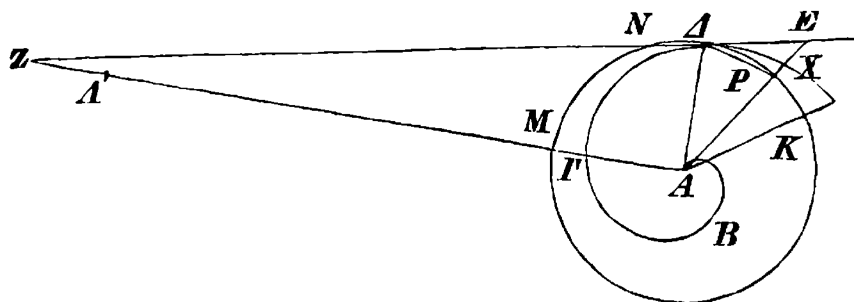
3 κ΄] B, κα΄ A(C). **9** τᾷ] G², om. A(C). **12** συμπτώσιος] scripsi, συμπτωσιας A(C). **14** τᾷ] G², τας AC. ἂν] B, ο AC. **16** προαγούμενα] G, προαγευμενα AC. **18** περιφορᾷ] C, postea add. B, om. A. **19** $ΕΖ$] C, $ΑΕΖ$ A, $ΕΔΖ$ B. **21** ἐπεζεύχθω] des. C. διαστήματι] in -αστ- inc. C. **22** οὗτος] BC, ουτω(ς) A.

numerum circumactionis nominati, quoties indicet idem numerus [prop. 15 p. 54, 10; 17 p. 62, 1].

XX.

Si spiralem prima circumactione descriptam recta linea contingit extra terminum spiralis, a puncto autem contactus ad principium spiralis recta ducitur, et circulus describitur, cuius centrum est principium spiralis, radius autem recta ducta, et a principio spiralis recta ducitur ad rectam a puncto contactus ad principium spiralis ductam perpendicularis, ea in rectam contingentem incidet, et recta inter punctum concursionis principiumque spiralis posita aequalis erit arcui circuli descripti inter punctum contactus sectionemque posito, in qua circulus descriptus principium circumactionis secat, arcu a puncto in principio circumactionis posito ad praecedentia uersus sumpto.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta$, prima circumactione descripta, eamque recta aliqua EZ in puncto Δ contingat, a puncto Δ autem ad principium spiralis ducatur $A\Delta$, et centro A, radio autem $A\Delta$ describatur circulus ΔMN, qui principium circumactionis in puncto K secet, et ducatur



recta ZA ad rectam $A\Delta$ perpendicularis. adparet igitur, eam concurrere;[1]) demonstrandum autem, rectam ZA etiam aequalem esse arcui $KMN\Delta$.

nam si non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, maior, et sumatur recta ΛA minor recta ZA,

1) Sc. cum $Z\Delta$. nam $\angle A\Delta Z$ acutus est (prop. 16).

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω, εἰ δυνατόν, πρότερον μείζων, λελάφθω δέ τις ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. πάλιν δὴ κύκλος ἐστὶν ὁ ΚΜΝ καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΔΝ καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΔΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν· δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν· ἕξει οὖν καὶ ἁ ΕΡ ποτὶ τὰν ΑΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. ἁ δὲ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν, ἐπεὶ ἁ μὲν ΔΡ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΔΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ μείζων τᾶς ΚΜΔ περιφερείας· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ἁ ΕΡ εὐθεῖα ποτὶ ΡΑ ἢ ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν· ὥστε καὶ ἁ ΑΕ ποτὶ ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΚΜΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΚΜΡ ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΧΑ ποτὶ ΑΔ· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΕΑ ποτὶ ΑΡ ἢ ἁ ΑΧ ποτὶ ΔΑ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἁ ΖΑ τᾶς ΚΜΔ περιφερείας. ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστίν· ἴσα ἄρα.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι, ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπτώσιος καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς

sed maior arcu $KMN\Delta$ [prop. 4]. rursus igitur datus est circulus KMN et in circulo recta ΔN minor diametro [p. 65 not. 1] et ratio $\Delta A : A\Lambda$ maior ea, quam habet dimidia recta ΔN ad rectam ab A ad eam perpendicularem ductam [p. 65 not. 2]; fieri igitur potest, ut ab A ad rectam $N\Delta$ productam ducatur recta AE, ita ut sit

$$EP : \Delta P = \Delta A : A\Lambda;$$

nam demonstratum est, hoc fieri posse [prop. 7]; quare erit etiam [Eucl. V, 16] $EP : AP = \Delta P : A\Lambda$.[1]) sed ΔP ad $A\Lambda$ minorem rationem habet quam arcus ΔP ad arcum $KM\Delta$, quoniam recta ΔP minor est arcu ΔP, recta $A\Lambda$ uero maior arcu $KM\Delta$ [lin. 3]; itaque EP ad PA minorem rationem habet quam arcus ΔP ad arcum $KM\Delta$; quare etiam AE ad AP minorem rationem habet quam arcus KMP ad arcum $KM\Delta$ [p. 59 not. 1]. sed quam rationem habet arcus KMP ad arcum $KM\Delta$, eam habet $XA : A\Delta$ [prop. 14]; erit igitur $EA : AP < AX : \Delta A$; quod fieri non potest.[2]) itaque recta ZA arcu $KM\Delta$ maior non est. et eodem modo, quo supra, demonstrabimus, ne minorem quidem eam esse; ergo aequalis est.

et eodem modo demonstrabimus, etiam si spiralem secunda circumactione descriptam recta contingat non in termino spiralis, ceteraque eadem comparentur, rectam[3]) inter punctum concursionis cum contingenti principiumque spiralis comprehensam aequalem esse toti ambitui circuli de-

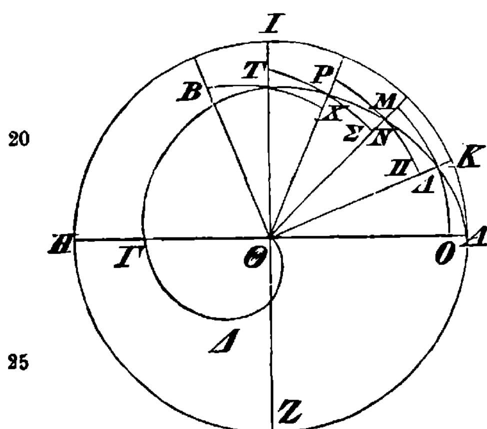
1) Nam $\Delta A = AP$.
2) Nam $AP = \Delta A$ et $EA > AX$; tum u. Eucl. V, 8.
3) Sc. quae a principio ad rectam a puncto contactus ad principium ductam perpendicularis ducitur (u. p. 72, 9).

13 ΔP (alt.)] e corr. B, AP AC. **17** εὐθεῖα] in εὐ- des. C. **18** ποτὶ] inc. C. **20** τὰν] addidi, om. A(C). **23** ἁ (alt.)] C, om. A. **30** κατασκευασθέωντι] *Torellius*, κατασκευασθεντι AC. **31** συμπτώσιος] scripsi, συμπιπτουσα AC, concidentis B. τᾶς ἀρχᾶς] AC, principium B.

ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλᾳ τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων, ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας· καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας περιφορᾷ ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι, ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστι τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας κατὰ τὸν ἑνὶ ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ, καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένᾳ.

κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.



ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΘΑ, ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ὁ ΖΗΙΑ, αἱ δὲ ΑΗ, ΖΙ διαμέτροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. ἀεὶ δὴ τᾶς ὀρθᾶς γωνίας δίχα τεμνομένας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος

scripti et praeterea arcui inter puncta, quae commemorauimus [p. 72, 14], comprehenso, arcu eodem modo sumpto; et etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam recta contingat non in termino spiralis, ceteraque eadem comparentur, rectam inter puncta, quae commemorauimus, comprehensam toties multiplicem esse quam ambitum circuli descripti, quoties indicet numerus uno minor eo, quo circumactiones nominentur, et praeterea aequalem ⟨arcui⟩ inter puncta, quae commemorauimus, eodem modo sumpto [prop. 15 p. 54, 10; 17 p. 62, 1].

XXI.

Sumpto spatio comprehenso spirali prima circumactione descripta rectaque prima earum, quae in principio circumactionis sunt, fieri potest, ut circum hoc spatium circumscribatur figura plana aliaque inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet spatium datum.

sit spiralis, in qua sit *ΑΒΓΔ*, prima circumactione descripta, et principium spiralis sit punctum *Θ*, principium autem circumactionis recta *ΘΑ*, et primus circulus *ΖΗΙΑ*, et *ΑΗ*, *ΖΙ* diametri eius inter se perpendiculares. angulo igitur recto et sectore, qui rectum angulum comprehendit, semper deinceps in binas partes aequales diuisis, quae relinquitur pars sectoris, minor erit dato spatio [Eucl. X, 1];

---

4 *περιφορᾷ*] B, *περιφορας* AC. *ἐπιψαύῃ*] A, *ἐπιψαύει* C. **6** *κατασκευασθέωντι*] GH, *κατεσκευασθαιωντι* AC. **8** *ἐνὶ*] C, om. AB. *ἀριθμὸν*] in *ἀ-* des. C. **9** *λέγονται*] inc. C. **10** *λαμβανομένᾳ*] scripsi, *λαμβανομενας* A, accepta periferia B. **11** *κα′*[B, *κβ′* AC. **13** *τᾶς*] des. C. **16** *τομέων*] e corr. G, *τομων* A. **29** *ἀλλάλαις*] *ἀλλήλαις* GH, *αλληλαις* supra apd. comp. *ας* A. In fig. litterarum ordo turbatus in A.

ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ τομέως ἔλασσον τοῦ προτεθέντος· καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ $A\Theta K$ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. διαιρήσθωσαν δὴ αἱ γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ περιεχομένᾳ ὑπὸ τᾶν $A\Theta$, ΘK, καὶ αἱ ποιοῦσαι τὰς γωνίας εὐθεῖαι ἔστε ποτὶ τὰν ἕλικα ἄχθωσαν. καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἁ ΘK τὰν ἕλικα, ἔστω τὸ Λ, καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ $\Theta\Lambda$ κύκλος γεγράφθω· πεσεῖται δὲ αὐτοῦ ἁ μὲν εἰς τὰ προαγούμενα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ εἰς τὰ ἑπόμενα ἐκτός. γεγράφθω δὴ ἁ περιφέρεια, ἔστε κα συμπέσῃ τᾷ $\Theta\Lambda$ [κατὰ τὸ O ἁ OM] καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘK εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσᾳ. πάλιν δὴ καί, καθ' ὃ τέμνει τὰν ἕλικα σαμεῖον ἁ ΘM, ἔστω τὸ N, καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘN κύκλος γεγράφθω, ἔστε κα συμπέσῃ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου τᾷ ΘK καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘM ποτιπιπτούσᾳ ποτὶ τὰν ἕλικα, ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἔστ' ἂν συμπέσῃ ἑκάστα ἁ περιφέρεια τᾷ τε προαγουμένᾳ εὐθείᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ· ἐσσεῖται δή τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. ὅτι δὲ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος χωρίου, δειχθήσεται. ἔστιν γὰρ ὁ μὲν $\Theta\Lambda O$ τομεὺς ἴσος τῷ $\Theta M\Lambda$, ὁ δὲ $\Theta N\Pi$ τῷ ΘNP, ὁ δὲ $\Theta X\Sigma$ τῷ ΘXT, ἔστιν δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομέες

et ortus sit sector $A\Theta K$ dato spatio minor. diuidantur igitur quattuor anguli recti in angulos ei aequales, qui rectis $A\Theta$, ΘK comprehenditur, rectaeque angulos efficientes usque ad spiralem producantur. punctum igitur, in quo recta ΘK spiralem secat, sit $\varLambda$, et describatur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem $\Theta\varLambda$; ea autem pars ambitus eius, quae in praecedentibus est, intra spiralem cadet, quae in sequentibus est, extra. describatur igitur ambitus usque eo, ut rectae ΘA rectaeque post ΘK ad spiralem ductae occurrat. rursus igitur etiam punctum, in quo recta ΘM spiralem secat, sit N, et describatur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem ΘN, usque eo, ut ambitus circuli rectae ΘK rectaeque post ΘM ad spiralem ductae occurrat, et eodem modo etiam per cetera omnia puncta, in quibus rectae aequales angulos efficientes spiralem secant, circuli describantur, quorum centrum sit Θ, usque eo, ut singuli ambitus et praecedenti rectae et sequenti occurrant; itaque circum spatium sumptum ⟨figura⟩ quaedam circumscripta erit et alia inscripta ex similibus sectoribus compositae. demonstrabimus autem, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est datum spatium. est enim sector $\Theta\varLambda O = \Theta M\varLambda$, $\Theta N\Pi = \Theta NP$, $\Theta X\Sigma = \Theta XT$, et ceterorum quoque sectorum unusquisque eorum, qui in figura inscripta sunt, aequalis est sectori latus commune habenti

---

3 *δὴ αἱ*] G, *δη ουν* A, itaque B. **5** *τᾷ περιεχομένᾳ*] *Torellius*, *τας περιεχομενας* AB. **6** *ἔστε ποτὶ*] scripsi, *εσ την κατα* A, equales per in ras. B, *ἐκβεβλήσθωσαν ἔστ' ἂν κατὰ Torellius.* *ἄχθωσαν*] G, *αχθωσιν* A. **9** *γεγράφθω*] in -*γράφθω* inc. C. *δὲ*] C, *δι* A, *δὴ* BG. *προαγούμενα*] scripsi, *προαγομενα* A, *προαγεύμενα* CG. **10** *περιφέρεια*] BCG, *περιφερειαι* A. **11** *ἔστε κα*] scripsi, *εσται καν* AC, et B, *ἔστ' ἄν* mg. G. **12** *κατὰ* — *OM*] ABC; deleo. **14** *τὰν ἕλικα*] AB, om. C. **15** ΘN] BCG, ΘN supra scr. K D; ΘHE, ΘKH H. **16** *ἔστε κα*] scripsi, *εσται και* AC, et B, *ἔστ' ἂν* G. **17** *τᾷ* ΘK] G, om. ABC. **18** *καθ'*] C, *κατ* A. **19** *ἃ*] A, *ἂν* C. **21** *ἑκάστα*] B, *εκαστας* AC, *ἑκάστου* G. *προαγουμένᾳ*] scripsi, *προαγομενᾳ* A, *προαγευμένᾳ* CG. **23** *ἐξ*] ABC, *σχῆμα ἐξ Torellius.* **25** *μεῖζόν*] A, *μείζων* C. *προτεθέντος*] A, *προτεθὲν* C. *ἔστιν*] A, *ἔστι* C. **28** *ἔστιν*] A, *ἔστι* C.

πάντεσσιν ἴσοι ἐσσοῦνται· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι χωρὶς τοῦ ΘΑΚ τομέως· μόνος γὰρ οὗτος οὐ λέλαπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστι τῷ ΑΚΘ τομεῖ, ὅς ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ προτεθέντος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον εἴρηται, γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κβ΄.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἔστω τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ ΑΘ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ἁ δὲ ΕΑ ἁ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ ΑΖΗ κύκλος ἔστω δεύτερος καὶ αἱ ΑΓΗ, ΖΙ διαμέτροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. πάλιν οὖν δίχα τεμνομένας τᾶς ὀρθᾶς γωνίας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν

eorum, qui in figura circumscripta sunt. adparet igitur, etiam omnes sectores omnibus aequales fore; itaque figura in spatio inscripta aequalis est figurae circumscriptae praeter sectorem *ΘAK*; hic enim solus adsumptus non est eorum, qui in figura circumscripta sunt. ergo adparet, figuram circumscriptam excedere inscriptam sectore *AKΘ*, qui minor est spatio dato.

COROLLARIUM.

Hinc autem manifestum est, fieri posse, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura huiusmodi describatur, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus inscribatur, ita ut spatium eodem modo figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.[1])

XXII.

Sumpto spatio comprehenso spirali secunda circumactione descripta rectaque secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, fieri potest, ut circum id spatium figura plana circumscribatur et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

sit spiralis, in qua sit *ABΓΔE*, secunda circumactione descripta, et punctum *Θ* principium sit spiralis, recta autem *AΘ* principium circumactionis, et recta *EA* secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, circulus *AZH* autem secundus sit et *AΓH*, *ZI* diametri eius inter se perpendiculares. rursus igitur recto angulo et sectore rectum angu-

---

1) Nam spatium maius est figura inscripta, minus uero circumscripta.

---

1 *ἐσσοῦνται*] G, *εσουνται* A(C). 4 *οὐ*] add. *Nizzius*, om. AB(C). *λέλαπται*] AB(C), *λέλειπται* G. 6 *AKΘ*] AB, *A·KΘ* C. 8 *πόρισμα*] om. ABC. 12 *ἐλάσσονι*] BG, *ελασσον ειμεν* A, *ἔλασσō*|(⁒) C. 16 *κβ'*] B, *κγ'* A(C). 17 *ὑπὸ*] AC, *ὑπό τε* G. 27 *εὐθεῖα*] in *εὐθεῖ-* des. C. 28 *δὲ*] inc. C. 29 *δίχα*] ABC, *ἀεὶ δίχα* *Torellius*.

ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος· καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ ΘΚΑ τομεὺς ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. διαιρεθεισᾶν δὴ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν ΚΘΑ καὶ τῶν ἄλλων κατασκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον ἐσσεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι ἢ ὁ τομεὺς ὁ ΘΚΑ· μεῖζον γὰρ ἐσσεῖται τᾷ ὑπεροχᾷ, ᾇ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ τομεὺς τοῦ ΘΕΡ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

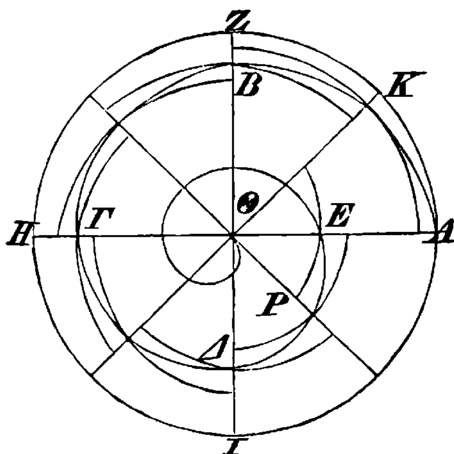
δῆλον οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστιν καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου φανερόν, διότι δυνατὸν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἴρηται, ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κγ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἕλικος ἀγο-

lum comprehendenti in binas partes aequales diuisis, quod relinquitur, minus erit dato spatio [Eucl. X, 1]; et ortus sit sector $\Theta K A$ dato spatio minor. angulis igitur rectis in angulos aequales angulo rectis $K\Theta$, ΘA comprehenso diuisis ceterisque eodem modo, quo antea, comparatis figura circumscripta excedet inscriptam spatio minore, quam est sector $\Theta K A$; excedet enim spatio, quod est $\Theta K A \div \Theta E P$.



COROLLARIUM.

Adparet igitur, fieri posse, ut figura circumscripta spatium sumptum excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus, ut spatium sumptum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium [p. 81 not. 1].

et eadem ratione manifestum est, fieri posse, ut sumpto spatio comprehenso spirali qualibet circumactione descripta rectaque eodem numero nominata earum, quae in principio circumactionis sunt, figura plana huiusmodi circumscribatur, ita ut figura circumscripta spatium sumptum excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus inscribatur, ita ut spatium sumptum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

XXIII.

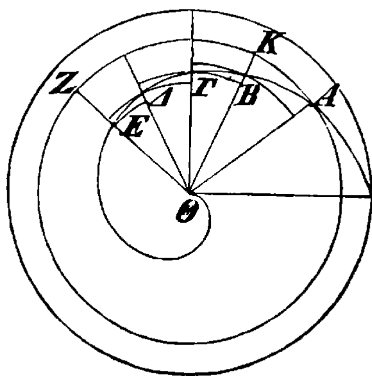
Sumpto spatio comprehenso spirali, quae minor est spirali una circumactione descripta, sed cuius terminus non est prin-

---

7 *μεῖζον*] A, *μείζων* C. 8 *μεῖζον*] *Torellius*, *μειζων* AC. *τᾷ ὑπεροχᾷ*] *excessu* corr. ex *excessus* B, *α υπεροχα* A(C). 10 *πόρισμα*] om. ABC. 11 *ἐστιν*] C, *εστι* A. 12 *λαφθέντος*] CG, *λαμφθεντος* A. *μεῖζον*] A, *μείζων* (C). 16 [°] mg. D. 21 *ὥστε*] BG, *εστω* A(C). 26 *κγ′*] B, *κδ′* A(C).

μενᾶν δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίον.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε, ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ. γεγράφθω δὴ κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ, καὶ συμπιπτέτω τᾷ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. ἀεὶ δὲ τᾶς γωνίας τᾶς ποτὶ τῷ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τεμνομένων ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ τοῦ προτεθέντος. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν κύκλοι διὰ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτὶ τῷ Θ, ὥστε τᾶν περιφερειᾶν ἑκάσταν συμπίπτειν τᾷ τε προαγουμένᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ· ἐσσεῖται δή τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου· ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ ΘΑΚ τομεύς.



ΠΟΡΙΣΜΑ.

ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι δυνατόν ἐστιν περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον, οἷον εἴρηται,

cipium spiralis, et rectis a terminis spiralis ductis fieri potest, ut circum id spatium figura plana circumscribatur et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta E$, terminique eius A, E puncta, principium autem spiralis sit Θ, et ducantur rectae $A\Theta$, ΘE. describatur igitur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem ΘA, et cum recta ΘE concurrat in puncto Z. angulo uero ad Θ posito et sectore ΘAZ semper deinceps in binas partes aequales diuisis, quod relinquitur, minus erit spatio dato. sector ΘAK sit dato spatio minor. eodem igitur modo, quo antea, circuli describantur per ea puncta, in quibus rectae aequales angulos ad Θ punctum efficientes spiralem secant, ita ut unusquisque arcus et praecedenti rectae et sequenti occurrat; itaque circum spatium comprehensum spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectisque $A\Theta$, ΘE figura plana circumscripta erit et alia inscripta ex similibus sectoribus compositae, et figura circumscripta excedit inscriptam spatio minore, quam est datum spatium; eo enim minor est sector ΘAK.

COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, fieri posse, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura plana huiusmodi circumscribatur, ita ut figura circumscripta excedat spatium spatio minore,

---

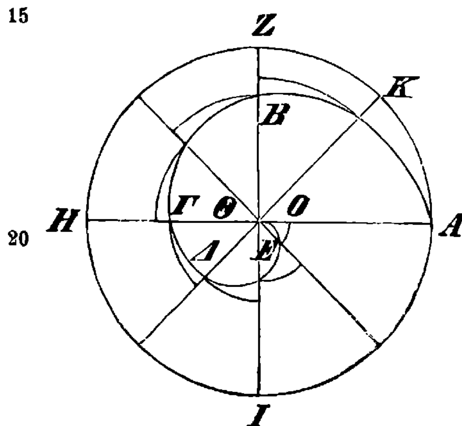
4 *μεῖζον εἶμεν*] AB, *μείζονι μέν* (C). 6 *καί*] des. C. 7 *γεγράφθω*] in -*φθω* inc. C. 9 Z. *ἄεί*] AB, Z*A* | *εἰ* C. *δὲ*] ABC, fort. *δή*. *τῷ*] scripsi, *το* A(C). 11 *ἔλασσον*] A, *ἐλάσσων* C. 15 *τῷ*] G, *τᾳ* AC. 16 *ἑκάσταν*] *Torellius*, *εκαστα* AC, *ἑκάστας* G. 17 *προαγουμένᾳ*] A, *προαγευμένᾳ* C. 19 *περὶ*] *Torellius*, om. ABC. 26 *ἐλάσσων*] CH, *ελασσον* A. 28 *πόρισμα*] om. ABC. 30 *σχῆμα*] addidi, om. ABC.

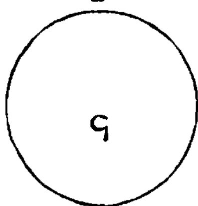
περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κδ'.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ $ΑΒΓΔΕΘ$, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἔστω δὲ τὸ μὲν $Θ$ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ $ΘΑ$ εὐθεῖα πρώτα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς* περιφορᾶς, ὁ δὲ $ΑΚΖΗΙ$ κύκλος πρῶτος, οὗ τρίτον μέρος ἔστω ὁ, ἐν ᾧ ϛ, κύκλος. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ προειρημένον χωρίον τῷ ϛ κύκλῳ.





εἰ γὰρ μή, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. δυνατὸν δή ἐστιν περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς $ΑΒΓΔΕΘ$ ἕλικος καὶ τᾶς $ΑΘ$ εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ὁ ϛ κύκλος τοῦ εἰρημένου χωρίου. περιγεγράφθω

quam est quodlibet datum spatium, et rursus inscribatur, ita ut spatium illud figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium [p. 81 not. 1].

XXIV.

Spatium comprehensum spirali prima circumactione descripta rectaque prima earum, quae in principio circumactionis sunt, tertia pars est circuli primi.[1])

sit spiralis, in qua sit *ABΓΔEΘ*, prima circumactione descripta, et punctum *Θ* principium sit spiralis, recta autem *ΘA* prima earum, quae in principio circumactionis sunt, et *AKZHI* circulus primus, cuius tertia pars sit circulus, in quo est littera ϙ. demonstrandum, spatium illud circulo ϙ aequale esse.

nam si non est, aut maius est aut minus. sit prius, si fieri potest, minus. fieri igitur potest, ut circum spatium spirali *ABΓΔEΘ* rectaque *AΘ* comprehensum figura plana circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam excessus est, quo circulus ϙ spatium illud excedat [prop. 21 coroll.]. circumscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura illa composita est, maximus sit *ΘAK*, minimus autem *ΘEO*;

---

1) Cfr. p. 8, 23 sqq. idem theorema suis uerbis propositum et propria ratione demonstratum habet Pappus IV, 34 p. 236 —38.

---

3 *καὶ* — **5** *χωρίον*] *Riualtus*, om. ABC. **6** *κδ′*] B, *κε′* AC. **13** *τᾶν*] addidi, om. AC. **14** *AKZHI*] BEGD², *ANZHI* AC. **15** *ὁ*] addidi, om. AC. **20** *ἐστιν*] C, *εστι* A. **22** *ἐστιν*] C, *εστι* A. **27** *συγκείμενον*] *Torellius*, om. AB(C).

δή, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ϛ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τῷ Θ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι· ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, ἂν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγράφαται ἀπὸ πασᾶν ὁμοίοι τομέες, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ἐλάσσονές ἐντι ἢ τριπλασίοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν· δέδεικται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ, οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι· ἐλάσσων ἄρα ὁ ΑΖΗΙ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἢ τριπλασίων. τοῦ δὲ ϛ κύκλου τριπλασίων· ἐλάσσων ἄρα ὁ ϛ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων· οὐκ ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος καὶ τᾶς ΑΘ ἔλασσον τοῦ ϛ χωρίου.

---

1 *ἔστω*] des. C. **2** *ὁ* (pr.)] inc. C. **4** *ἐστιν*] C, *εστι* A. *δὴ*] scripsi coll. p. 90, 10; *δε* ABC. *αἱ εὐθεῖαι αἱ*] scripsi praeeunte *Torellio*, *ευθειαι* AC. **5** *τῷ*] scripsi, *το* AC. **7** *αἱ*] addidi, om. AC. **8** *μεγίστα*] scripsi, *μειζων* AB(C). **9** *ἐλαχίστα* (pr.)] scripsi, *ελασσων* AB(C). **10** *αἱ*] addidi, om. A(C). **13**

itaque adparet, figuram circumscriptam minorem esse circulo ϙ.[1]) iam rectae, quae ad punctum *Θ* aequales angulos efficiunt, usque eo producantur, ut ad ambitum circuli perueniant. sunt igitur rectae quaedam, eae scilicet, quae a puncto *Θ* ad spiralem ductae sunt, aequali spatio inter se excedentes, quarum maxima est *ΘΑ*, minima autem *ΘΕ*, et minima excessui aequalis est,[2]) et aliae quoque rectae sunt, eae scilicet, quae a puncto *Θ* ad circuli ambitum ductae sunt, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae, in omnibus autem similes sectores constructi sunt, et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et in iis, quae inter se maximaeque aequales sunt; itaque sectores in rectis maximae aequalibus constructi minores sunt quam triplo maiores sectoribus in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructis; hoc enim demonstratum est [prop. 10 coroll. p. 36, 6 sqq.]. sed sectores in rectis inter se maximaeque aequalibus constructi aequales sunt circulo *ΑΖΗΙ*, sectores autem in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructi aequales sunt figurae circumscriptae; itaque circulus *ΑΖΗΙ* minor est quam triplo maior figura circumscripta. uerum circulo ϙ triplo maior est; itaque circulus ϙ minor est figura circumscripta. at non minor est, sed maior; quare spatium spirali *ΑΒΓΔΕΘ* rectaque *ΑΘ* comprehensum minus non est spatio ϙ.

1) Sit spatium illud *R*, figura autem circumscripta *F*; tum erit ex hypothesi $F \div R < \text{ϙ} \div R$, h. e. $F < \text{ϙ}$.

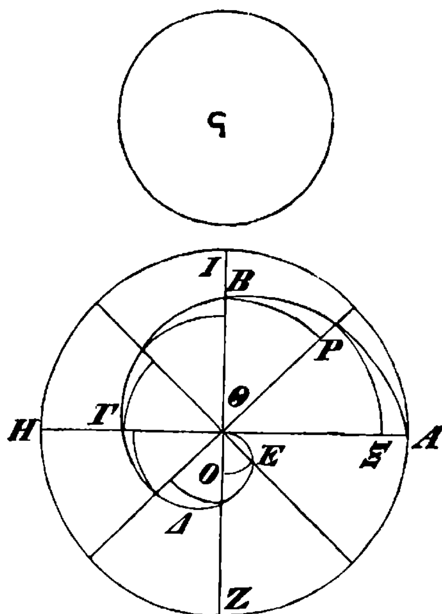
2) Rectas *ΘΕ*, *ΘΔ*, *ΘΓ*, *ΘΒ* cett. aequali spatio inter se excedere, adparet ex prop. 12, quia angulos aequales faciunt. rectam autem *ΘΕ* excessui aequalem esse, siue $ΘΕ = \frac{1}{4} ΘΔ$, sequitur ex prop. 1; nam cum anguli aequales sint, tempus tempore duplo maius est.

ἀναγεγράφαται] scripsi, αναγεγραπται AC, defendit *Ahrens*, De Gr. ling. dial. II p. 333. 17 ἀλλαλᾶν] CGH, αλλαλα A. 20 *ΑΖΗΙ*] AB, corr. ex *ΑΖΗ* C. 21 περιγεγραμμένῳ] AB, προγεγραμμένῳ C. 22 *ΑΖΗΙ*] scripsi, *ΑΖΗΙΚ* AC, *akzhi* B. κύκλος] des. C. 23 σχήματος] in -τος inc. C. 26 ἐστὶν] A, ἐστὶ C. 27 ἔλασσον] A, ἐλάσσων C. χωρίου] ABC, κύκλου G. ἑξῆς τὸ σχᾶμα add. C.

οὐδὲ τοίνυν μεῖζον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἔστι δὴ πάλιν δυνατὸν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς $ΑΒΓΔΕΘ$ ἕλικος καὶ τᾶς $ΑΘ$ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ϙ κύκλου. ἐγγεγράφθω δή, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ $ΘΡΞ$, ἐλάχιστος δὲ ὁ $ΟΘΕ$· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστιν τοῦ ϙ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ $Θ$, ἔστε κα ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ $Θ$ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ἃν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ $ΘΑ$, ἐλαχίστα δὲ ἁ $ΘΕ$, καί ἐστιν ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ $Θ$ ποτὶ τὰν τοῦ $ΑΖΗΙ$ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγράφαται ἀπὸ πασᾶν ὁμοίοι τομέες ἀπό τε τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ μείζονές ἐντι ἢ τριπλασίοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας· δέδεικται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ

1 κϛʹ add. AC. 3 $ΑΒΓΔΕΘ$] B, $ΑΒΓΔΘ$ AC. 8 ἐλάχιστος] G, ελασσων ABC. 9 $ΟΘΕ$] B, $ΘΕ$ AC. ὅτι] BCG, om. A. μεῖζόν] A, μείζω^ο^ν C. 10 ἐστιν] C, εστι A. 11 τῷ] scripsi, το AC. ἔστε κα] ἔστ' ἂν κα C, εστ' αν A. 13 αἱ] addidi, om. AC. 16 αἱ] addidi, om. AC. $Θ$] des. C. 18 πλήθει] inc. C. 19 ἀναγεγράφαται] CG, αναγεγραφονται A. 22 ἐντι] AB, ἐν τε C.

sed ne maius quidem est. sit enim, si fieri potest, maius. itaque rursus fieri potest, ut in spatio spirali $AB\Gamma\Delta E\Theta$ rectaque $A\Theta$ comprehenso figura inscribatur, ita ut spatium, quod commemorauimus, figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto spatium illud circulum ϛ excedit [prop. 21 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus composita est figura inscripta, maximus sit $\Theta P\Xi$, minimus autem $O\Theta E$; adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse circulo ϛ.[1]) iam rectae ad punctum Θ aequales angulos efficientes usque eo producantur, ut ad ambitum circuli perueniant. rursus igitur rectae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, eae scilicet, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et minima excessui aequalis est [p. 89 not. 2], et aliae quoque rectae sunt, quae a puncto Θ ad ambitum circuli $AZHI$ ductae sunt, numero illis aequales, magnitudine autem singulae maximae aequales, in omnibus autem sectores similes constructi sunt, et in iis, quae inter se maximaeque aequales sunt, et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt; itaque sectores in rectis maximae aequalibus constructi maiores sunt quam triplo maiores sectoribus in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in maxima constructum; hoc enim demonstratum est [prop. 10 coroll. p. 36, 6 sqq.]. sed sectores in rectis



1) Sit figura inscripta f, spatium illud R; erit ex hypothesi $R \div f < R \div$ ϛ, h. e. $f >$ ϛ.

μεγίστᾳ ἴσοι τῷ *ΑΖΗΙ* κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσοι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· μείζων ἄρα ὁ *ΑΖΗΙ* κύκλος ἢ τριπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ ϛ κύκλου τριπλασίων· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστιν δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων· οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μεῖζον τὸ χωρίον τὸ ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕΘ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* εὐθείας τοῦ ϛ κύκλου. ἴσον ἄρα ἐστίν [τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* εὐθείας].

κε΄.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ̅ ποτὶ τὰ ι̅β̅, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ *ΑΒΓΔΕ*, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἔστω δὲ τὸ μὲν *Θ* σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ *ΘΕ* εὐθεῖα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ πρώτα, ἁ δὲ *ΑΕ* ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ δευτέρα, ὁ δὲ κύκλος ὁ *ΑΖΗΙ* ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ *ΑΗ*, *ΙΖ* διαμέτροι ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕ*

maximae aequalibus constructi aequales sunt circulo *AZHI*, sectores autem in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructi praeter sectorem in maxima constructum aequales sunt figurae inscriptae; itaque circulus *AZHI* maior est quam triplo maior figura inscripta. uerum circulo ϙ triplo maior est; quare circulus ϙ maior est figura inscripta. at non maior est, sed minor; itaque spatium spirali *ABΓΔEΘ* rectaque *AΘ* comprehensum ne maius quidem est circulo ϙ. ergo aequale est.[1])

XXV.

Spatium comprehensum spirali secunda circumactione descripta rectaque secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, ad circulum secundum eam habet rationem, quam 7 : 12, quae eadem est ratio, quam habet rectangulum comprehensum radio secundi circuli radioque primi una cum tertia parte quadrati eius excessus, quo radius secundi circuli radium primi excedit, ad quadratum radii secundi circuli.

sit spiralis, in qua sit *ABΓΔE*, secunda circumactione descripta, et punctum *Θ* principium sit spiralis, recta autem *ΘE* prima earum, quae in principio circumactionis sunt, *AE* uero secunda, et circulus *AZHI* secundus sit, *AH*, *IZ* autem diametri inter se perpendiculares. demonstrandum,

1) Quoniam de spatio agitur, non de circulo (cfr. p. 86, 16), ἴσον lin. 9 retinendum est. sed tum τῷ lin. 9 — εὐθείας lin. 10 delenda.

---

2 ἀπὸ] BG, υπο AC. 5 δὲ] AB, om. C. τριπλασίων] A, miro comp. C. 6 ἔστιν] C, εστι A. 8 *ABΓΔEΘ*] B *ABHEΘ* AC. 9 ἴσον] AB, ἴσος C. 11 κε′] B, κζ′ AC. 12 τὸ περιλαφθὲν] addidi, om. AB(C). 18 δευτέρου] $\bar{\beta}$ AC. 19 πρώτου] $\bar{\alpha}$ AC. 21 δευτέρου] $\bar{\beta}$ AC. πρώτου] $\bar{\alpha}$ AC. 23 δευτέρου] $\bar{\beta}$ AC. 27 πρώτα] des. C. 28 ὁ δὲ] inc. C.

ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΕ* εὐθείας ποτὶ τὸν *ΑΖΗΙ* κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ̅ ποτὶ ι̅β̅.

ἔστω δή τις κύκλος ὁ ϛ, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ϛ κύκλου δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΕ* περιεχομένῳ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΑΕ* τετραγώνου· ἕξει δὴ ὁ ϛ κύκλος ποτὶ τὸν *ΑΗΖΙ*, ὡς ζ̅ ποτὶ ι̅β̅, διότι καὶ ἁ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *ΑΖΗΙ* κύκλου τοῦτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. δειχθήσεται οὖν ἴσος ὁ ϛ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΕ* εὐθείας.

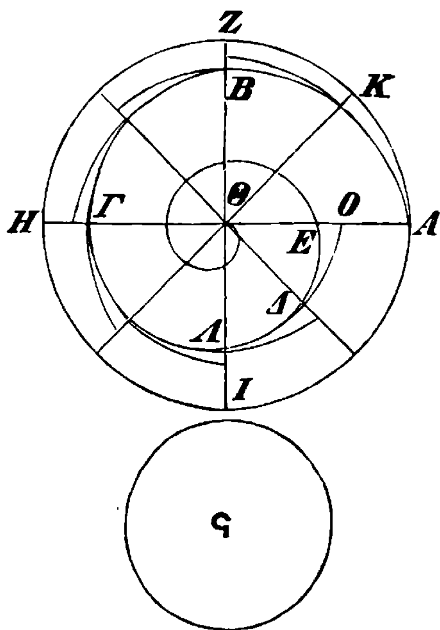
εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττων. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ϛ κύκλος τοῦ χωρίου. περιγεγράφθω, καὶ ἔστω, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ *ΘΑΚ* τομεύς, ἐλάχιστος δὲ ὁ *ΘΟΔ*· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν τοῦ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τῷ *Θ* ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ *Θ* ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ἃν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ *ΘΑ*, ἐλαχίστα δὲ ἁ *ΘΕ*, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι [γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ *Θ* ποτὶ τὰν τοῦ

---

6 ζ̅] A, ἑπτὰ C. 7 ι̅β̅] A, δώδεκα C. 13 πρότερον] des. C. 14 περιγράψαι] in -ψαι inc. C. 16 ὑπερέχει] B(C)G, περεχει A. 20 ἔλασσόν] C, ελαττον A. ἐστιν] C, εστι A. 21 τῷ] scripsi, το ̈ AC. 24 ποτιπίπτουσαι] G, ποτιπιπτουσιν AB(C). 26 ποτὶ] scripsi, επι AC. In fig. *Γ* om. A.

spatium spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectaque AE comprehensum ad circulum $AZHI$ eam rationem habere, quam 7 : 12.

sit igitur circulus quidam ϙ, radius autem eius quadratus sit $= A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} AE^2$; itaque circulus ϙ ad circulum $AHZI$ eam rationem habebit, quam 7 : 12, quia radius eius quadratus ad radium circuli $AZHI$ quadratum hanc rationem habet [Eucl. XII, 2].[1]) demonstrabimus igitur, circulum ϙ aequalem esse spatio spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectaque AE comprehenso.



nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius igitur, si fieri potest, maior sit. fieri igitur potest, ut circum spatium circumscribatur figura plana ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam quanto circulus ϙ spatium excedit [prop. 22 coroll.]. circumscribatur, et eorum, ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit sector ΘAK, minimus autem $\Theta O\Delta$; adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse circulo [p. 89 not. 1]. producantur rectae ad punctum Θ aequales angulos efficientes usque eo, ut ad ambitum circuli secundi perueniant. sunt igitur rectae quaedam aequali spatio inter se excedentes [prop. 12], eae scilicet, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt, quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et aliae quoque rectae sunt, quae a puncto Θ ad ambitum circuli $AZHI$ ductae sunt,

1) Nam $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} AE^2 : A\Theta^2 = 2\Theta E^2 + \frac{1}{3}\Theta E^2 : 4\Theta E^2 = 6\Theta E^2 + \Theta E^2 : 12\Theta E^2 = 7 : 12$, quia $\Theta E = AE$. sit enim ambitus circuli primi p; erit $\Theta E : \Theta A = p : 2p$ (prop. 15).

ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγράφαται ὁμοῖοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγράφεται· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου· δέδεικται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομέεσσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος, τοῖς δὲ τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἴσον τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ϙ κύκλον· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν ϙ κύκλον· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων· οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶς ΑΖ εὐθείας.

οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν οὖν δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον τὸ περι-

numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et constructi sunt sectores similes in rectis maximae aequalibus in iisque, quae aequali spatio inter se excedunt, in minima autem nullus constructus est; itaque sectores in rectis maximae aequalibus constructi ad sectores in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in minima constructum minorem rationem habent quam

$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EA^2;$$

hoc enim demonstratum est [prop. 11 coroll.]. sed sectoribus in rectis inter se maximaeque aequalibus constructis aequalis est circulus $AZHI$, sectoribus autem in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in minima constructum aequalis est figura circumscripta; itaque circulus $\langle AZHI \rangle$ ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam $A\Theta^2 : A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} AE^2$. est autem

$$AZHI : \text{϶} = \Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \tfrac{1}{3} AE^2$$

[Eucl. V, 7 coroll.]; quare circulus $AZHI$ ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad circulum ϶; quare circulus ϶ minor est figura circumscripta [Eucl. V, 10]. at non est minor, uerum maior; itaque circulus ϶ maior non est spatio spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectaque AE comprehenso.

sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur fieri potest, ut in spatio comprehenso spirali

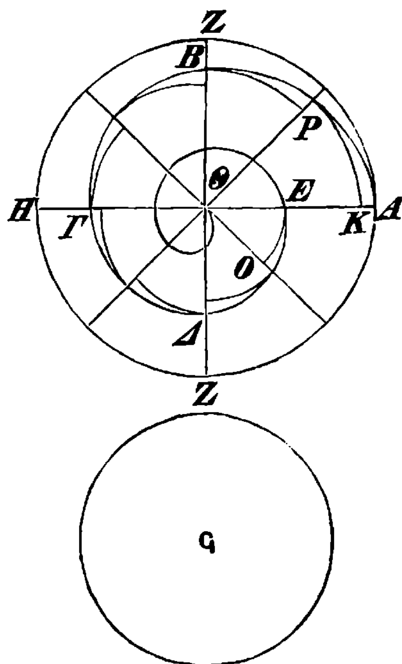
---

2 *ἐλάσσονες*] C, *ελασσων* A, *ἐλάσσους* G. *ταυτᾶν*] scripsi, *εαυταν* A(C). 5 *ἀναγράφεται*] A, *ἀναγεγράφεται* C, *ἀναγέγραπται* G. 7 *ἀλλαλᾶν*] CG, e corr. H, *αλλαν* A. 8 *ἀπὸ*] des. C. *λόγον*] in -*γον* inc. C. 12 *τομέεσσι*] G, *τομεσσι* A, *τομέσι* CEH. 13 *ἀλλάλαις*] G, e corr. E, *αλλαλας* AC. 14 $AZHI$] CG, e corr. B, AZH A. *τομέεσσιν*] G, *τομέεσσι* C, *τομεσιν* A. 16 *σχῆμα*] AB, om. C. 21 ΘE] e corr. B, AE A(C). 30 *κη'* A.

εχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ϙ κύκλου. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΚΡ τομεύς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϙ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ποιοῦσαι ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ἇν μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγράφαται ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ὁμοίοι τομέες καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου. ἔστιν δὲ τοῖς μὲν τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσον τὸ ἐγ-

4 *μεῖζον εἶμεν*] AB, *μείζονι μὲν* C. 8 *ΘΚΡ*] B(C)EG, *ΘΚΡ* supra scr. *Χ* D, *ΘΧΡ* supra scr. *Η* H. 11 *τῷ*] C, *το* A. 17 *μιᾷ*] G, *μιαν* A(C). *ταυτᾶν*] scripsi, *ταυτη* A, *ταυτα* C, *αὐτᾶν* G. 21 *μεγίστᾳ*] in *με-* des. C. *ἀπὸ*] in *-πὸ* inc. C.

rectaque AE figura plana inscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectaque AE comprehensum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto idem spatium circulum ϙ excedit [prop. 22 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit ΘKP, minimus autem ΘEO; adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse circulo ϙ [p. 91 not.]. producantur rectae ad punctum Θ aequales angulos efficientes usque eo, ut ad ambitum circuli perueniant. rursus igitur rectae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, eae scilicet, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et aliae quoque rectae sunt, quae a puncto Θ ad ambitum circuli ductae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, sectores autem similes constructi sunt et in rectis aequali spatio inter se excedentibns et in rectis maximae aequalibus; itaque sectores in rectis maximae aequalibus constructi ad sectores in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in maxima constructum maiorem rationem habent quam



$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EA^2 \text{ [prop. 11 coroll.]}.$$

sed sectoribus in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in maxima constructum aequalis

24 ὑπὸ] scripsi, υπο τε AC. 25 τρίτον] AC, τρίτον μέρος G. ἐστιν] A, ἐστι C. 26 τομέεσσιν] τομευσιν A, τομεῦσι C. 27 ἀπὸ] BG, υπο AC.

γεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ ἑτέροις ὁ κύκλος· μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὁ $AZHI$ κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘA ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘA, ΘE καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς AE τετραγώνου, τουτέστιν ὁ $AZHI$ κύκλος ποτὶ τὸν ϛ κύκλον. μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϛ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ ϛ κύκλος τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς $AB\Gamma\Delta E$ ἕλικος καὶ τᾶς AE εὐθείας· ὥστε ἴσος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται καί, διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας ποτὶ τὸν κύκλον τὸν κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν ἑνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

κϛʹ.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν

est figura in spatio inscripta, alteris autem circulus; itaque circulus *AZHI* ad figuram inscriptam maiorem rationem habet quam

$$\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \tfrac{1}{3} AE^2,$$

h. e. quam *AZHI* : ϙ [p. 96, 20]. itaque circulus ϙ maior est figura inscripta [Eucl. V, 10]; quod fieri non potest; erat enim minor. itaque circulus ϙ ne minor quidem est spatio spirali *ABΓΔE* rectaque *AE* comprehenso; ergo aequalis est.

COROLLARIUM.

Eadem autem ratione demonstrabimus, etiam spatium comprehensum spirali qualibet circumactione descripta rectaque eodem numero nominata, quo circumactiones, ad circulum nominatum eodem numero, quo circumactiones, eam rationem habere, quam rectangulum comprehensum radio circuli eodem numero nominati radioque circuli numero uno minore, quam est numerus circumactionum, nominati simul cum tertia parte quadrati eius excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris eorum, quos commemorauimus, excedit, ad quadratum radii circuli maioris eorum, quos commemorauimus.

XXVI.

Spatium comprehensum spirali, quae minor est spirali una circumactione descripta, et cuius terminus non est principium spiralis, rectisque a terminis eius ad principium spiralis ductis ad sectorem, cuius radius aequalis est maiori

---

2 *AZHI*] AB, *AHZI* C. 11 πόρισμα] om. ABC. 12 δειχθήσεται] in δειχθήσε- des. C. 13 χωρίον] in -ρίον inc. C. 16 κατὰ] scripsi, ποτι AC. 19 τοῦ (alt.)] A, τὸ (C). τὸν ἑνὶ] scripsi, τὸ μενι C, μεν ενι A. 16 κϛ'] B (euan.), om. C, κθ' A.

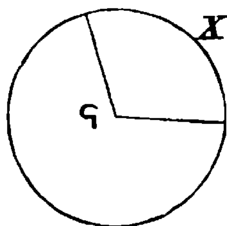
ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν, τὰν δὲ περιφέρειαν, ἅ ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημενᾶν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμενᾶν καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τᾶν εἰρημενᾶν εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω τὰ Α, Ε, ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ, κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τᾷ περιφερείᾳ αὐτοῦ ἁ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ΑΘ, ΘΕ ποτὶ τὸν τομέα τὸν ΑΘΖ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ.

ἔστω δὴ κύκλος, ἐν ᾧ ϘΧ, τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ, ποτὶ δὲ τῷ κέντρῳ αὐτοῦ γωνία ἴσα τᾷ ποτὶ τῷ Θ· ὁ δὴ τομεὺς ὁ ϘΧ ποτὶ τὸν τομέα τὸν ΘΑΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ τετράγωνον· αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ'

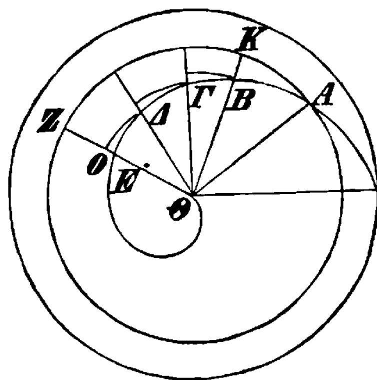
rectarum a terminis ad principium spiralis ductarum, arcus autem arcui inter rectas illas posito ad eandem partem uersus, in qua est spiralis, eam rationem habet, quam habet rectangulum rectis a terminis ad principium spiralis ductis comprehensum simul cum tertia parte quadrati eius excessus, quo maior rectarum, quas commemorauimus, minorem excedit, ad quadratum maioris rectarum a terminis ad principium spiralis ductarum.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta E$, minor spirali una circumactione descripta, et termini eius sint A, E, principium autem spiralis sit Θ punctum, et describatur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem ΘA, et recta ΘE cum ambitu eius concurrat in puncto Z. demonstrandum, spatium spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectisque $A\Theta$, ΘE comprehensum ad sectorem $A\Theta Z$ eam habere rationem, quam



$$A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EZ^2 : \Theta A^2.$$

sit igitur circulus, in quo sit $ϙX$, cuius radius quadratus aequalis sit $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} EZ^2$, et ad centrum eius angulus ponatur angulo ad Θ posito aequalis; itaque sector $ϙX$ ad sectorem ΘAZ eandem rationem habet, quam



$$A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EZ^2 : \Theta A^2;$$

3 τῶν περάτων] *Torellius*, του περατος ABC, seq. 1 litt. euan. C. 5 ᾶ ἐστι] *Basil.*, α εστι τᾳ AC; fort. scrib. ἴσαν τᾷ cum B. τᾶν] des. C. τᾷ] inc. C. 7 ὑπὸ] A, ἀπὸ C. 8 ἀγμενᾶν] A, ἀγομεναν C. 16 τῷ (pr.)] CG, e corr. E, το A. τῶ (alt.)] CEG, το A. 25 δυνάμει] A, δύναμιν C. 28 τομέα] des. C. ἔχει (alt.)] inc. C.

ἀλλάλας. δειχθήσεται δὴ ὁ ΧϚ τομεὺς ἴσος ἐὼν τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἢ ἐλάττων ἐστίν. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν οὖν ἐστιν περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ᾗ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ ϚΧ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. περιγεγράφθω δή, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΟΔ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν τοῦ ΧϚ τομέως. διάχθωσαν δὴ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ ΘΑΖ τομέως πεσῶντι. ἐντὶ δή τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ἆν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΘΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι χωρὶς τᾶς ΘΖ, καὶ ἀναγεγράφαται ὁμοίοι τομέες ἀπὸ πασᾶν ἀπό τε τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς ΘΕ οὐκ ἀναγέγραπται· τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας τομέως ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετραγώνου. ἔστιν δὲ

nam radii quadrati hanc inter se rationem habent.[1]) demonstrabimus igitur, sectorem Xϙ aequalem esse spatio spirali $AB\Gamma\varDelta E$ rectisque $A\Theta$, ΘE comprehenso.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius, si fieri potest, maior sit. itaque fieri potest, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura plana circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium illud excedat spatio minore, quam quanto sector ϙX spatium illud excedit [prop. 23 coroll.]. circumscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura circumscripta composita est, maximus sit ΘAK, minimus autem $\Theta O\varDelta$; adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse sectore ϙX [p. 89 not. 1]. iam rectae aequales angulos ad punctum Θ efficientes usque eo producantur, ut ad arcum sectoris ΘAZ perueniant. sunt igitur rectae quaedam aequali spatio inter se excedentes, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et aliae quoque rectae sunt numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, quae a puncto Θ ad arcum sectoris $A\Theta Z$ ductae sunt, praeter ΘZ, in omnibus uero rectis, et iis, quae inter se maximaeque aequales sunt, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, similes sectores constructi sunt, in ΘE autem nullus constructus est; sectores igitur in rectis et inter se et maximae aequalibus constructi ad sectores in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter

---

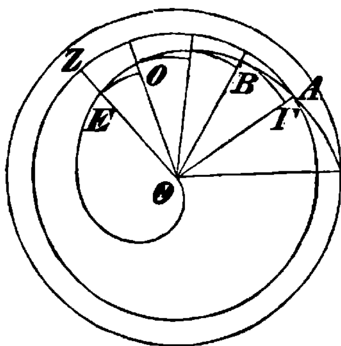
1) Nam sectores similes, siue quorum anguli aequales sunt, eam rationem habent, quam circuli; tum u. Eucl. XII, 2. cfr. ZMP. XXIV p. 181 nr. 14.

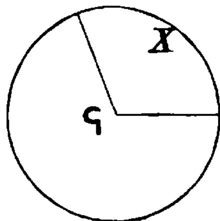
---

4 ἐστίν] *Torellius*, om. ABC. ἔστω] C, εστω γαρ AB. 5 ἐστιν] C, εστι A. 8 μεῖζον εἶμεν] AB, μείζονι μὲν C. 11 μέγιστος] scripsi, μειζων ABC. 12 ἐλάχιστος] scripsi, ελασσων ABC. οὖν] AB, om. (C). 13 ἐστιν] C, εστι A. 14 δὴ αἱ] scripsi, δη AC. 15 τῷ] G, το AC. 19 τῷ μὲν] A, ἐν μὲν τῷ C. μιᾷ] des. C. ἐλάσσονες] *Torellius*, ελασσων A, ἐλάσσους G. 20 ἴσαι] inc. C. 30 τό τε] scripsi, τά τε ABC. 31 ἔστιν] A, ἔστι (C).

τοῖς μὲν τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τὰν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσος ὁ ΘΑΖ τομεύς, τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν τὸ περιγεγραμμένον· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΖΕ. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸν Χϙ τομέα· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ Χϙ τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων· οὐκ ἄρα ἐσσεῖται ὁ Χϙ τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ· εὐθειᾶν.

οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. ἔστω γὰρ ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ Χϙ τομέως. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΒΓ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΟΘΕ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Χϙ τομέως. πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπίπτουσαι, ἃν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα





sectorem in minima constructum minorem rationem habent quam

$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EZ^2 \text{ [prop. 11 coroll.]}.$$

sed sectoribus in rectis et inter se et maximae aequalibus constructis aequalis est sector ΘAZ, iis autem, qui in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructi sunt, figura circumscripta; itaque sector ΘAZ ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam $\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \frac{1}{3} ZE^2$. est autem

$$\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \tfrac{1}{3} ZE^2 = \Theta AZ : X\text{ϙ};$$

quare sector Xϙ minor est figura circumscripta [Eucl. V, 10]. at minor non est, uerum maior; itaque sector Xϙ maior non erit spatio spirali $AB\Gamma\Delta E$ rectisque $A\Theta$, ΘE comprehenso.

sed ne minor quidem est. sit enim minor, et cetera eadem comparentur. rursus igitur fieri potest, ut in spatio inscribatur figura plana ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium, quod commemorauimus, figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto idem spatium sectorem Xϙ excedit [prop. 23 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit $\Theta B\Gamma$, minimus autem $O\Theta E$; adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse sectore Xϙ [p. 91 not.]. rursus igitur rectae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et aliae quoque rectae sunt,

---

6 *τό τε*] CG, *τῳ τε* A. 9 Xϙ] *Torellius*, X ABC. *ὥστε*] des. C. 10 Xϙ] *Torellius*, X AB. 11 Xϙ] AB, X (C). 14 *λ′* AC. 19 *μεῖζον εἶμεν*] AB, *μείζονι μὲν τὸ* C. 20 *ἐλάσσονι*] BCG, *ελασσον* A. 22 Xϙ] AB, X C. 25 *μέγιστος*] scripsi, *μειζων* A, *μεῖζον* CH. $\Theta B\Gamma$] AB(C), ΘBH *Torellius* littera Γ in fig. in H mutata additisque litteris Γ, Δ, E ut in fig. p. 103, cfr. p. 108, 18. 26 *ἐλάχιστος*] scripsi, *ελασσων* AB, *ἔλασσον* C. $O\Theta E$] *Basil.*, *toe* B, ΘE AC. 27 *ἐγγεγραμμένον*] BCGE, *γεγραμμενον* A. 28 Xϙ] scripsi, X ABC. 29 *αἱ*] *Torellius*, om. ABC.

δὲ ἁ $ΘΕ$, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ $Θ$ ποτὶ τὰν τοῦ $ΘΑΖ$ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι χωρὶς τᾶς $ΘΑ$ τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσαι, καὶ ἀναγεγράφαται ἀπὸ ἑκάστας ὁμοίοι τομέες, ἀπὸ δὲ τᾶς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν οὐκ ἀναγέγραπται· οἱ τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $ΘΑ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΘΑ$, $ΘΕ$ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς $ΕΖ$· ὥστε καὶ ὁ $ΘΑΖ$ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ποτὶ τὸν $ΧϘ$ τομέα· ὥστε μείζων ὁ $ΧϘ$ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων· οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ $ΧϘ$ τομεὺς τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς $ΑΒΓΔΕ$ ἕλικος καὶ τᾶν $ΑΘ$, $ΘΕ$ εὐθειᾶν· ἴσος ἄρα.

κζʹ.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ τὸ μὲν τρίτον τοῦ δευτέρου διπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ τέταρτον τριπλάσιον, τὸ δὲ πέμπτον τετραπλάσιον, καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου, τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

ἔστω ἁ προκειμένα ἕλιξ ἔν τε τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα καὶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ καὶ ἐν ταῖς ἑπομέναις ὁποσαισοῦν, ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ $Θ$ σαμεῖον, ἁ δὲ $ΘΕ$ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, τῶν δὲ χωρίων

quae a Θ ad arcum sectoris ΘAZ ductae sunt, praeter rectam ΘA, numero una pauciores iis, quae aequali spatio inter se excedunt, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et in omnibus similes sectores constructi sunt, in maxima autem earum, quae aequali spatio inter se excedunt, nullus constructus est; sectores igitur in rectis et inter se et maximae aequalibus constructi ad sectores in rectis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in maxima constructum maiorem rationem habent quam $\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \frac{1}{3} EZ^2$ [prop. 11 coroll.]; quare etiam sector ΘAZ ad figuram inscriptam maiorem rationem habet quam ad sectorem $X\text{ϙ}$; quare sector $X\text{ϙ}$ maior est figura inscripta [Eucl. V, 10]. at maior non est, uerum minor; itaque sector $X\text{ϙ}$ ne minor quidem est spatio spirali $AB\Gamma\Delta E$[1]) rectisque $A\Theta$, ΘE comprehenso; ergo aequalis est.

XXVII.[2])

Spatiorum comprehensorum spiralibus rectisque, quae in circumactione sunt, tertium duplo maius est secundo, quartum uero triplo maius, quintum uero quadruplo maius, et semper deinceps insequens spatium toties multiplex erit quam spatium secundum, quoties indicant numeri ordine sequentes, primum autem spatium sexta pars est secundi.

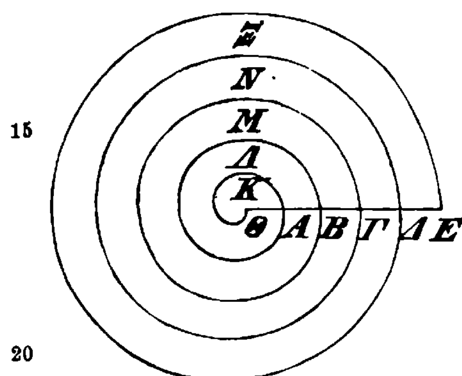
spiralis proposita in prima, secunda, reliquisque quotlibet circumactionibus descripta sit, et principium spiralis sit

1) In fig. huius partis (p. 106) est AE (cfr. ad p. 106, 25); sed respicitur ad fig. p. 103, id quod propter p. 102, 19; 104, 2 prope necessarium erat. 2) Cfr. p. 10, 3 sqq.

1 γραμμαί] des. C. αἱ] *Torellius*, om. AB. 2 τομέως] in -μέως inc. C. 3 μιᾷ] CG, μιας A. 4 τῷ (pr.)] CE, om. A. 5 ἀναγεγράφαται] e corr. E, αναγεγραφεται AC. 6 τᾶς μεγίστας] C, e corr. BG, ταν μεγισταν A. 7 τᾶν] C, τῶν G², om. A. 9 τῷ] CG, om. A. 12 ΘE] C, e corr. BG, AE A. 13 ὥστε] C, e corr. G, quia B, εστω A. 14 $X\text{ϙ}$] scripsi, X ABC. 15 $X\text{ϙ}$] (C), X AB. 17 $X\text{ϙ}$] scripsi, X AB(C). 18 $AB\Gamma\Delta E$] AB, $AB\Gamma\Delta$ (C). 19 ἴσος] C, ισα AB. 20 κζ'] λα' A(C), om. B. 22 τρίτον] γ̄ A(C), et similiter in tota prop. 28 προκειμένα] B(C)GH, προκειμενω A. 30 δὲ] addidi, et B, om. A(C).

ἔστω τὸ μὲν Κ τὸ πρῶτον, τὸ δὲ Λ τὸ δεύτερον, τὸ δὲ Μ τὸ τρίτον, τὸ δὲ Ν τὸ τέταρτον, τὸ δὲ Ξ τὸ πέμπτον. δεικτέον, ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ϛ' μέρος ἐστὶ τοῦ ἑπομένου, τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ, τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τοῦ Λ, καὶ τῶν ἑξῆς αἰεὶ τὸ ἑπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμούς.

ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ϛ' μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, ὧδε δείκνυται. ἐπεὶ τὸ ΚΛ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ̅ ποτὶ τὰ ι̅β̅, ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ποτὶ τὸν πρῶτον κύκλον, ὡς ι̅β̅ ποτὶ τὰ γ̅· δῆλον γάρ ἐστιν· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ποτὶ τὸ Κ χωρίον ἔχει, ὡς γ̅ ποτὶ α̅, ϛ' ἄρα ἐστὶ τὸ Κ χωρίον τοῦ Λ. πάλιν δὲ καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸν τρίτον κύκλον δέδεικται ὅτι τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΓΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ τετράγωνον. ὁ δὲ τρίτος κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ, ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ ΚΛ χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ ΒΘ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου· καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΓΘ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου. ταῦτα δὲ ἔχει ποτὶ ἄλλαλα λόγον, ὃν ι̅θ̅



punctum Θ, recta autem ΘE principium circumactionis, spatiorum uero primum sit K, secundum Λ, tertium M, quartum N, quintum Ξ. demonstrandum, spatium K sextam partem esse spatii sequentis ⟨Λ⟩, spatium autem M duplo maius spatio Λ, spatium autem N triplo maius spatio Λ, et reliquorum spatiorum semper deinceps insequens toties multiplex esse quam spatium Λ, quoties indicent numeri ordine sequentes.

iam spatium K sextam partem esse spatii Λ, hoc modo demonstramus. quoniam demonstratum est, spatium $K + \Lambda$ ad secundum circulum eam habere rationem, quam $7:12$ [prop. 25], secundus autem circulus ad primum circulum eam rationem habet, quam $12:3$ (hoc enim manifestum est),[1]) primus autem circulus ad spatium K eam rationem habet, quam $3:1$ [prop. 24], erit spatium $K = \frac{1}{6}\Lambda$.[2]) rursus autem demonstratum est, etiam spatium $K + \Lambda + M$ ad tertium circulum eam habere rationem, quam

$$\Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 : \Gamma\Theta^2 \text{ [prop. 25 coroll.].}$$

uerum tertius circulus ad secundum eam rationem habet, quam $\Gamma\Theta^2 : \Theta B^2$ [Eucl. XII, 2], et secundus circulus ad spatium $K + \Lambda$ eam rationem habet, quam

$$B\Theta^2 : B\Theta \times \Theta A + \tfrac{1}{3}AB^2 \text{ [prop. 25];}$$

erit igitur etiam

$$K + \Lambda + M : K + \Lambda$$
$$= \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 : B\Theta \times \Theta A + \tfrac{1}{3}AB^2,\text{[3])}$$

1) Ex Eucl. XII, 2; nam $\Theta B = 2\Theta A$.

2) Sit enim circulus primus C_1, secundus C_2, cett.; erit $K + \Lambda : C_2 = 7 : 12$, $C_2 : C_1 = 12 : 3$; inde (Eucl. V, 22) $K + \Lambda : C_1 = 7 : 3$. est autem $C_1 : K = 3 : 1$; itaque [ib.] $K + \Lambda : K = 7 : 1$ siue $K + \Lambda = 7K$, $\Lambda = 6K$.

3) Nam $K + \Lambda + M : C_3 = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Gamma\Theta^2$, $C_3 : C_2 = \Gamma\Theta^2 : \Theta B^2$, h. e. (Eucl. V, 22) $K + \Lambda + M : C_2 = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Theta B^2$. sed $C_2 : K + \Lambda = \Theta B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2$; tum u. Eucl. V, 22.

4 N τριπλάσιον] BG, $\overline{\nu\gamma\pi}$ E, $\overline{\eta\gamma\pi}$ A, de C non liquet. 9 ἔχον] scripsi, εχειν AB(C). 15 Λ] B, A A(C). 27 καὶ — 30 τετραγώνου] addidi praeeunte *Commandino*, om. ABC.

ποτὶ τὰ $\overline{ζ}$· ὥστε καὶ τὸ *ΚΛΜ* χωρίον ποτὶ τὸ *ΛΚ* χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν $\overline{ιθ}$ ποτὶ τὰ $\overline{ζ}$· αὐτὸ οὖν τὸ *Μ* ποτὶ τὸ *ΚΛ* λόγον ἔχει, ὃν τὰ $\overline{ιβ}$ ποτὶ τὰ $\overline{ζ}$. τὸ δὲ *ΚΛ* ποτὶ τὸ *Λ* λόγον ἔχει, ὃν τὰ $\overline{ζ}$ ποτὶ τὰ $\overline{ϛ}$· δῆλον οὖν, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ *Μ* τοῦ *Λ*.

ὅτι δὲ τὰ ἑπόμενα τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθήσεται. τὸ γὰρ *ΚΛΜΝΞ* ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ *ΘΕ*, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν *ΕΘ*, *ΘΔ* περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΔΕ* τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΕ* τετράγωνον. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ *ΘΕ*, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ *ΘΔ*, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΕ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΔ* τετράγωνον, ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ *ΔΘ*, ποτὶ τὸ *ΚΛΜΝ* χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΔ* τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν *ΘΔ*, *ΘΓ* καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΔΓ* τετραγώνου· καὶ τὸ *ΚΛΜΝΞ* ἄρα ποτὶ τὸ *ΚΛΜΝ* λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν *ΘΕ*, *ΘΔ* καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΔΕ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΔΘ*, *ΘΓ* καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΔΓ*· διελόντι καὶ τὸ *Ξ* χωρίον ποτὶ τὸ *ΚΛΜΝ* λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχὰ τοῦ τε ὑπὸ *ΕΘ*, *ΘΔ* μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΕΔ* καὶ τοῦ ὑπὸ τᾶν *ΔΘ*, *ΘΓ* μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΓΔ* ποτί τε τὸ ὑπὸ τᾶν

---

3 ὃν — **4** ἔχει] bis C. **5** οὖν, ὅτι] BG, *οτι ουν* A, de C non liquet. **7** *ΚΛΜΝΞ*] B, *ΗΚΛ ΜΝΞ* AB. **15** ἐκ] scripsi, *απο* AC. κέντρου] in κέν- des. C. **16** τοῦτον] inc. C. **19** *ΔΓ* — **21** τᾶς] AB, om. C. **21** *ΔΘ*] e corr. B, *ΑΘ* A(C). **23** καί] AC, ergo et in ras. B; fort. scrib. ἄρα. **25** καὶ — **26** *ΓΔ*] addidi cum *Torellio*, om. ABC.

h. e. $= 19 : 7$;[1]) quare etiam

$$K + \Lambda + M : \Lambda + K = 19 : 7;$$

itaque erit $M : K + \Lambda = 12 : 7$ [Eucl. V, 17]. sed

$$K + \Lambda : \Lambda = 7 : 6;$$

adparet igitur [Eucl. V, 22], esse $M = 2\Lambda$.

iam demonstrabimus, spatia insequentia eas rationes habere, quas numeri deinceps ordine sequentes. nam spatium $K + \Lambda + M + N + \Xi$ ad circulum, cuius radius est recta ΘE, eam rationem habet, quam $E\Theta \times \Theta\Delta + \frac{1}{3}\Delta E^2 : \Theta E^2$ [prop. 25 coroll.]. uerum circulus, cuius radius est ΘE, ad circulum, cuius radius est $\Theta\Delta$, eam rationem habet, quam $\Theta E^2 : \Theta\Delta^2$ [Eucl. XII, 2], et circulus, cuius radius ést $\Delta\Theta$, ad spatium $K + \Lambda + M + N$ eam rationem habet, quam $\Theta\Delta^2 : \Theta\Delta \times \Theta\Gamma + \frac{1}{3}\Delta\Gamma^2$ [prop. 25 coroll.]; quare erit etiam

$$K + \Lambda + M + N + \Xi : K + \Lambda + M + N$$
$$= \Theta E \times \Theta\Delta + \tfrac{1}{3}\Delta E^2 : \Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Delta\Gamma^2;$$ [2])

et dirimendo [Eucl. V, 15] erit

$$\Xi : K + \Lambda + M + N = E\Theta \times \Theta\Delta + \tfrac{1}{3}E\Delta^2$$
$$\div (\Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Delta\Gamma^2) : \Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Delta\Gamma^2.$$

sed $$E\Theta \times \Theta\Delta + \tfrac{1}{3}E\Delta^2 \div (\Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Delta\Gamma^2)$$
$$= E\Theta \times \Theta\Delta \div \Delta\Theta \times \Theta\Gamma$$ [3]) $$= \Delta\Theta \times \Gamma E;$$

erit igitur

$$\Xi : K + \Lambda + M + N = \Theta\Delta \times \Gamma E : \Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\Delta^2.$$

et eadem ratione demonstrabimus, esse

1) Nam $\Gamma\Theta = 3\Theta A$, $\Theta B = 2\Theta A$, $\Gamma B = AB = \Theta A$ (p. 95 not.); quare $\Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2 = 6\,\Theta A^2 + \frac{1}{3}\Theta A^2 : 2\,\Theta A^2 + \frac{1}{3}\Theta A^2 = 19\,\Theta A^2 : 7\,\Theta A^2 = 19 : 7$.

2) Est enim
$K + \Lambda + M + N + \Xi : C_5 = E\Theta \times \Theta\Delta + \frac{1}{3}\Delta E^2 : \Theta E^2$
et $C_5 : C_4 = \Theta E^2 : \Theta\Delta^2$; unde (Eucl. V, 22)
$K + \Lambda + M + N + \Xi : C_4 = E\Theta \times \Theta\Delta + \frac{1}{3}\Delta E^2 : \Theta\Delta^2$.
sed $C_4 : K + \Lambda + M + N = \Theta\Delta^2 : \Theta\Delta \times \Theta\Gamma + \frac{1}{3}\Delta\Gamma^2$; tum u. Eucl. V, 22.

3) Nam $E\Delta = \Delta\Gamma$.

ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφότερα τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΘΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΓΕ· τὸ Ξ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ ΓΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΓΒ τετραγώνου· τὸ Ν ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ [καὶ ἀνάπαλιν]· ταῦτα δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου, τὸ δὲ ΚΛΜΝ ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ. τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ, ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ.

ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Μ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΓ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ τὸ Μ ποτὶ

---

3 *ὑπερέχει* — 4 *τᾶν*] bis C; in *τᾶν* (*τῶν*) des. C. 5 *ὃν τὸ*] *Basil.*, *ον τε* A, *ὅν τε τὸ* G. 9 *τό τε*] G, *τῳ τε* A. 12

$$N : K + \varLambda + M = \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2;$$

erit igitur

$$N : K + \varLambda + M + N$$
$$= \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Theta\Gamma \times B\varDelta + \Theta\Gamma \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2;$$[1]

et $\Theta\Gamma \times B\varDelta + \Theta\Gamma \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 = \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\varDelta^2.$[2]

iam quoniam

$$\Xi : K + \varLambda + M + N = \Theta\varDelta \times \Gamma E : \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\varDelta^2,$$

et

$$K + \varLambda + M + N : N = \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\varDelta^2 : \Theta\Gamma \times \varDelta B$$

[Eucl. V, 7 coroll.], erit etiam [Eucl. V, 22]

$$\Xi : N = \Theta\varDelta \times \Gamma E : \Theta\Gamma \times \varDelta B.$$

est autem

$$\Theta\varDelta \times \Gamma E : \Theta\Gamma \times \varDelta B = \Theta\varDelta : \Theta\Gamma,$$

quoniam $\Gamma E = B\varDelta$; adparet igitur, esse $\Xi : N = \Theta\varDelta : \Theta\Gamma$. et eodem modo demonstrabimus, esse etiam

$$N : M = \Theta\Gamma : \Theta B,\ M : \varLambda = B\Theta : \varLambda\Theta;$$

---

1) Cum sit
$$N : K + \varLambda + M = \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2,$$
erit etiam (Eucl. V, 7 coroll.)
$$K + \varLambda + M : N = \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 : \Theta\Gamma \times B\varDelta,$$
et (Eucl. V, 18)
$$K + \varLambda + M + N : N = \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 + \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Theta\Gamma \times B\varDelta,$$
et (*ἀνάπαλιν*, Eucl. V, 7 coroll.)
$$N : K + \varLambda + M + N = \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 + \Theta\Gamma \times B\varDelta.$$
hinc simul intellegitur, ineptum esse additamentum *καὶ ἀνάπαλιν* lin. 13; nam proportio $N : K + \varLambda + M + N$ ipsa *ἀνάπαλιν* orta est. his uerbis deletis hoc quoque adipiscimur, ut uerbum *ταῦτα* lin. 14 habeat, quo apte referatur (sc. ad proxime antecedentia $\Theta\Gamma \times B\varDelta + \Theta\Gamma \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2$).

2) Eucl. II, 1; et quia $\Gamma\varDelta = \Gamma B$.

ὑπὸ — ὑπὸ] addidi praeeunte *Commandino*, om. AB. **13** *καὶ ἀνάπαλιν*] AB, deleo. **18** *τό* (pr.)] G, e corr. E, *τῷ* A. **19** *τὸ* (pr.)] *Torellius*, *τα* AB. **21** *τὸ*] G, *τα* AB. *τᾶν*] BG, *τα* A. **23** $\Theta\varDelta$ — *τᾶν*] B, bis A. **24** $\Theta\varDelta$] BG, e corr. D, $\Theta\varLambda$ A.

τὸ $Λ$, ὃν ἁ $ΒΘ$ ποτὶ τὰν $ΑΘ$· αἱ δὲ [$ΕΘ$] $ΔΘ$, $ΓΘ$, $ΒΘ$, $ΑΘ$ εὐθεῖαι τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι.

κη'.

Εἴ κα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, κύκλοι γραφέωντι, τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶν μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας τοῦτον ἕξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ $ΑΒΓΔ$, ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ $Α$, $Γ$, ὥστε τὸ $Θ$ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τῶν $Α$, $Γ$ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ $Θ$, καὶ κέντρῳ τῷ $Θ$, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς $ΘΑ$, $ΘΓ$, κύκλοι γεγράφθωσαν. δεικτέον, ὅτι τὸ $Ξ$ χωρίον ποτὶ τὸ $Π$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἅ τε $ΑΘ$

1 τὰν] G, τον A. $ΕΘ$] AB, deleo. 2 ἔχοντι] EG, εχωντι A. 3 κη'] B, om. A. 4 ὁποιᾳοῦν] μιᾷ *Nizzius*. 9 τὰν

et rectae $\Delta\Theta$, $\Gamma\Theta$, $B\Theta$, $A\Theta$ eam rationem habent, quam numeri ordine sequentes.[1])

XXVIII.[2])

Si in spirali qualibet circumactione descripta duo puncta sumuntur, quae termini eius non sunt, a punctisque ita sumptis ad principium spiralis rectae ducuntur, et circuli describuntur, quorum centrum est principium spiralis, radii autem rectae a punctis ad principium spiralis ductae, spatium comprehensum maiore eorum arcuum, qui inter rectas sunt, et spirali inter easdem rectas posita et recta producta[3]) ad spatium comprehensum arcu minore et eadem spirali et recta terminos eorum iungenti eam rationem habebit, quam radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris excedit, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta$, una circumactione descripta, in eaque sumantur duo puncta A, Γ, ita ut punctum Θ principium sit spiralis, et a punctis A, Γ ad punctum Θ

1) Erit igitur $\Xi : N : M : \Lambda = \Theta\Delta : \Theta\Gamma : \Theta B : \Theta A$. hinc autem intellegitur, $E\Theta$ male additum esse lin. 1; neque enim ei ullum spatium respondet.

2) Propositio de omni spirali uera est, sed ab Archimede de spirali una circumactione descripta sola demonstratur (lin. 22); quare ὁποιᾳοῦν lin. 4 suspectum est; cfr. p. 10, 15.

3) Indicandum erat, radium circuli minoris ad ambitum circuli maioris producendum esse.

ἀρχὰν] G, τᾳ ἀρχᾳ A. 11 τᾶν (pr.)] scripsi, τας AB. 13 ἀπολαφθὲν] A, comprehensum B; fort. περιλαφθὲν coll. p. 10, 22. 16 ἐλάσσονος] *Torellius*, cfr. p. 10, 28; om. AB, maioris postea add. B. 19 ποτὶ — 20 κύκλου] *Basil.*, om. AB, ad illam quae ex centro maioris mg. B; cfr. p. 10, 31. 22 ἐν] postea add. B, om. A. 25 τῶν] *Basil.*, ταν A. 26 τῷ] GH, e corr. E, το A. 28 τε] addidi, om. A. $A\Theta$] ΘA *Basil.*, $H\Theta$ AB.

καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τάν τε ΑΘ καὶ ἓν τριταμόριον τᾶς ΗΑ.

τὸ γὰρ χωρίον τὸ ΝΠ ποτὶ τὸν ΗΓΘ τομέα δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΑΘ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΗ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΗΘ τετράγωνον· αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ μετὰ δύο τριταμορίων τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν ΝΠΞ τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τετράγωνον, ὁ δὲ ΝΠΞ τομεὺς ποτὶ τὸν Ν τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ἕξει καὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ τὸ ἀπὸ ΘΑ· τὸ ἄρα ΝΠ ποτὶ τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΘΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ τὰ

1 *ΗΑ*] e corr. B, *Η* AB. 2 *ΑΘ*] *ΘΑ Basil.*, *ΗΘ* AB. *ΗΑ*] B, *ΜΑ* A. 4 *ἔχον*] G, *εχων* A. 11 *ΝΠΞ*] *Torellius*, *ΝΗΞ* AB. 13 *τᾶς* (pr.)] G, *του* A. 14 *ΝΠΞ*] *Basil.*, *ΝΗΞ* AB. 16 *Ν*] A, *Ν τομέα* BG. 19 *Π*] B, *ΠΑ* A. *συναμφότερα*] AB, *συναμφότερον* G. 21 *ΗΑ* (pr.)] B, *ΜΑ* A. *ποτὶ*] B, *ποτὶ τὸ* G, om. A. *ΘΑ*] e corr. B, *ΘΕ* A. Fig. male descripta in A.

rectae ducantur, describantur autem circuli, quorum centrum sit Θ, radii uero ΘA, $\Theta \Gamma$. demonstrandum, esse

$$\Xi : \Pi = A\Theta + \tfrac{2}{3} HA : A\Theta + \tfrac{1}{3} HA.$$

nam demonstratum est, esse

$$N + \Pi : H\Gamma\Theta = H\Theta \times A\Theta + \tfrac{1}{3} AH^2 : H\Theta^2 \text{ [prop. 26]};$$

quare erit[1])

$$\Xi : N + \Pi = \Theta A \times AH + \tfrac{2}{3} HA^2 : A\Theta \times \Theta H + \tfrac{1}{3} HA^2.$$

et quoniam est

$$N + \Pi : N + \Pi + \Xi = \Theta A \times \Theta H + \tfrac{1}{3} HA^2 : \Theta H^2,$$

et $N + \Pi + \Xi : N = \Theta H^2 : \Theta A^2$,[2]) erit

$$N + \Pi : N = \Theta A \times \Theta H + \tfrac{1}{3} HA^2 : \Theta A^2 \text{ [Eucl. V, 22]};$$

itaque

---

1) Erit (Eucl. V, 7 coroll.)

$$H\Gamma\Theta : N + \Pi = H\Theta^2 : H\Theta \times A\Theta + \tfrac{1}{3} AH^2;$$

unde (Eucl. V, 17)

$$\Xi : N + \Pi = H\Theta^2 \div (H\Theta \times A\Theta + \tfrac{1}{3} AH^2) : H\Theta \times A\Theta + \tfrac{1}{3} AH^2.$$

sed $H\Theta^2 \div (H\Theta \times A\Theta + \tfrac{1}{3} AH^2)$

$= HA^2 + A\Theta^2 + 2 HA \times A\Theta \div HA \times A\Theta \div A\Theta^2 \div \tfrac{1}{3} AH^2$ (Eucl. II, 4) $= HA \times A\Theta + \tfrac{2}{3} HA^2$.

2) ZMP. XXIV p. 181 nr. 14. cfr. p. 105 not.

συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, τὸ δὲ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑΘ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, ἕξει καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Π τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. τὰ δὲ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα ἅ τε ΘΑ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τάν τε ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφότερα ἅ τε ΘΑ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τάν τε ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ.

---

1 *καὶ*] inc. C. 8 *ΘΑΗ*] scripsi, *ΘΗ ΗΑ* ABC, *ΘΑ ΗΑ* *Basil.* *καὶ* — 10 *ΘΑΗ*] AB, bis C. 10 *ΘΑΗ*] *ΘΗ ΗΑ* ABC, *ΘΑ ΗΑ* *Basil.* 11 *συναμφότερα*] des. C. *ΘΑΗ*| *ΘΗΗΑ* AB, *ΘΑ ΗΑ* *Basil.* *δύο*] inc. C. 13 *ΘΑΗ*] *ΘΗΑ* ABC, *ΘΑ ΗΑ* *Basil.* 15 *ΘΑ*] *Basil.*, *ΘΗ* ABC. *συναμφότερον*] scripsi, *συναμφοτεραν* AC, *συναμφότερα* B. 16 *τε*] addidi, om. AC. *ΘΑ*] *Basil.*, *ΘΗ* ABC. 17 *Π*] scripsi, *Ν* ABC. 18 *ΘΑ*] *Basil.*, *ΘΗ* ABC. 19 *συναμφότερον*] ABC, *συναμφότερα* G. *τε*] addidi, om. AC. *ΘΑ*] *Basil.*, *ΘΗ* ABC. 20 *ΗΑ*] AB, ·*ΗΑ* C. In fine: *Ἀρχιμήδους περὶ ἑλίκων* A et post spatium 1 lin. C.

$$N+\Pi:\Pi=H\Theta\times\Theta A+\tfrac{1}{3}HA^2:HA\times\Theta A+\tfrac{1}{3}HA^2.$$ [1])

iam quoniam est

$$\Xi:N+\Pi=\Theta A\times AH+\tfrac{2}{3}HA^2:H\Theta\times\Theta A+\tfrac{1}{3}HA^2$$

et

$$N+\Pi:\Pi=H\Theta\times\Theta A+\tfrac{1}{3}HA^2:HA\times A\Theta+\tfrac{1}{3}HA^2,$$

erit etiam [Eucl. V, 22]

$$\Xi:\Pi=\Theta A\times AH+\tfrac{2}{3}HA^2:HA\times A\Theta+\tfrac{1}{3}HA^2.$$

sed

$$\Theta A\times HA+\tfrac{2}{3}HA^2:\Theta A\times HA+\tfrac{1}{3}HA^2$$
$$=\Theta A+\tfrac{2}{3}HA:\Theta A+\tfrac{1}{3}HA;$$

ergo adparet, esse etiam

$$\Xi:\Pi=\Theta A+\tfrac{2}{3}HA:\Theta A+\tfrac{1}{3}HA.$$

---

1) Erit (Eucl. V, 19 coroll.)

$$N+\Pi:\Pi=\Theta A\times\Theta H+\tfrac{1}{3}HA^2:\Theta A\times\Theta H+\tfrac{1}{3}HA^2\div\Theta A^2.$$

sed (Eucl. II, 3)

$$\Theta A\times\Theta H+\tfrac{1}{3}HA^2\div\Theta A^2=\Theta A\times(\Theta H\div\Theta A)+\tfrac{1}{3}HA^2$$
$$=\Theta A\times HA+\tfrac{1}{3}HA^2.$$

DE PLANORUM AEQUILIBRIIS

LIBRI II.

Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων α΄.

α΄. Αἰτούμεθα τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, τὰ δὲ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος.

β΄. εἴ κα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπό τινων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῇ, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ ποτετέθη.

γ΄. ὁμοίως δὲ καί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν βαρέων ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος, ἀφ' οὗ οὐκ ἀφηρέθη.

δ΄. τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλλαλα.

ε΄. τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δέ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐσσεῖται κείμενα. ὁμοίως δὲ λέγομες σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ποιέοντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς.

ϛ΄. εἴ κα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσει.

C deficit. 1 Ἀρχιμήδους praemittunt A𝔅. 3 α΄] ceterosque numeros om. A𝔅. 8 ποτιτεθῇ] A𝔅, τι supra add. G. 9 ἐκεῖνο] G, εκεινω A. 12 ἀφ'] GH, ἀφ' (ε supra) D, ἐφ' E. 19 ποιέοντι] ποιόντι E, ποιωντι A.

De planorum aequilibriis siue de centris grauitatis planorum I.

1. Supponimus,[1] aequalia pondera ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruare, aequalia uero pondera ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem non seruare, sed ad pondus e maiore longitudine suspensum uergere.

2. Si ponderibus e quibusdam longitudinibus suspensis aequilibritatem seruantibus alteri adiiciatur aliquid, aequilibritatem ea non seruare, sed ad pondus, cui adiectum sit aliquid, uergere.

3. Eodem modo, si ab altero pondere auferatur aliquid, ea aequilibritatem non seruare, sed ad pondus, a quo nihil ablatum sit, uergere.

4. Figuris planis aequalibus similibusque congruentibus grauitatis centra ipsa quoque inter se congruunt.

5. Figurarum uero inaequalium, sed similium, centra grauitatis similiter posita erunt. puncta autem in figuris similibus similiter posita esse dicimus, a quibus quae ad aequales angulos ducantur rectae, cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant.

6. Si magnitudines e quibusdam longitudinibus suspensae aequilibritatem seruant, etiam magnitudines iis aequales ex iisdem longitudinibus suspensae aequilibritatem seruabunt.

---

1) *Ὁ Ἀρχιμήδης τῶν [ἀν]ισορροπιῶν ἀρχόμενος· αἰτούμεθα, φησί, τὰ ἴσα βάρη ἀπὸ τῶν ἴσων μηκῶν ἰσορροπεῖν· καίτοι τοῦτο μᾶλλον ἀξίωμα ἄν τις προσείποι* Proclus in Eucl. p. 181, 18.

ζ'. παντὸς σχήματος, οὗ κα ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν δεῖ τοῦ σχήματος.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων

α'.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπέοντα βάρεα ἴσα ἐντί.

εἴπερ γὰρ ἄνισα ἐσσεῖται, ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τοῦ μείζονος τᾶς ὑπεροχᾶς τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροπησοῦντι, ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφήρηται. ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρεα ἰσορροπέοντα ἴσα ἐντί.

β'.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεα οὐκ ἰσορροπέοντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

ἀφαιρεθείσας γὰρ τᾶς ὑπεροχᾶς ἰσορροπησοῦντι, ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι. ποτιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον, ἐπεὶ ἰσορροπεόντων τῷ ἑτέρῳ ποτετέθη.

γ'.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ἔστω ἄνισα βάρεα τὰ A, B, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ A, καὶ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τῶν AΓ, ΓB μακέων. δεικτέον, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἁ AΓ τᾶς ΓB.

μὴ γὰρ ἔστω ἐλάσσων. ἀφαιρεθείσας δὴ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ A τοῦ B, ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων

5 *α'*] *Torellius*, om. A𝔅 et *Eutocius*. 9 *ἀφήρηται*] A𝔅, *ἀφήρηταί τι Torellius*. 11 *β'*] *Torellius*, om. A𝔅 et *Eutocius*. 12 *ἰσορροπέοντι*] *ισορροπουντι* A(𝔅); fort. *ἰσορροπησοῦντι*. 17 *ποτετέθη*] scripsi, *ποτιτεθη* A, apponitur 𝔅, *ποτιτεθῇ τι Torellius*. 18 *γ'*] *Torellius*, *α'* A𝔅 et *Eutocius*; et similiter deinceps. 24 *δὴ*] scripsi, *δε* A𝔅.

7. Cuiuslibet figurae, cuius perimetrus in eandem partem caua est,[1]) centrum grauitatis intra figuram esse necesse est.

His autem suppositis

I.

Pondera, quae ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant, aequalia sunt.

nam, si inaequalia erunt, excessu a maiore ablato, quae relinquuntur, aequilibritatem non seruabunt, quoniam aequilibritatem seruantibus ab altero aliquid ablatum est [post. 3]. quare,[2]) quae ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant, aequalia sunt.

II.

Pondera inaequalia e longitudinibus aequalibus suspensa aequilibritatem non seruant, sed ad maius uergent.

nam ablato excessu aequilibritatem seruabunt, quoniam aequalia ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant [post. 1]. adiecto igitur, quod ablatum est, ad maius uergent, quoniam aequilibritatem seruantibus alteri aliquid adiectum est [post. 2].

III.

Pondera inaequalia ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruabunt,[3]) et maius e minore longitudine suspensum erit.

sint A, B pondera inaequalia, maiusque sit A, et e longitudinibus $A\Gamma$, ΓB suspensa aequilibritatem seruent. demonstrandum, esse $A\Gamma < \Gamma B$.

nam minor ne sit. ablato igitur excessu, quo A magnitudinem B excedit, uergent ad B, quoniam aequilibritatem

1) Cfr. de sph. et cyl. I def. 2.

2) Nam illud absurdum est ex post. 1.

3) H. e. si pondera inaequalia aequilibritatem seruant, longitudines inaequales sunt.

ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφήρηται, ῥέψει ἐπὶ τὸ Β. οὐ ῥέψει δέ· εἴτε γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ ΓΑ τᾷ ΓΒ, ἰσορροπησοῦντι [τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων], εἴτε μείζων ἁ ΓΑ τᾶς ΓΒ, ῥέπει ἐπὶ τὸ Α· τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέοντι, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. διὰ δὴ ταῦτα ἐλάσσων ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾶς ΓΒ.

φανερὸν δέ, ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπέοντα ἄνισά ἐντι, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

δ΄.

Εἴ κα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος.

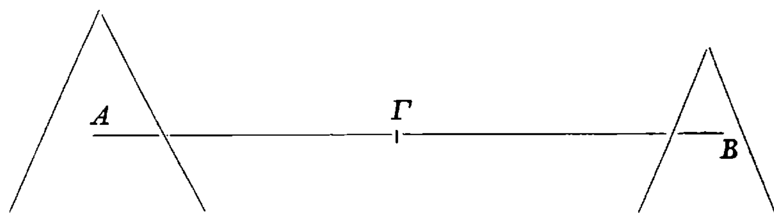
ἔστω τοῦ μὲν Α κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Α, τοῦ δὲ Β τὸ Β, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἁ ΑΒ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Γ· λέγω, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τὸ Γ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω [τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β μεγεθῶν] κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν [ὅτι γὰρ ἔστιν ἐπὶ τῆς ΑΒ, προδέδεικται]. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος, κατεχομένου τοῦ Δ ἰσορροπήσει· τὰ ἄρα Α, Β μεγέθεα ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μακέων· ὅπερ ἀδύνατον [τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν

---

5 ἐπὶ τὸ] *Torellius*, om. A𝔅. 7 ΑΓ] A, *ga* 𝔅. 8 καὶ] A, om. 𝔅. 13 ἔχωντι] G, εχοντι A𝔅. 25 τοῦ] 𝔅EG, e corr. D, το A.

seruantibus ab altero aliquid ablatum est [post. 3]. at non uergent; nam siue $\Gamma A = \Gamma B$, aequilibritatem seruabunt [post. 1],[1]) siue $\Gamma A > \Gamma B$, ad A uergent; nam aequalia



ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem non seruant, sed ad pondus ex maiore longitudine suspensum uergunt [post. 1]. ergo erit $A\Gamma < \Gamma B$.

et adparet, etiam pondera, quae ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruent, inaequalia esse, et pondus e minore longitudine suspensum maius.[2])

IV.

Si duae magnitudines aequales idem centrum grauitatis non habent, magnitudinis ex utraque magnitudine compositae centrum grauitatis punctum medium erit rectae centra grauitatis magnitudinum iungentis.

sit A centrum grauitatis A magnitudinis, B autem magnitudinis B, ducatur autem recta AB et in puncto Γ in duas partes aequales secetur; dico, Γ punctum centrum ⟨grauitatis⟩ esse magnitudinis ex utraque magnitudine compositae.

nam si non est, sit punctum Δ centrum grauitatis, si fieri potest.[3]) quoniam igitur punctum Δ centrum grauitatis est magnitudinis ex A, B compositae, aequilibritatem seruabit puncto Δ sustento; itaque magnitudines A, B ex longitudinibus $A\Delta$, ΔB suspensae aequilibritatem seruabunt;

1) De uerbis τὰ — μακέων lin. 3 interpolatis u. NJS. XIII p. 570.

2) Conuersio est huius propositionis.

3) De interpolatis uerbis τοῦ — μεγεθῶν lin. 21 (om. Eutocius), ὅτι — προδέδεικται lin. 22—23, τὰ — ἰσορροπέοντι lin. 27 sq. u. NJS. XIII p. 569 sq.

ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέοντι]. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος.

ε'.

Εἴ κα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ἔστω τρία μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος τὰ Α, Β, Γ σαμεῖα ἐπ' εὐθείας κείμενα, ἔστω δὲ τά τε Α, Β, Γ ἴσα καὶ αἱ ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Γ σαμεῖον.

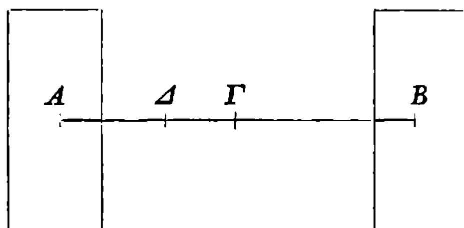
ἐπεὶ γὰρ τὰ Α, Β μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχει, κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον, ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΓ, ΓΒ. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ Γ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α'.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ὁπόσων κα τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, εἴ κα τά τε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάν-

1 *ἰσορροπέοντι*] EG, *ισορροπεωντι* A. 19 *οὖν*] G, om. A𝔅. 22 om. A𝔅, ⌈ο⌉ mg. D. 27 *τῶν κέντρων*] *Torellius*, *του κεντρου* A𝔅.

quod fieri non potest [post. 1]. ergo adparet, punctum Γ centrum grauitatis esse magnitudinis ex A, B compositae.

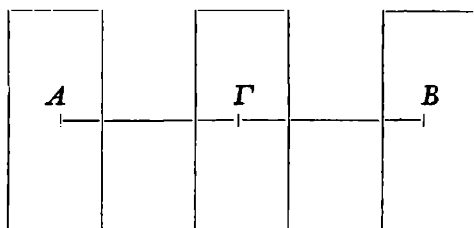


V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in eadem recta posita sunt, et magnitudines eiusdem sunt ponderis, rectaeque inter centra ⟨grauitatis⟩ positae aequales sunt, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis erit punctum, quod idem mediae magnitudinis centrum grauitatis est.

sint tres magnitudines A, B, Γ et centra grauitatis earum A, B, Γ puncta in eadem recta posita, magnitudines autem A, B, Γ aequales sint et rectae $A\Gamma$, ΓB aequales; dico, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis esse punctum Γ.

nam quoniam magnitudines A, B aequale pondus habent, centrum grauitatis erit punctum Γ, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$



[prop. 4]. sed Γ etiam magnitudinis Γ centrum grauitatis est; ergo adparet, etiam magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis fore punctum, quod idem mediae magnitudinis centrum grauitatis sit.

COROLLARIUM I.

hinc manifestum est, quotcumque magnitudinum imparium numero centra grauitatis in eadem recta posita sint,

των τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.

εἴ κα καὶ ἄρτια ἔωντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν καὶ τὰ ἴσα ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται.

ϛ΄.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

ἔστω σύμμετρα μεγέθεα τὰ Α, Β, ὧν κέντρα τὰ Α, Β, καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ ΕΔ, καὶ ἔστω, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ μᾶκος ποτὶ τὸ ΓΕ μᾶκος· δεικτέον, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

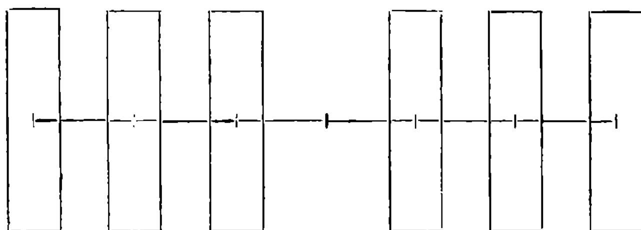
ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ ποτὶ τὸ ΓΕ, τὸ δὲ Α τῷ Β σύμμετρον, καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΓΕ σύμμετρον, τουτέστιν εὐθεῖα τᾷ εὐθείᾳ· ὥστε τῶν ΕΓ, ΓΔ ἐστι κοινὸν μέτρον. ἔστω δὴ τὸ Ν, καὶ κείσθω τᾷ μὲν ΕΓ ἴσα ἑκατέρα τᾶν ΔΗ, ΔΚ, τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἁ ΕΛ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἁ ΔΗ τᾷ ΓΕ, ἴσα

4 om. A𝔅. 7 καὶ τὰ ἴσα — 8 αὐτῶν] addidi, om. A𝔅. 8 ἔχωντι] 𝔅G, εχοντι A. 14 ἰσορροπέοντι] EG, ισορροπεωντι A. ἀντιπεπονθότως] *Torellius*, αντιπεπονθοτων A𝔅. 17 τι] A, om. 𝔅. 23 εὐθεῖα] A, fort. ἁ εὐθεῖα.

si et magnitudines aequali spatio a media distantes aequale pondus habeant, et rectae inter centra earum positae aequales sint, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis fore punctum, quod idem mediae earum centrum grauitatis sit.

COROLLARIUM II.

etiam si magnitudines pares sunt numero, centra autem earum grauitatis in eadem recta posita sunt, et mediae magnitudines, quaeque ab iis aequali spatio distant, aequale



pondus habent, rectae autem inter centra ⟨grauitatis⟩ positae aequales sunt, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis erit punctum medium rectae centra grauitatis magnitudinum iungentis, sicut infra descriptum est.

VI.

Magnitudines commensurabiles aequilibritatem seruant ex longitudinibus suspensae, quae in contraria proportione sunt ac pondera.

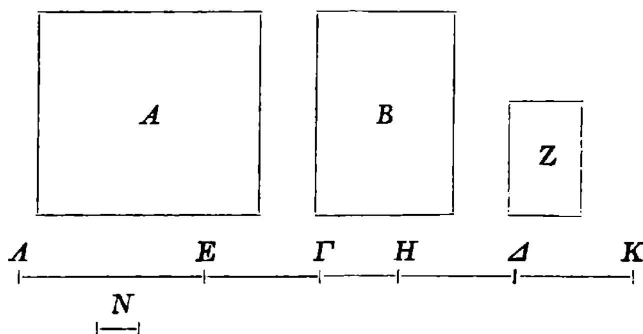
commensurabiles magnitudines sint A, B, quarum centra ⟨grauitatis⟩ sint puncta A, B, longitudo autem aliqua sit $E\varDelta$, et sit $A : B = \varDelta\varGamma : \varGamma E$; demonstrandum, punctum $\varGamma$ centrum grauitatis esse magnitudinis ex utraque simul A, B compositae.

nam quoniam est $A : B = \varDelta\varGamma : \varGamma E$, et A, B commensurabiles sunt, etiam longitudines, h. e. rectae, $\varGamma\varDelta$, $\varGamma E$ commensurabiles sunt [Eucl. X, 11]; quare longitudinum $E\varGamma$, $\varGamma\varDelta$ communis est mensura. sit igitur N, et ponatur $\varDelta H = \varDelta K = E\varGamma$, $E\varLambda = \varDelta\varGamma$. et quoniam est $\varDelta H = \varGamma E$, erit

καὶ ἁ ΔΓ τᾷ ΕΗ· ὥστε καὶ ἁ ΛΕ ἴσα τᾷ ΕΗ. διπλασία ἄρα ἁ μὲν ΛΗ τᾶς ΔΓ, ἁ δὲ ΗΚ τᾶς ΓΕ· ὥστε τὸ Ν καὶ ἑκατέραν τᾶν ΛΗ, ΗΚ μετρεῖ, ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίσεα αὐτᾶν. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, ὡς δὲ ἁ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, οὕτως ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας· καὶ ὡς ἄρα τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ. ὁσαπλασίων δέ ἐστιν ἁ ΛΗ τᾶς Ν, τοσαυταπλασίων ἔστω καὶ τὸ Α τοῦ Ζ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΛΗ ποτὶ Ν, οὕτως τὸ Α ποτὶ Ζ. ἔστι δὲ καί, ὡς ἁ ΚΗ ποτὶ ΛΗ, οὕτως τὸ Β ποτὶ Α· δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ ΚΗ ποτὶ Ν, οὕτως τὸ Β ποτὶ Ζ· ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἁ ΚΗ τᾶς Ν καὶ τὸ Β τοῦ Ζ. ἐδείχθη δὲ τοῦ Ζ καὶ τὸ Α πολλαπλάσιον ἐόν· ὥστε τὸ Ζ τῶν Α, Β κοινόν ἐστι μέτρον. διαιρεθείσας οὖν τᾶς μὲν ΛΗ εἰς τὰς τᾷ Ν ἴσας, τοῦ δὲ Α εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα, τὰ ἐν τᾷ ΛΗ τμάματα ἰσομεγέθεα τᾷ Ν ἴσα ἐσσεῖται τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ Α τμαμάτεσσιν ἴσοις ἐοῦσιν τῷ Ζ. ὥστε, ἂν ἐφ' ἕκαστον τῶν τμαμάτων τῶν ἐν τᾷ ΛΗ ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ μέσου τοῦ τμάματος, τά τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐντὶ τῷ Α, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ Ε· ἄρτιά τε γάρ ἐστι τὰ πάντα τῷ πλήθει, καὶ τὰ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Ε ἴσα τῷ πλήθει διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὰν ΛΕ τᾷ ΗΕ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι κἄν, εἴ κα

3 *καί*] A, om. 𝔅. *ἑκατέραν*] *Torellius*, *εκατερον* A𝔅. 8 *ὁσαπλασίων δέ*] A, et quotupla 𝔅. 12 *ἰσάκις*] A, quotiens 𝔅. 14 *καί*] A, om. 𝔅. *πολλαπλάσιον*] EH, e corr. G, *πολλαπλασιων* A. 16 *τᾷ*] *Basil.*, om. A, *τῷ* e corr. G. *τοῦ δὲ Α*] A, et *a* 𝔅. 18 *ἴσα*] GH, *ισου* A. 20 *τῷ*] EG, *τῶ* D, *τὸ* H. 24 *καὶ* — 25 *πλήθει*] addidi, om. A𝔅. 26 *κἄν*] A, fort. *καί*.

etiam $\varDelta\Gamma = EH$; quare etiam $\varLambda E = EH$. itaque $\varLambda H = 2\,\varDelta\Gamma$ et $HK = 2\,\Gamma E$; quare N etiam utramque rectam $\varLambda H$, HK metitur, quia dimidias metitur [Eucl. X, 12]. et quoniam est $A : B = \varDelta\Gamma : \Gamma E$, sed $\varDelta\Gamma : \Gamma E = \varLambda H : HK$ (nam utraque ⟨rectarum $\varLambda H$, HK⟩ duplo maior est utraque ⟨rectarum $\varDelta\Gamma$, ΓE⟩), erit etiam $A : B = \varLambda H : HK$. quoties autem recta N in $\varLambda H$ continetur, toties contineatur etiam Z in A; est igitur [Eucl. V def. 5] $\varLambda H : N = A : Z$. uerum etiam $KH : \varLambda H = B : A$ [Eucl. V, 7 coroll.]; quare ex aequo [Eucl. V, 22] $KH : N = B : Z$; itaque, quoties N in KH continetur, toties etiam Z in B continetur. sed demonstratum est, Z etiam A magnitudinem metiri; quare Z communis mensura est magnitudinum A, B. diuisa igitur recta $\varLambda H$ in partes rectae N aequales et magnitudine A in partes magnitudini Z aequales partes rectae $\varLambda H$ aequales rectae N partibus magnitudinis A magnitudini Z aequalibus numero aequales erunt. itaque, si in singulis partibus rectae $\varLambda H$ magnitudo ponitur magnitudini Z aequalis centrum grauitatis in medio partis habens, omnes simul magnitudines magnitudini A aequales sunt, et magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis erit punctum E; nam et omnes simul pares sunt numero, et quae in utraque parte puncti E positae sunt, numero aequales, quia $\varLambda E = HE$.[1])



1) Tum u. prop. 5 coroll. 2; nam et omnes magnitudini Z aequales sunt, et spatia, quibus centra in eadem recta posita distant, rectae N aequalia.

ἐφ' ἕκαστον τῶν ἐν τᾷ ΚΗ τμαμάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμάματος, τά τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται τῷ Β, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται τὸ Δ· ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν Α ἐπικείμενον κατὰ τὸ Ε, τὸ δὲ Β κατὰ τὸ Δ. ἐσσεῖται δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' εὐθείας κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἴσα ἀπ' ἀλλάλων διέστακεν, [συγκείμενα] ἄρτια τῷ πλήθει· δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἁ διχοτομία τᾶς εὐθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθέων. ἐπεὶ δ' ἴσαι ἐντὶ ἁ μὲν ΔΕ τᾷ ΓΔ, ἁ δὲ ΕΓ τᾷ ΔΚ, καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΔΓ ἴσα τᾷ ΓΚ· ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ σαμεῖον. τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ, ἰσορροπησοῦντι κατὰ τὸ Γ.

ζ'.

Καὶ τοίνυν, εἴ κα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ ΑΒ, Γ, μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ, ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μᾶκος· λέγω, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε.

εἰ γὰρ μὴ ἰσορροπήσει τὸ ΑΒ τεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ τῷ Γ τεθέντι ἐπὶ τῷ Δ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν [τῷ Γ] ἢ οὔ. ἔστω μεῖζον, καὶ

8 *συγκείμενα*] A𝔅, deleo. 19 *ἀντιπεπονθότως*] *Basil.*, *αντιπεπονθοτων* A𝔅. 26 *εἰ* — 27 *Δ*] AB (mg. in alio), si enim

similiter demonstrabimus, etiam si in singulis partibus rectae KH ⟨rectae N aequalibus⟩ magnitudo magnitudini Z aequalis ponatur centrum grauitatis in medio partis habens, omnes simul magnitudines magnitudini B aequales fore, et centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositae esse punctum Δ;[1]) itaque magnitudo A in E puncto posita erit, magnitudo autem B in Δ. iam magnitudines quaedam inter se aequales, quarum centra grauitatis aequali spatio inter se distant, in eadem recta positae erunt numero pares; adparet igitur, centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositae medium fore punctum rectae eius, in qua centra magnitudinum mediarum[2]) posita sint. et quoniam $AE = \Gamma\Delta$ et $E\Gamma = \Delta K$, erit etiam $A\Gamma = \Gamma K$; quare magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis est punctum Γ. ergo magnitudo A in puncto E posita, B autem in Δ, ex puncto Γ suspensae aequilibritatem seruabunt.

VII.

Iam etiam, si incommensurabiles sunt magnitudines, eodem modo aequilibritatem seruabunt ex longitudinibus suspensae, quae in contraria proportione sunt ac magnitudines.

magnitudines incommensurabiles sint AB, Γ, longitudines autem aliquae ΔE, EZ, et sit $AB : \Gamma = E\Delta : EZ$; dico, centrum grauitatis magnitudinis ex utraque AB, Γ compositae esse punctum E.[3])

nam si aequilibritatem non seruabunt AB magnitudo in puncto Z posita, Γ uero in puncto Δ, aut maior erit AB

1) Nam Z metitur magnitudinem B; tum u. prop. 5 coroll. 2 et p. 135 not. 1.

2) Ex prop. 5 coroll. 2; nam punctum medium totius rectae centra iungentis idem medium est rectae centra mediarum iungentis.

3) Sc. magnitudine AB in Z posita, Γ autem in Δ.

non aequaliter repant *ab* positum super *z*, *g* autem positum super *d* 𝔅. 27 τῷ] G, το A. 28 ἢ (pr.)] G, om. A𝔅 et *Eutocius*. τῷ *Γ*] om. *Eutocius*. *Γ* ἢ] G, *ΓH* A𝔅. οὔ] comp. A, quo 𝔅.

ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ *ΑΒ* ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ *ΑΒ* τοῦ *Γ* ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν, ὥστε [τὸ] λοιπὸν τὸ *Α* σύμμετρον εἶμεν τῷ *Γ*. ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ *Α*, *Γ* μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ *Α* ποτὶ τὸ *Γ* ἢ ἁ *ΔΕ* ποτὶ *ΕΖ*, οὐκ ἰσορροπησοῦντι τὰ *Α*, *Γ* ἀπὸ τῶν *ΔΕ*, *ΕΖ* μακέων, τεθέντος τοῦ μὲν *Α* ἐπὶ τῷ *Ζ*, τοῦ δὲ *Γ* ἐπὶ τῷ *Δ*. διὰ ταὐτὰ δ', οὐδ' εἰ τὸ *Γ* μεῖζόν ἐστιν ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ *ΑΒ*.

η΄.

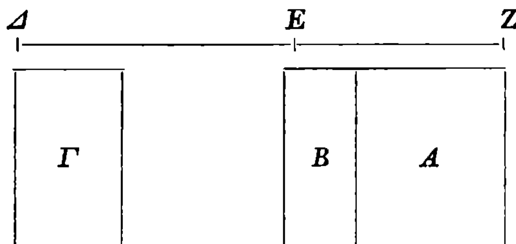
Εἴ κα ἀπό τινος μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος, ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων τοῦ τε ὅλου μεγέθεος καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ [τᾶς] ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος ποτὶ τὸ τοῦ λοιποῦ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.

ἔστω μεγέθεός τινος τοῦ *ΑΒ* κέντρον τοῦ βάρεος τὸ *Γ*, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ *ΑΒ* τὸ *ΑΔ*, οὗ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ *Ε*, ἐπιζευχθείσας δὲ τᾶς

---

2 μεῖζόν] G, μειζων A. ἢ] G, om. A𝔅 et *Eutocius*. Mg. hic discordant exemplaria B. 3 τὸ (pr.)] A, om. *Eutocius*. τῷ] 𝔅GH et *Eutocius*, το A. 5 *Γ* ἢ] 𝔅, e corr. G, *ΓΗ* A. 7 τῷ (utr.)] G, το A. ταὐτὰ] A, hoc 𝔅. 8 μεῖζόν ἐστιν] A; sit maius 𝔅, mg. in alio maius ē pot equaliter repere ipsi *a*. τῷ] 𝔅G, το A. *ΑΒ*] *Torellius*, *Α* B𝔅A. 14 ἃ] scripsi, ο A𝔅. 16 τᾶς (pr.)] A, deleo. 18 τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος] 𝔅, των αφῃρημενων μεγεθεων A.

magnitudine Γ, quam ut aequilibritatem seruet, aut non maior. sit maior, et a magnitudine AB auferatur magnitudo minor excessu, quo AB magnitudine Γ maior est, quam ut



aequilibritatem seruet, ita ut, quae relinquitur magnitudo A, commensurabilis sit magnitudini Γ [u. Eutocius]. quoniam igitur A, Γ magnitudines commensurabiles sunt, et $A:\Gamma < \Delta E : EZ$, magnitudines A, Γ ex longitudinibus $\Delta E, EZ$ suspensae, ita ut A in puncto Z ponatur, Γ autem in puncto Δ, aequilibritatem non seruabunt [prop. 6]. et eadem de causa hoc ne tum quidem fiet, si Γ magnitudo maior est, quam ut cum AB aequilibritatem seruet.[1])

VIII.

Si a magnitudine aliqua magnitudo aufertur, cui idem centrum ⟨grauitatis⟩ non est, quod toti, reliquae magnitudinis centrum grauitatis est, producta recta centra et totius et ablatae magnitudinis iungenti in eandem partem, in qua est centrum totius magnitudinis, et ablata recta a producta recta centra illa iungenti, ita ut eandem habeat rationem ad rectam inter centra positam, quam pondus magnitudinis ablatae ad pondus reliquae, terminus ablatae.[2])

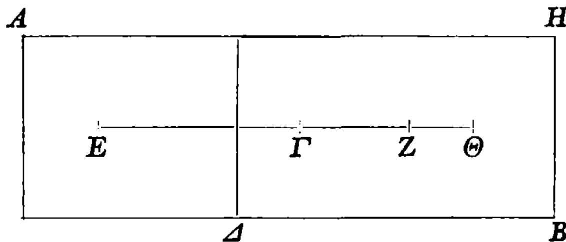
magnitudinis cuiusdam AB centrum grauitatis sit Γ, et ab AB auferatur $A\Delta$, cuius centrum grauitatis sit E, ducta

1) Demonstratio imperfecta et paullo obscurior ita supplenda est: quoniam $A : \Gamma < \Delta E : EZ$, ad punctum Δ uergent, quod fieri non potest, cum minus excessu ablatum sit ab AB. eodem modo ratiocinandum, si Γ maior est. quare, cum AB neque maior sit neque minor, demonstratum est, quod proposuimus.

2) Citatur Περὶ ὀχουμ. II, 2 (ἐν τοῖς Στοιχείοις τῶν μηχανικῶν).

ΕΙ καὶ ἐκβληθείσας ἀπολελάφθω ἁ ΓΖ ποτὶ τὰν ΓΕ λόγον ἔχουσα τὸν αὐτόν, ὃν ἔχει τὸ ΑΔ μέγεθος ποτὶ τὸ ΔΗ· δεικτέον, ὅτι τοῦ ΔΗ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ζ σαμεῖον.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΔ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ΔΗ τὸ Θ σαμεῖον, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΔ, ΔΗ μεγεθέων κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΘ τμαθείσας, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθέμεν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν· ὥστε οὐκ ἐσσεῖται τὸ Γ σαμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον



τομὰν τᾷ εἰρημένᾳ. οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Γ κέντρον τοῦ ἐκ τῶν ΑΔ, ΔΗ συγκειμένου μεγέθεος, τουτέστι τοῦ ΑΒ. ἔστι δέ· ὑπέκειτο γάρ· οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Θ κέντρον βάρεος τοῦ ΔΗ μεγέθεος.

θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶν.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἐπὶ δὲ τὰν διχοτομίαν τᾶν ΑΒ, ΓΔ ἁ ΕΖ· φαμὶ δή, ὅτι τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΖ.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἄχθω

autem recta $E\Gamma$ et producta ⟨uersus Γ⟩ abscindatur ΓZ, ita ut sit $\Gamma Z : \Gamma E = A\Delta : \Delta H$; demonstrandum, centrum grauitatis magnitudinis ΔH esse punctum Z.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit punctum Θ. quoniam igitur magnitudinis $A\Delta$ centrum grauitatis est E, magnitudinis autem ΔH punctum Θ, magnitudinis ex utraque magnitudine $A\Delta$, ΔH compositae centrum grauitatis positum erit in recta $E\Theta$ ita diuisa, ut partes eius in contraria proportione sint ac magnitudines [prop. 6—7]. ⟨sed punctum Γ positum est in recta EZ ita diuisa, ut partes eius in contraria proportione sint ac magnitudines⟩;[1]) quare punctum Γ in sectione ei, quam commemorauimus, correspondenti positum non erit. itaque punctum Γ magnitudinis ex $A\Delta$, ΔH compositae, h. e. magnitudinis AB, centrum ⟨grauitatis⟩ non est. at est; hoc enim suppositum est; ergo punctum Θ magnitudinis ΔH centrum grauitatis non est.

IX.

Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis in ea recta positum est, quae puncta media laterum inter se oppositorum parallelogrammi iungit.

parallelogrammum sit $AB\Gamma\Delta$, et ad punctum medium laterum AB, $\Gamma\Delta$ ducta sit EZ; dico igitur, centrum grauitatis parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$ in recta EZ fore.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit Θ, et ducatur ΘI

---

1) Ex hypothesi; neque fieri potest, ut sit $\Gamma Z : \Gamma E$ aequalis rationi partium rectae $\Gamma\Theta$. ceterum adparet, ante ὥστε lin. 11 lacunam esse, quam hunc in modum expleo: *τὸ δὲ Γ ἐπὶ τᾶς EZ ἐστι τμαθείσας, ὥστε τὰ τμάματα ἀντιπεπονθέμεν τοῖς μεγέθεσιν.* ceterum hic quoque conclusio deest: ergo Z centrum grauitatis eius est.

---

7 *ἀμφοτέρων*] 𝔅G, *αμφοτερον* A. 8 *βάρεος*] EG, *βαρεως* A. 9 *αὐτᾶς*] A, om. 𝔅. *ἀντιπεπονθέμεν*] *αντιπεποθεν μεν* A, *ἀντιπέπονθε μὲν* EG. 19 *τᾶν*] *Torellius*, *τας* A𝔅. *πλευρᾶν*] *Torellius*, *πλευρας* A𝔅.

παρὰ τὰν ΑΒ ἁ ΘΙ. τᾶς [δὲ] δὴ ΕΒ διχοτομουμένας αἰεὶ ἐσσεῖταί ποκα ἁ καταλειπομένα ἐλάσσων τᾶς ΙΘ· καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΑΕ, ΕΒ εἰς τὰς τᾳ̃ ΕΚ ἴσας, καὶ ἀπὸ τῶν κατὰ τὰς διαιρέσιας σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΕΖ· διαιρεθήσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς παραλληλόγραμμα τὰ ἴσα καὶ ὁμοῖα τῷ ΚΖ. τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. ἐσσοῦνται δὴ μεγέθεά τινα, παραλληλόγραμμα ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα, καὶ τὰ μέσα ἴσα, καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντὶ καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι· τοῦ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μέσων χωρίων. οὐκ ἔστι δέ· τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου.

ι'.

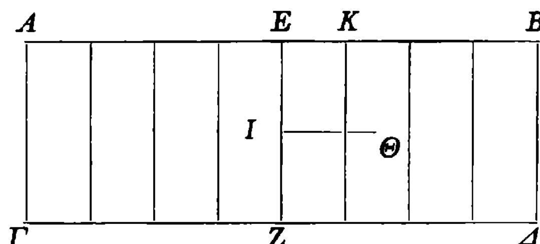
Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διαμέτροι συμπίπτοντι.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ καὶ ἐν αὐτῷ ἁ ΕΖ δίχα τέμνουσα τὰς ΑΒ, ΓΔ, ἁ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ, ΒΔ· ἔστιν δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΖ· δέδεικται γὰρ τοῦτο.

---

1 δὲ] A, om. B; deleo. 2 ποκα] *Torellius*, ποια AB. ἁ] G, om. AB. 8 ἐφαρμοζομένων] B, e corr. G, εφαρμοζομενον A. 9 αὐτῶν] B, e corr. G, αυτον A.

rectae AB parallela. itaque recta EB semper deinceps in binas partes aequales diuisa, quae relinquitur, aliquando minor erit recta $I\Theta$; ⟨sit $EK < I\Theta$,⟩ et utraque recta AE, EB in partes rectae EK aequales diuidatur, a punctis autem diuisionum



rectae ducantur rectae EZ parallelae; totum igitur parallelogrammum in parallelogramma diuidetur parallelogrammo KZ aequalia et similia. iam parallelogrammis aequalibus et similibus parallelogrammo KZ inter se congruentibus centra grauitatis eorum ipsa quoque congruent [post. 4]. erunt igitur magnitudines quaedam, parallelogramma aequalia parallelogrammo KZ, numero pares, et centra grauitatis earum in eadem recta posita, et mediae magnitudines aequales, et omnes in utraque parte mediarum positae ipsae quoque aequales, et rectae inter centra positae aequales; itaque centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus illis compositae in ea recta positum erit, quae centra grauitatis spatiorum mediorum iungit [prop. 5 coroll. 2]. at non est; nam punctum Θ extra parallelogramma media positum est.[1]) ergo adparet, centrum grauitatis parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$ in recta EZ esse.

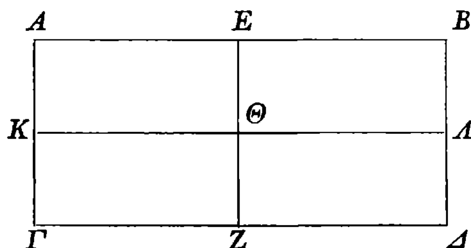
X.

Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis id punctum est, in quo diametri inter se concurrunt.

parallelogrammum sit $AB\Gamma\Delta$ et in eo recta EZ rectas AB, $\Gamma\Delta$ in binas partes aequales diuidens, $K\Lambda$ autem rectas $A\Gamma$, $B\Delta$ eodem modo diuidens; itaque centrum grauitatis parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$ in recta EZ positum est; hoc enim

1) Nam $EK < I\Theta$ ex hypothesi.

διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς ΚΛ· τὸ Θ ἄρα σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεος. κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διαμέτροι τοῦ



παραλληλογράμμου συμπίπτοντι· ὥστε δέδεικται τὸ προτεθέν.

ΑΛΛΩΣ.

ἔστιν δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἁ ΔΒ. τὰ ἄρα ΑΒΔ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ καὶ ὁμοῖα ἀλλάλοις· ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. ἔστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, καὶ τετμάσθω δίχα ἁ ΔΒ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΖΘ ἴσα τᾷ ΘΕ. ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον καὶ τιθεμένας τᾶς μὲν ΑΒ πλευρᾶς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τᾶς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ, ἐφαρμόξει καὶ ἁ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ, καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται. ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ, δῆλον, ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον

---

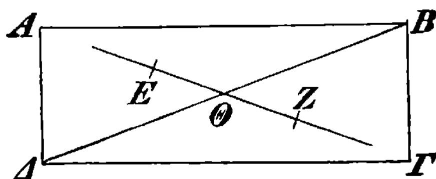
1 *ταὐτὰ*] A, hoc 𝔅. **2** *κέντρον*] A, centrum est 𝔅. **3** *συμπίπτοντι*] 𝔅, *πιπτοντι* A. **5** om. A𝔅. **9** *ἐφαρμοζομένων*]

demonstratum est [prop. 9]. sed eadem de causa etiam in recta *KΛ* est; itaque punctum *Θ* centrum grauitatis est. in *Θ* autem puncto diametri parallelogrammi concurrunt;[1]) ergo demonstratum est, quod proposuimus.

ALITER.

Sed etiam aliter idem demonstrari potest.

parallelogrammum sit *ABΓΔ*, et diametrus eius sit *ΔB*. trianguli igitur *ABΔ*, *BΔΓ* aequales et similes sunt [Eucl. I, 34]; quare triangulis inter se congruentibus centra grauitatis eorum ipsa quoque congruent [post. 4]. punctum *E*



igitur centrum grauitatis sit trianguli *ABΔ*, recta *ΔB* autem in *Θ* in duas partes aequales secetur, et ducatur recta *EΘ* et producatur, abscindatur autem *ZΘ* aequalis rectae *ΘE*. itaque triangulo *ABΔ* cum triangulo *BΔΓ* congruente et latere *AB* in *ΔΓ*, *AΔ* in *BΓ* positis etiam recta *ΘE* cum *ZΘ* congruet, et punctum *E* in *Z* cadet. uerum idem in centrum grauitatis trianguli *BΔΓ* cadet [post. 4]; ⟨itaque punctum *Z* centrum grauitatis est trianguli *BΔΓ*⟩.[2]) iam quoniam trianguli *ABΔ* centrum grauitatis est punctum *E*, trianguli autem *ΔBΓ* punctum *Z*, adparet, magnitudinis ex

1) Cfr. ZMP. XXIV p. 180 nr. 10.

2) Haec conclusio uix ab Archimede omissa erat. fortasse post *τριγώνου* lin. 19 exiderunt haec fere: *τὸ Z ἄρα κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τοῦ BΔΓ τριγώνου.*

𝔅G, εφαρμοζομενον A. 12 τετμάσθω — 13 καί (pr.)] *Basil.*, secetur in duo quae *db* penes *t* et 𝔅, om. A. 15 *ABΔ*] 𝔅G, *ABΔΓ* A. *BΔΓ*] *Basil.*, *dbg* 𝔅, *AΔΓ* A. 17 ἐφαρμόξει] scripsi, εφαρμοζει A𝔅. 19 *BΔΓ*] G, *dbg* 𝔅, *AΔΓ* A. 20 τὸ] G, τον A. est signum *e* 𝔅.

τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας, ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον.

ια΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἀλλάλοις ᾖ καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ποτὶ τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἓν σαμεῖον τοῦ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος, καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνου [ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἴσας ποιοῦσιν γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς].

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἔστω, ὡς ἁ ΑΓ ποτὶ ΔΖ, οὕτως ἅ τε ΑΒ ποτὶ ΔΕ καὶ ἁ ΒΓ ποτὶ ΕΖ, καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔστω τὰ Θ, Ν [πρὸς τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα], καὶ ἔστω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Ν κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ ΔΕΖ τριγώνου.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η κέντρον βάρεος τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΑ, ΘΒ, ΘΓ, ΔΝ, ΕΝ, ΖΝ, ΔΗ, ΕΗ, ΖΗ. ἐπεὶ οὖν ὁμοῖόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐστὶ τὰ Θ, Η σαμεῖα, τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κείμενα [ὥστε ἴσας ποιησοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς ἕκαστον ἑκάσταις], ἴσα ἄρα ἁ ὑπὸ ΗΔΕ γωνία τᾷ ὑπὸ ΘΑΒ. ἀλλὰ ἁ ὑπὸ ΘΑΒ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ [διὰ τὸ ὁμοίως κεῖσθαι τὰ Θ, Ν

---

26 ἕκαστον ἑκάσταις] A𝔅, ἑκάσταν ἑκάστᾳ *Torellius*; sed u. Quaest. Archim. p. 144. ἄρα] A, est ergo 𝔅. 28 ΕΔΝ] corr. ex *edh* 𝔅, mg. *h* pro *n* et e contrario; ΕΔΗ A.

utroque triangulo compositae ⟨h. e. parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$⟩ centrum grauitatis esse punctum medium rectae EZ [prop. 4], quod est punctum Θ [p. 144, 14].

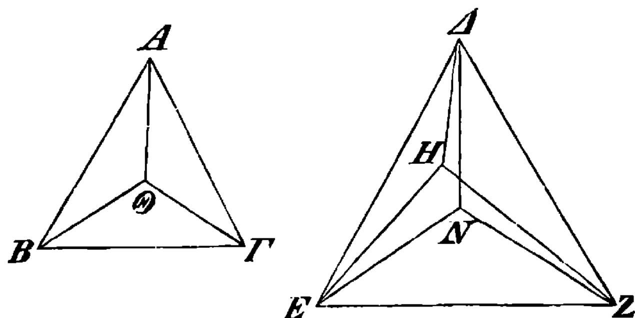
XI.

Si dati sunt duo trianguli inter se similes in iisque puncta similiter posita, et alterum punctum eius trianguli, in quo positum est, centrum grauitatis est, etiam reliquum punctum eius trianguli, in quo positum est, centrum est grauitatis.[1])

sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ, et sit

$$A\Gamma : \Delta Z = AB : \Delta E = B\Gamma : EZ,^{2)}$$

in triangulis autem illis similiter posita sint puncta Θ, N,[3])



et Θ punctum centrum grauitatis sit trianguli $AB\Gamma$; dico, etiam N punctum centrum grauitatis esse trianguli ΔEZ.

nam ne sit, sed, si fieri potest, punctum H centrum grauitatis sit trianguli ΔEZ, et ducantur rectae ΘA, ΘB, $\Theta\Gamma$, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. iam quoniam similes sunt trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ, et centra grauitatis sunt puncta Θ, H, similium autem figurarum centra grauitatis similiter posita sunt [post. 5], erit [post. 5][4]) $\angle H\Delta E = \angle \Theta AB$.

1) ὁμοίως lin. 8 — πλευραῖς lin. 11 (= post. 5) primus damnauit Barrowius. cfr. NJS. XIII p. 570.

2) H. e. sit $AB\Gamma \sim \Delta EZ$ (Eucl. VI, 4).

3) πρὸς lin. 15 — τρίγωνα lin. 16 interpolatori tribuo, u. NJS. XIII p. 571.

4) Uerba ὥστε lin. 25 — ἑκάσταις lin. 26 interpolatori tribuo, et praeterea διὰ lin. 28 — σαμεῖα p. 148, 1 suspecta sunt; u. NJS. XIII p. 571.

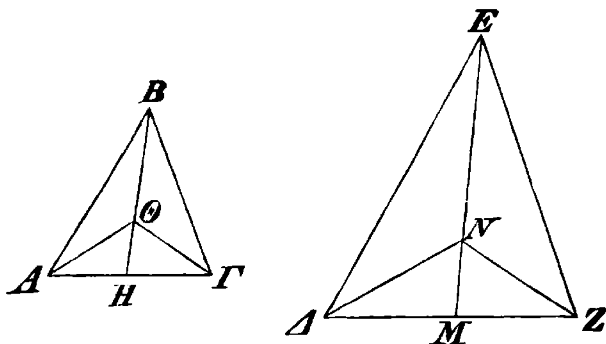
σαμεῖα]· *καὶ ἁ ὑπὸ* $E\varDelta N$ *γωνία ἄρα ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ* $E\varDelta H$, *ἁ μείζων τᾷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐκ ἔστι κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ* $\varDelta E Z$ *τριγώνου τὸ* N *σαμεῖον· ἔστιν ἄρα.*

ιβ΄.

Εἴ κα δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἔωντι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐντι ἀπό τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα, καὶ τοῦ λοιποῦ τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $AB\Gamma$, $\varDelta EZ$, *καὶ ἔστω, ὡς ἁ* $A\Gamma$ *ποτὶ* $\varDelta Z$, *οὕτως ἅ τε* AB *ποτὶ* $\varDelta E$ *καὶ ἁ* $B\Gamma$ *ποτὶ* ZE, *καὶ τμαθείσας τᾶς* $A\Gamma$ *δίχα κατὰ τὸ* H *ἐπεζεύχθω ἁ* BH, *καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ* $AB\Gamma$ *τριγώνου ἐπὶ τᾶς* BH *τὸ* Θ· *λέγω, ὅτι καὶ τοῦ* $E\varDelta Z$ *τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας εὐθείας.*

τετμάσθω ἁ $\varDelta Z$ *δίχα κατὰ τὸ* M, *καὶ ἐπεζεύχθω ἁ* EM, *καὶ πεποιήσθω, ὡς ἁ* BH *ποτὶ* $B\Theta$, *οὕτως ἁ*



ME *ποτὶ* EN, *καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ* $A\Theta$, $\Theta\Gamma$, $\varDelta N$, NZ. *ἐπεί ἐστι τᾶς μὲν* ΓA *ἡμίσεια ἁ* AH, *τᾶς δὲ* $\varDelta Z$ *ἡμίσεια ἁ* $\varDelta M$, *ἔστιν ἄρα καί, ὡς ἁ* BA *ποτὶ*

sed $\angle \Theta AB = \angle E\Delta N$ [post. 5]; quare etiam angulus $E\Delta N$ aequalis est angulo $E\Delta H$, maior minori; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut N punctum centrum grauitatis trianguli ΔEZ non sit; ergo est.

XII.

Si dati sunt duo trianguli similes, alterius autem trianguli centrum grauitatis in ea recta positum est, quae ab angulo aliquo ad mediam basim[1]) ducta est, etiam reliqui trianguli centrum grauitatis in recta similiter ducta positum erit.

duo trianguli sint $AB\Gamma$, ΔEZ, et sit

$$A\Gamma : \Delta Z = AB : \Delta E = B\Gamma : ZE$$

[Eucl. VI, 4], recta autem $A\Gamma$ in puncto H in duas partes aequales diuisa ducatur recta BH, et centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in recta BH positum sit, uelut Θ; dico, etiam trianguli ΔEZ centrum grauitatis in recta similiter ducta positum esse.

secetur recta ΔZ in puncto M in duas partes aequales, rectaque EM ducatur, et fiat[2])

$$BH : B\Theta = ME : EN,$$

ducantur autem rectae $A\Theta$, $\Theta\Gamma$, ΔN, NZ. iam quoniam est $AH = \frac{1}{2}\Gamma A$ et $\Delta M = \frac{1}{2}\Delta Z$, erit etiam

$$BA : E\Delta = AH : \Delta M.^{3})$$

---

1) H. e. latus angulo oppositum.

2) πεποιήσθω lin. 19 fortasse uestigium recensionis posterioris est; u. Quaest. Arch. p. 70. γεγονέτω scripsit *Torellius* cum *Basil.*

3) Nam ex hypothesi est $BA : E\Delta = A\Gamma : \Delta Z$.

---

1 $E\Delta N$] scripsi, $E\Delta H$ A𝔅. 2 $E\Delta H$] scripsi, $E\Delta N$ A𝔅. 4 N] A, *h* 𝔅. ἄρα] A, e r g o e t c e t e r a 𝔅. 8 τινος] A, om. 𝔅. 20 $A\Theta$] *Basil.*, $B\Theta$ A𝔅. ΔN] 𝔅, ΔH A. 21 NZ] 𝔅, HZ A. In fig. pro N hab. H A (non 𝔅); corr. G.

ΕΔ, οὕτως ἁ ΑΗ ποτὶ ΔΜ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι· ἴσα τε ἄρα ἐστὶν ἁ ὑπὸ ΑΗΒ γωνία τᾷ ὑπὸ ΔΜΕ, καί ἐστιν, ὡς ἁ ΑΗ ποτὶ ΔΜ, οὕτως ἁ ΒΗ ποτὶ ΕΜ. ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΝ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ ΒΘ ποτὶ ΕΝ. καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι· εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶν ἁ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ· ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΔΖ γωνίᾳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἁ μὲν ὑπὸ ΒΓΘ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΖΝ, ἁ δὲ ὑπὸ ΘΓΗ τᾷ ὑπὸ ΝΖΜ ἴσα. ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ ὑπὸ ΑΒΘ τᾷ ὑπὸ ΔΕΜ ἴσα· ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ὑπὸ ΘΒΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΕΖ. διὰ ταῦτα δὴ πάντα ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σαμεῖα [ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας γωνίας ποιεῖ]. ἐπεὶ οὖν ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σαμεῖα, καί ἐστι τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ τὸ Ν ἄρα κέντρον βάρεος τοῦ ΔΕΖ.

ιγ´.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἐκ τᾶς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἐν αὐτῷ ἁ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ βάσιν· δεικτέον, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ.

---

1 ΑΗ] 𝔅, e corr. DG, ΑΝ A. 8 ΕΔΝ] A, *den* 𝔅. 9 ἁ] addidi, om. A. 14 ταῦτα] *Torellius,* hoc 𝔅, τα αυτα A 15 ἴσας] A𝔅, καὶ ἴσας G, ἴσας γὰρ *Nizzius.* 17 κέντρον] A, centrum est 𝔅. 21 τᾶς] A𝔅, fort. τινος. μέσαν ἀγομένα] 𝔅, e corr. G, μεσα αναγομενα A. 25 τοῦ ΑΒΓ] A, trigoni *abg* 𝔅.

et latera aequales angulos[1]) comprehendentia proportionalia sunt; quare erit $\angle AHB = \Delta ME$ [Eucl. VI, 6] et $AH : \Delta M = BH : EM$ [Eucl. VI, 4]. est autem etiam $BH : B\Theta = ME : EN$; quare etiam ex aequo erit $AB : \Delta E = B\Theta : EN$.[2]) et latera aequales angulos[3]) comprehendentia proportionalia sunt; hoc si est, erit $\angle BA\Theta : E\Delta N$ [Eucl. VI, 6]; quare etiam, qui relinquitur[4]) angulus $\Theta A\Gamma = N\Delta Z$. et iisdem de causis erit

$$\angle B\Gamma\Theta = EZN \text{ et } \angle \Theta\Gamma H = NZM.$$

sed demonstratum est, esse $\angle AB\Theta = \Delta EM$;[5]) quare etiam, qui relinquitur[6]) angulus $\Theta B\Gamma = NEZ$. itaque propter haec omnia puncta Θ, N similiter posita sunt.[7]) iam quoniam puncta Θ, N similiter posita sunt, et Θ centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ est, etiam N centrum grauitatis erit trianguli ΔEZ [prop. 11].

XIII.

Cuiusuis trianguli centrum grauitatis in ea recta positum est, quae ab angulo ad mediam basim[8]) ducitur.

triangulus sit $AB\Gamma$ et in eo recta $A\Delta$ ad mediam basim $B\Gamma$ ducta; demonstrandum, centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in recta $A\Delta$ positum esse.

---

1) Nam $BAH = E\Delta M$, quia $AB\Gamma \sim \Delta EZ$.

2) Est enim (Eucl. V, 17) $AH : BH = \Delta M : EM$; tum u. Eucl. V, 22.

3) Nam $AB\Theta = \Delta EN$ ex Eucl. VI, 6; u. p. 148, 22 sq.

4) Sc. ablato $\angle BA\Theta$ ab BAH et $E\Delta N$ ab $E\Delta M$, aequalibus ab aequalibus (Eucl. I κοιν. ἔνν. 3).

5) Sc. p. 148, 22 sq.; u. not. 3.

6) Sc. ablatis $\angle AB\Theta + B\Gamma\Theta + \Theta\Gamma H + HA\Theta + \Theta AB$ a summa angulorum trianguli $AB\Gamma$, et

$$\Delta EN + EZN + NZM + M\Delta N + N\Delta E$$

a summa angulorum trianguli ΔEZ, aequalibus ab aequalibus.

7) Uerba ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς lin. 14 sq. necessario ad sequentia ἴσας γωνίας ποιεῖ trahenda sunt, et omnia haec uerba interpolatori tribuo. cfr. NJS. XIII p. 571.

8) U. p. 149 not. 1.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὰν ΒΓ ἄχθω ἁ ΘΙ. ἀεὶ δὴ δίχα τεμνομένας τᾶς ΔΓ ἐσσεῖταί ποκα ἁ καταλειπομένα ἐλάσσων τᾶς ΘΙ· καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΒΔ, ΔΓ ἐς τὰς ἴσας, καὶ διὰ τᾶν τομᾶν παρὰ τὰν ΑΔ ἄχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ· ἐσσοῦνται δὴ αὗται παρὰ τὰν ΒΓ. τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ΜΝ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΥΣ, τοῦ δὲ ΚΞ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΤΥ, τοῦ δὲ ΖΟ ἐπὶ τᾶς ΤΔ· τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΣΔ εὐθείας. ἔστω δὴ τὸ Ρ, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΡΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΔ ἁ ΓΦ. τὸ δὴ ΑΔΓ [τρίγωνον] ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τῷ ΑΔΓ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΖΓ, ΚΖ. ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ΑΔΒ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΗ, ΗΕ, ΕΒ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ ΑΛ, τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγω-

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit punctum Θ, et per id ducatur ΘI rectae $B\Gamma$ parallela. recta $\Delta\Gamma$ igitur semper deinceps in binas partes aequales diuisa aliquando, quae relinquitur, minor erit recta ΘI; et utraque recta $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ in partes illi aequales diuidatur, per puncta autem sectionum rectae parallelae rectae $A\Delta$ ducantur, et ducantur rectae EZ, HK, ΛM; eae igitur rectae $B\Gamma$ parallelae erunt [u. Eutocius]. iam parallelogrammi MN centrum grauitatis in recta $\Upsilon\Sigma$ positum erit, parallelogrammi autem $K\Xi$ in $T\Upsilon$, parallelogrammi autem ZO in $T\Delta$ [prop. 9]; itaque magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis in recta $\Sigma\Delta$ positum erit [prop. 4]. sit igitur P, et ducatur $P\Theta$ producaturque, rectae autem $A\Delta$ parallela ducatur $\Gamma\Phi$. triangulus igitur $A\Delta\Gamma$ ad omnes triangulos triangulo $A\Delta\Gamma$ similes, qui in rectis AM, MK, KZ, $Z\Gamma$ constructi sunt, eam rationem habet, quam $\Gamma A : AM$, quia rectae aequales sunt[1]) [u. Eutocius]. et quoniam etiam triangulus $A\Delta B$ ad omnes triangulos similes in rectis $A\Lambda$, ΛH, HE, EB constructos eandem rationem habet, quam $BA : A\Lambda$, triangulus $AB\Gamma$ ad omnes illos triangulos eam rationem habet, quam habet $\Gamma A : AM$.[2]) sed $\Gamma A : AM > \Phi P : P\Theta$;

1) Eutocius lin. 17 praebet εἶμεν τὰς εὐθείας; itaque AM — KZ ab interpolatore pro genuino substituta sunt (prauo ordine).

2) Sint enim summae triangulorum s et s_1. erit

$$A\Delta\Gamma : s = \Gamma A : AM, \quad A\Delta B : s_1 = BA : A\Lambda.$$

sed $\Gamma A : AM = BA : A\Lambda$, quia $\Lambda M \parallel B\Gamma$ (Eucl. VI, 2); itaque $A\Delta\Gamma : A\Delta B = s : s_1$; unde (Eucl. V, 18)

$$AB\Gamma : A\Delta B = s + s_1 : s_1,$$

h. e. $AB\Gamma : s + s_1 = A\Delta B : s_1$ [Eucl. V, 16] $= BA : A\Lambda = \Gamma A : AM$.

1 δι' αὐτοῦ] 𝔅, δια του A, διὰ τοῦ Θ G. 2 δὴ] A, autem 𝔅. 3 ποκα] mg. 𝔅, e corr. G, αποκα A, lac. 𝔅. 4 ΘI] 𝔅, e corr. G, ΘIE A. καὶ] minor linea *ti* sit q̄ *r* (seq. lac.) et 𝔅. 6 ἐσσοῦνται] GH, εσουνται A. 8 MN] A; *mh*, mg. *n* 𝔅. 9 ZO] 𝔅G, $Z\Theta$ A. 12 ἔστω] *Torellius*, εσται A𝔅. 14 τρίγωνον] A𝔅, om. *Eutocius*. 17 MK] 𝔅G, MZ A. $Z\Gamma$, KZ] A, KZ $Z\Gamma$ 𝔅G. καὶ] A, om. 𝔅.

νον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ. ἀλλὰ ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΦΡ ποτὶ ΡΘ· ὁ γὰρ τᾶς ΓΑ ποτὶ ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ [ὅλας] τᾶς ΦΡ ποτὶ ΡΠ [διὰ τὸ ὁμοῖα εἶμεν τὰ τρίγωνα]· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΦΡ ποτὶ ΡΘ· ὥστε καὶ διελόντι τὰ ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἁ ΦΘ ποτὶ ΘΡ. γεγονέτω οὖν ἐν τῷ τῶν παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἁ ΧΘ ποτὶ ΘΡ. ἐπεὶ οὖν ἔστι τι μέγεθος τὸ ΑΒΓ, οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ, καὶ ἀφῄρηται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλογράμμων, καί ἐστιν τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΡΘ εὐθείας ἐκβληθείσας καὶ ἀπολαφθείσας ποτὶ τὰν ΘΡ τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος ποτὶ τὸ λοιπόν. τὸ ἄρα Χ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον· τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΑΔ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ ταὐτὰ πάντα ἐντί [τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος]. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἁ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ· λέγω, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχ-

nam $\Gamma A : AM = \Phi P : P\Pi$ [u. Eutocius]; quare etiam triangulus $AB\Gamma$ ad eos, quos commemorauimus, maiorem rationem habet quam $\Phi P : P\Theta$; quare etiam dirimendo parallelogramma MN, $K\Xi$, ZO ad triangulos reliquos maiorem rationem habent quam $\Phi\Theta : \Theta P$.[1]) fiat igitur rationi parallelogrammorum et triangulorum aequalis ratio

$$X\Theta : \Theta P.^{2)}$$

iam quoniam est magnitudo quaedam $AB\Gamma$, cuius centrum grauitatis est Θ, et ab ea magnitudo ablata est, quae composita est ex parallelogrammis MN, $K\Xi$, ZO, magnitudinisque ablatae centrum grauitatis est punctum P, reliquae magnitudinis, quae ex triangulis relictis composita est, centrum grauitatis in producta recta $P\Theta$ positum est recta ab ea abscisa, quae ad ΘP eam rationem habet, quam magnitudo ablata ad reliquam [prop. 8]. itaque punctum X centrum grauitatis est magnitudinis ex triangulis relictis compositae; quod fieri non potest; nam omnes ⟨trianguli⟩ in eadem parte sunt rectae per X in plano ductae rectae $A\Delta$ parallelae.[3]) ergo constat propositum.

IDEM ALITER.

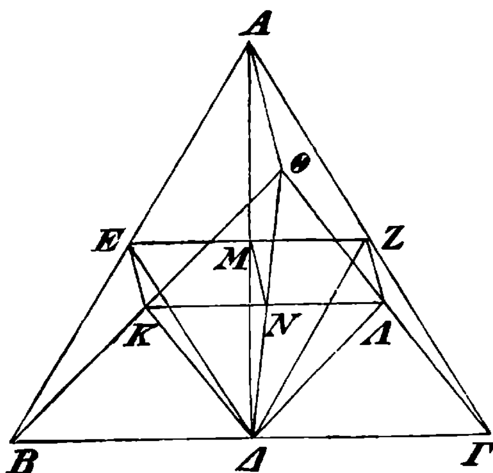
Sit triangulus $AB\Gamma$, et ducatur $A\Delta$ ad mediam rectam $B\Gamma$; dico, centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in recta $A\Delta$ positum esse.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit Θ, et ducantur rectae

1) Cfr. Pappus VII, 45 p. 684 et supra uol. I p. 209 not. 2.
2) Adparet enim, $X\Theta$ maiorem esse quam $\Phi\Theta$ (Eucl. V, 8).
3) Res ipsa satis adparet ex post. 7, sed uerba obscuriora sunt, nec ea Eutocius intellexisse uidetur, qui obscurius etiam habet lin. 24: ταὐτὰ ἐσσεῖται πάντα τὰ κέντρα. uerba τούτεστιν ἐπὶ θάτερον μέρος interpolator ex Eutocio sumpsisse uidetur; u. NJS. XIII p. 572.

4 ὅλας] A𝔅, om. *Eutocius*. 5 διὰ — τρίγωνα] A𝔅, non habuit *Eutocius*; cfr. NJS. XIII p. 571. 7 ἔχει] 𝔅GH, om. A. 14 $K\Xi$, ZO] 𝔅G, $KZ\Xi O$ A. 18 $P\Theta$] *Basil.*, $E\Theta$ A, om. 𝔅, $\Pi\Theta$ e corr. G. 19 ποτὶ] *Torellius*, επι A.

θωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ, καὶ παρὰ τὰν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ.



ἐπεὶ ὁμοῖόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τᾷ ΖΔ, καί ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον, καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σαμεῖον· ὁμοίως γάρ ἐντι κείμενα τὰ Θ, Λ σαμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων [ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιέοντι γωνίας· φανερὸν γὰρ τοῦτο]. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σαμεῖον· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΚΛ εὐθείας [ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα]. καί ἐστιν τᾶς ΚΛ μέσον τὸ Ν, ἐπεί ἐστιν, ὡς ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, οὕτως ἁ ΒΚ ποτὶ ΘΚ, ὡς δὲ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, οὕτως ἁ ΓΛ ποτὶ ΛΘ· εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ἁ ΒΓ τᾷ ΚΛ παράλληλος. καὶ ἐπέζευκται ἁ ΔΘ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, οὕτως ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τὸ Ν. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ ΑΕΔΖ παραλληλογράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· ὥστε τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον

$A\Theta$, ΘB, $\Theta\Gamma$ rectaeque $E\Delta$, ZE ad medias rectas BA, $A\Gamma$, rectae autem $A\Theta$ parallelae ducantur EK, $Z\Lambda$, et ducantur $K\Lambda$, $\Lambda\Delta$, ΔK, $\Delta\Theta$, MN. iam quoniam $AB\Gamma \backsim \Delta Z\Gamma$, quia $BA \parallel Z\Delta$,[1]) et trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis est punctum Θ, etiam trianguli $Z\Delta\Gamma$ centrum grauitatis est punctum Λ [prop. 11]; nam puncta Θ, Λ similiter posita sunt in utroque triangulo.[2]) eadem igitur de causa etiam trianguli $EB\Delta$ centrum grauitatis est K; quare magnitudinis ex utroque triangulo $EB\Delta$, $Z\Delta\Gamma$ compositae centrum grauitatis in media recta $K\Lambda$ positum est [prop. 4].[3]) et medium punctum rectae $K\Lambda$ est N, quoniam est $BE : EA = BK : \Theta K$ et $\Gamma Z : ZA = \Gamma\Lambda : \Lambda\Theta$ [Eucl. VI, 2]; hoc uero si est, erit $B\Gamma \parallel K\Lambda$.[4]) et ducta est $\Delta\Theta$; quare erit $B\Delta : \Delta\Gamma = KN : N\Lambda$;[5]) itaque magnitudinis ex utroque triangulo compositae centrum grauitatis est N. sed etiam parallelogrammi $AE\Delta Z$ centrum grauitatis est M [prop. 10]; itaque magnitudinis ex omnibus compositae cen-

1) Nam $A\Gamma : Z\Gamma = B\Gamma : \Delta\Gamma = 2$; tum u. Eucl. VI, 2.

2) Nam cum $A\Theta \parallel Z\Lambda$ et $\angle BA\Gamma = \Delta Z\Gamma$, erit
$\angle \Theta AZ = \Lambda Z\Gamma$ (Eucl. I, 29) et $BA\Theta = \Delta Z\Lambda$ (Eucl. I κοιν. ἔνν. 3). praeterea anguli $Z\Gamma\Lambda$, $A\Gamma\Delta$ communes sunt, et quoniam est
$$Z\Gamma : A\Gamma = \Lambda\Gamma : \Theta\Gamma = 1 : 2 = \Delta\Gamma : B\Gamma,$$
erit $\Delta\Lambda \parallel B\Theta$, et $\angle \Lambda\Delta\Gamma = \Theta B\Delta$ (Eucl. I, 29); quare etiam reliquus $\angle Z\Delta\Lambda = AB\Theta$. ceterum cfr. Eutocius, ex cuius lemmate: ὁμοίως γάρ ἐντι κείμενα τὰ Θ, K, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις concludi potest, ei aliam huius loci formam sub oculis fuisse. uerba ἐπειδήπερ lin. 16 — τοῦτο lin. 18 non habuit; u. NJS. XIII p. 572. ibidem uerba ἐπειδήπερ lin. 21 — τρίγωνα lin. 22 damnaui.

3) Eucl. I, 38; nam $B\Delta = \Delta\Gamma$ et $EZ \parallel B\Gamma$; quare altitudines aequales.

4) Nam $BE : EA = \Gamma Z : ZA$; quare etiam
$$\Gamma A : A\Theta = BK : K\Theta;$$
tum u. Eucl. VI, 2.

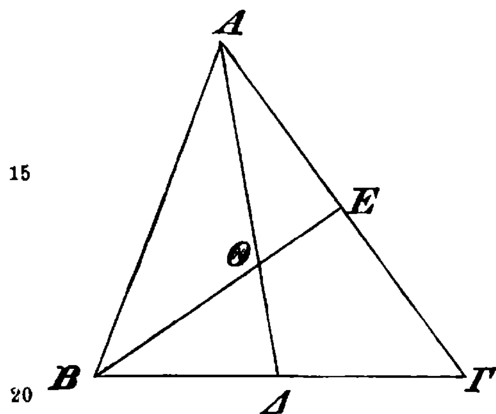
5) ZMP. XXIV p. 178 nr. 3.

4 ἐπεὶ] A, et quoniam 𝔅. 7 τὰν] G, τον A. 15 ἐντι κείμενα] 𝔅, αντικειμενα A. 17 ποιέοντι] ποιωντι A. φανερὸν γὰρ τοῦτο] A, om. 𝔅. 27 $\Delta\Gamma$] 𝔅, B A.

τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΜΝ εὐθείας. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον· ἁ ΜΝ ἄρα ἐκβαλλομένα πορεύεται διὰ τοῦ Θ σαμείου· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου οὐκ ἔστιν ἐπὶ τᾶς ΑΔ εὐθείας· ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτᾶς.

ιδ΄.

Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτοντι τοῦ τριγώνου αἱ ἐκ τᾶν γωνιᾶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι.



ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἁ μὲν ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ, ἁ δὲ ΒΕ ἐπὶ μέσαν τὰν ΑΓ· ἐσσεῖται δὴ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐφ' ἑκατέρας τᾶν ΑΔ, ΒΕ· δέδεικται γὰρ τοῦτο. ὥστε τὸ Θ σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν.

ιε΄.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλάλαις τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τᾶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τᾶν παραλλήλων.

trum grauitatis in recta MN positum est [u. Eutocius ad prop. 4]. uerum etiam centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ punctum Θ est; itaque recta MN producta per punctum Θ ibit; quod fieri non potest.[1]) quare fieri non potest, ut centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in recta $A\Delta$ positum non sit; ergo in ea positum est.

XIV.

Cuiusuis trianguli centrum grauitatis est punctum, in quo rectae ab angulis ad media latera ductae concurrunt.[2])

triangulus sit $AB\Gamma$, et ducatur $A\Delta$ ad mediam $B\Gamma$, BE autem ad mediam $A\Gamma$; centrum igitur grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in utraque recta $A\Delta$, BE positum erit; hoc enim demonstratum est [prop. 13]. ergo punctum Θ centrum grauitatis est.

XV.

Cuiusuis trapezii duo latera inter se parallela habentis centrum grauitatis in ea recta positum est, quae media puncta parallelarum iungit, ita diuisa, ut pars eius terminum habens punctum medium minoris parallelarum ad reliquam partem eam habeat rationem, quam habet recta duplici maiori aequalis simul cum minore ad duplicem minorem simul cum maiore parallelarum.[3])

---

1) Nam $EM = MZ$, $KN = N\Lambda$; quare MN, $Z\Lambda$, $A\Theta$ parallelae sunt.

2) Cfr. Quadr. parab. 6 (*ἐν τοῖς Μηχανικοῖς*); De mechan. propp. method. 1 (*ἐν τοῖς Ἰσορροπικοῖς*).

3) Citatur Quadr. parab. 10 (*ἐν τοῖς Μηχανικοῖς*).

---

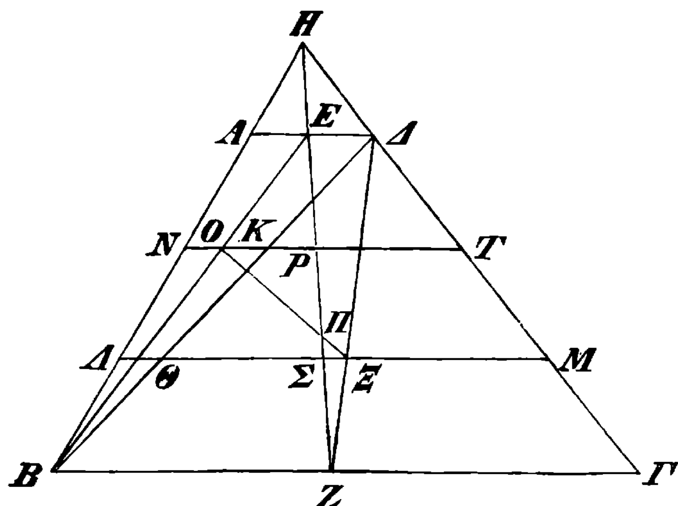
3 *διὰ*] 𝔅EG, *δε δια* A. **7** *ιδ'*] om. 𝔅. **15** *ἐσσεῖται*] scripsi, *ει* A𝔅, *ἔστι* G. **22** *ιε'*] om. 𝔅. **26** *τὸ πέρας ἔχον*] continens 𝔅. **27** *ἔχον τὰν*] G, *εχοντων* A. **29** *τᾷ διπλασίᾳ*] 𝔅G, *τας διπλασιας* A.

ἔστω τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ παραλλήλους ἔχον τὰς ΑΔ, ΒΓ, ἁ δὲ ΕΖ ἐπιζευγνυέτω τὰς διχοτομίας τᾶν ΑΔ, ΒΓ. ὅτι οὖν ἐπὶ τᾶς ΕΖ ἐστι τὸ κέντρον τοῦ τραπεζίου, φανερόν. ἐὰν γὰρ ἐκβαλῇς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον, ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἔρχονται, καὶ ἐσσεῖται τοῦ ΗΒΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΖ καὶ ὁμοίως τοῦ ΑΗΔ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΗ· καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΖ. ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἁ ΒΔ διῃρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Κ, Θ σαμεῖα, καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν ΒΓ ἄχθωσαν αἱ ΛΘΜ, ΝΚΤ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ· ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΘΜ, ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἁ ΘΒ τᾶς ΒΔ [καὶ διὰ τοῦ Θ σαμείου παράλληλος τᾷ βάσει ἆκται ἁ ΜΘ]. ἔστιν δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΒΓ τριγώνου καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ· ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εἰρημένου τριγώνου. διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ο σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, ὅπερ ἐστὶ τὸ τραπέζιον, κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΟΞ εὐθείας. ἔστιν δὲ τοῦ εἰρημένου τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρεος καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ· ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τρα-

---

1 τραπέζιον] GE[2], τραπεζειον A. παραλλήλους] A, equidistantes inuicem 𝔅. 4 ἐκβαλῇς] 𝔅EG, ἐκβαλη A. 5 καί] 𝔅, om. A. 6 τοῦ (pr.)] το τον A. 7 τὸ] addidi, om. A. 9 τραπεζίου] EG, τραπεζειου A. 17 ΔΖ] corr. ex *de* 𝔅. 18 κέντρον] A, centrum est 𝔅. 22 τὸ τραπέζιον] G, τραπεζειον A, τραπέζιον E. ἐπὶ] ἐστιν ἐπὶ 𝔅G. 23 τραπεζίου] EG, τραπεζειου A. 24 τραπεζίου] EG, τραπεζειου A.

trapezium sit $AB\Gamma\Delta$ latera $A\Delta$, $B\Gamma$ parallela habens, et recta EZ media puncta rectarum $A\Delta$, $B\Gamma$ iungat. iam centrum ⟨grauitatis⟩ trapezii in recta EZ esse, manifestum est. nam si rectas $\Gamma\Delta H$, ZEH, BAH produxeris, adparet,



eas in idem punctum incidere [u. Eutocius], et trianguli $HB\Gamma$ centrum grauitatis in recta HZ eodemque modo trianguli $AH\Delta$ centrum grauitatis in recta EH positum erit [prop. 13]; itaque, quod relinquitur, trapezii $AB\Gamma\Delta$ centrum grauitatis in recta EZ positum erit [prop. 8]. ducta autem recta $B\Delta$ in tres partes aequales diuidatur in punctis K, Θ, et per ea rectae $B\Gamma$ parallelae ducantur $\Lambda\Theta M$, NKT, ducanturque ΔZ, BE, $O\Xi$; itaque trianguli $\Delta B\Gamma$ centrum grauitatis in recta ΘM positum erit, quoniam $\Theta B = \frac{1}{3} B\Delta$ [u. Eutocius, cfr. prop. 14].[1]) sed centrum grauitatis trianguli $\Delta B\Gamma$ idem in recta ΔZ positum erit [prop. 13]; itaque punctum Ξ centrum grauitatis est illius trianguli. et eadem de causa etiam punctum O centrum grauitatis est trianguli $AB\Delta$; magnitudinis igitur ex utroque triangulo $AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$ compositae, h. e. trapezii, centrum grauitatis in recta $O\Xi$ positum erit. sed centrum grauitatis huius tra-

1) Uerba καὶ lin. 15 — ἁ $M\Theta$ lin. 16 Eutocius habuisse non uidetur. cfr. NJS. XIII p. 572.

πεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Π σαμεῖον. ἔχοι δ' ἂν τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ. ἀλλ' ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἐντὶ ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, ὡς δὲ ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ, οὕτως ἁ ΡΠ ποτὶ ΠΣ· καὶ ὡς ἄρα ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ ΡΠ ποτὶ ΠΣ· ὥστε καί, ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τᾶς ΑΔ ποτὶ δύο τὰς ΑΔ μετὰ τᾶς ΒΓ, οὕτως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ ποτὶ δύο τὰς ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ. ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ συναμφότερός ἐστιν ἁ ΣΡΠ, τουτέστιν ἁ ΠΕ, δύο δὲ αἱ ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ συναμφότερός ἐστιν ἁ ΡΣΠ, τουτέστιν ἁ ΠΖ· δέδεικται ἄρα τὰ προτεθέντα.

---

12 ΡΣΠ] scripsi, ΡΠΣ AB. In fine: Ἀρχιμηδους ἰσορροπικων α΄ A, explicit liber primus B.

pezii etiam in EZ positum est; quare trapezii $AB\Gamma\Delta$ centrum grauitatis est punctum Π. erit autem

$$B\Delta\Gamma : AB\Delta = O\Pi : \Pi\Xi \text{ [prop. 6 et 7].}$$

sed $B\Delta\Gamma : AB\Delta = B\Gamma : A\Delta$ [Eucl. VI, 1], et

$$O\Pi : \Pi\Xi = P\Pi : \Pi\Sigma;$$ [1]

quare $B\Gamma : A\Delta = P\Pi : \Pi\Sigma$; itaque etiam

$2B\Gamma + A\Delta : 2A\Delta + B\Gamma = 2P\Pi + \Pi\Sigma : 2\Pi\Sigma + \Pi P.$ [2]

sed $2P\Pi + \Pi\Sigma = \Sigma P + P\Pi = \Pi E,$ [3] et

$$2\Pi\Sigma + \Pi P = P\Sigma + \Sigma\Pi = \Pi Z;$$ [4]

ergo demonstrata sunt, quae proposita erant.

---

1) Nam $OP\Pi \sim \Sigma\Pi\Xi$; tum u. Eucl. VI, 4.
2) Cfr. Quaest. Arch. p. 48.
3) Nam $EP = P\Sigma = \Sigma Z$, quia $AN = NA = BA$ et NT, AM, $B\Gamma$ parallelae.
4) Deest conclusio: erit igitur

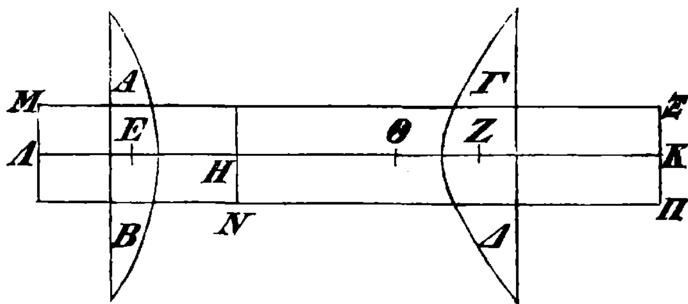
$$2B\Gamma + A\Delta : 2A\Delta + B\Gamma = \Pi E : \Pi Z.$$

Ἰσορροπικῶν β′.

α′.

Εἴ κα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν διαιρέον οὕτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

ἔστω δύο χωρία τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ*, οἷα εἴρηται, κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος ἔστω τὰ *Ε*, *Ζ* σαμεῖα, καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ *ΑΒ* ποτὶ τὸ *ΓΔ*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *ΖΘ*



ποτὶ *ΘΕ*. δεικτέον, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν *ΑΒ*,

1 Ἀρχιμηδους praemittit A, incipit secundus tractatus 𝔅. 2 α′] 𝔅, om. A. 4 ἃ] *Eutocius*, A; om. 𝔅. 6 ἔχωντι] scripsi, ἔχοντι *Riualtus*, εχοντα A𝔅. 9 διαιρέον] *Torellius*,

De planorum aequilibriis liber II.

I.

Si duo spatia comprehensa linea recta et sectione coni rectanguli, quam datae rectae adplicare possumus,[1]) idem centrum grauitatis non habent, magnitudinis ex utroque compositae centrum grauitatis in recta centra grauitatis eorum iungenti ita positum erit, ut rectam illam ita diuidat, ut partes contrariam habeant proportionem ac spatia.[2])

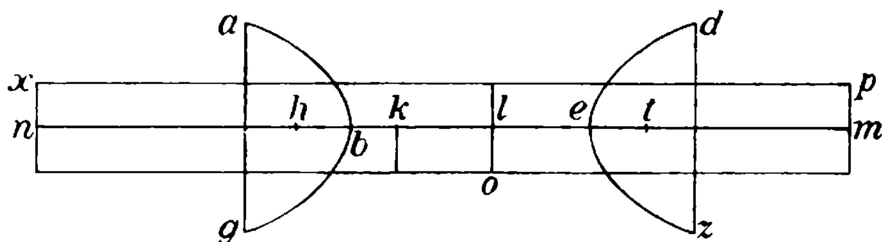
duo spatia, qualia diximus, sint AB, $\Gamma\Delta$, centraque grauitatis eorum sint puncta E, Z, et sit

$$AB : \Gamma\Delta = Z\Theta : \Theta E.$$

1) Hoc demonstratum est in libro de quadratura parabolae scripto; u. Eutocius.

2) Haec propositio nihil continet nisi peculiarem quendam casum libri I propp. 6—7, quas Archimedes propria demonstratione adiecta ad segmenta parabolarum, de quibus hoc libro agitur, transferri uoluit.

διαιρεων A, diuisis (sic dictis rectis) 𝕭. **10** *ἀντιπεπονθότως*] 𝕭, *αντιπεπονθοτων* A. **12** *AB*, *ΓΔ*] *abg* seq. ras., supra scr. *dez* 𝕭. **13** *E*, Z] A, *ht* 𝕭. Ante *καὶ* add. et copuletur *ht* mg. 𝕭. **14** *AB* — *ΓΔ*] A, *abg* ad *dez* in ras. 𝕭. ZΘ] A, *tk* corr. ex *zk* 𝕭. **15** *ΘE*] A, *kh* corr. ex *kb* 𝕭. *AB*, *ΓΔ*] A, *abg* (ras. 1 litt.) d^{ez} 𝕭. In fig. *Π* om. A; in 𝕭 figura haec est



ΓΔ χωρίων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον.

ἔστω δὴ τᾷ μὲν ΕΘ ἑκατέρα ἴσα τᾶν ΖΗ, ΖΚ, τᾷ δὲ ΖΘ, τουτέστι τᾷ ΗΕ, ἴσα ἁ ΕΛ· ἐσσεῖται ἄρα καὶ ἁ ΛΘ τᾷ ΚΘ ἴσα, καὶ ἔτι, ὡς ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΒ ποτὶ ΓΔ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. παραβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν ΛΗ τὸ χωρίον τοῦ ΑΒ ἐφ' ἑκάτερα τᾶς ΛΗ, ὥστε εἶμεν τὸ ΜΝ ἴσον τῷ ΑΒ· ἐσσεῖται δὴ τοῦ ΜΝ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. συμπεπληρώσθω δὴ τὸ ΝΞ, ἕξει δὲ τὸ ΜΝ ποτὶ τὸ ΝΞ λόγον, ὃν ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ τὸν τᾶς ΛΗ ποτὶ ΗΚ λόγον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ ποτὶ ΓΔ, οὕτως τὸ ΜΝ ποτὶ ΝΞ. καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δὲ τὸ ΑΒ τῷ ΜΝ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΓΔ τῷ ΝΞ, καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος τὸ Ζ σαμεῖον. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΛΘ τᾷ ΘΚ, καὶ ὅλα ἁ ΛΚ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, [τοῦ] ὅλου τοῦ ΠΜ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον. ἀλλὰ τὸ ΜΠ ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΜΝ, ΝΞ· ὥστε καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον.

---

2 *Θ*] A, *k* e corr. 𝔅. **3** *δὴ*] 𝔅, *δε* A. *ΕΘ*] A, *hk* 𝔅. *ΖΗ, ΖΚ*] A, *tl tm* 𝔅. **4** *ΖΘ*] A, *lh* 𝔅. *τουτέστι τᾷ ΗΕ*] om. 𝔅. *ΗΕ*] D², *ΗΘ* A. *ΕΛ*] A, *hn* 𝔅. **5** *ΛΘ*] A, *kh* 𝔅. *ΚΘ*] A, *lm* 𝔅. *καὶ ἔτι* — **6** *ἑκατέρας*] A; quoniam igitur est, ut *abg* ad *dez*, ita quae *tk* ad *kh*, hoc est quae *hl* ad *lt*, et est ipsius quidem *hl* dupla quae *nl*, ipsius autem *tl* quae *lm*, erit ergo, ut quae *ln* ad *lm*, ita quod *abg* ad *dez* 𝔅. **7** *δὴ*] A, autem 𝔅. *ΛΗ*] A, *ln* 𝔅. *τὸ* — **9** *σαμεῖον*] A; medietati ipsius *abg* ex utraque parte ipsius *nl* aequale utrumlibet ipsorum *xl*, *no*; quare siquidem *xo* aequale est ipsi *abg* 𝔅. **7** *χωρίον*] *Torellius*, *σαμειον* A. *τοῦ*] A, *τὸ* *Torellius*. **10** *τὸ ΝΞ* — **13** *ΝΞ*] A; et *po*, proportionem autem habet *xo* ad *op*, quam *ln* ad *lm*; ut

demonstrandum, magnitudinis ex utroque spatio AB, $\Gamma\Delta$ compositae centrum grauitatis esse punctum Θ.

sit igitur $ZH = ZK = E\Theta$ et $E\Lambda = Z\Theta$, h. e. $= HE$;[1]) erit igitur etiam

$$\Lambda\Theta = K\Theta,^{2)} \text{ et } \Lambda H : HK = AB : \Gamma\Delta \text{ [Eucl. V, 15];}$$

utraque enim duplo maior est utraque.[3]) iam rectae ΛH spatium AB adplicetur in utramque partem rectae ΛH, ita ut sit $MN = AB$; itaque spatii MN centrum grauitatis erit punctum E [I, 10].[4]) expleatur igitur spatium $N\Xi$; erit autem $MN : N\Xi = \Lambda H : HK$ [Eucl. VI, 1]. sed etiam

$$AB : \Gamma\Delta = \Lambda H : HK;$$

quare

$$AB : \Gamma\Delta = MN : N\Xi.$$

et permutando [Eucl. V, 16]; et $AB = MN$; itaque etiam $\Gamma\Delta = N\Xi$, et centrum grauitatis ⟨spatii $N\Xi$⟩ punctum Z erit [I, 10; u. not. 4]. et quoniam $\Lambda\Theta = \Theta K$, et tota ΛK latera inter se opposita in binas partes aequales diuidit,[5]) totius spatii ΠM centrum grauitatis est Θ [I, 10; u. not. 4]. sed $M\Pi = MN + N\Xi$; ergo etiam magnitudinis ex AB, $\Gamma\Delta$[6]) compositae centrum grauitatis est punctum Θ.

---

1) Nam $E\Theta = HZ$; auferatur igitur recta $H\Theta$ communis.

2) Addendo $E\Theta = ZK$ et $E\Lambda = \Theta Z$.

3) Est enim $AB : \Gamma\Delta = Z\Theta : \Theta E = 2\,Z\Theta : 2\,\Theta E$; sed $\Lambda H = E\Lambda + EH = 2\,Z\Theta$ et $HK = HZ + ZK = 2\,E\Theta$.

4) Nam punctum E id est, in quo diametri concurrunt; u. ZMP. XXIV p. 180 nr. 10.

5) Auditur, spatium MN ita positum esse, ut per rectam ΛH in duas partes aequales diuidatur; hic enim sensus est uerborum ἐφ' ἑκάτερα τᾶς ΛH lin. 8.

6) Sc. in punctis E, Z suspensis; ideo enim demonstratum est, haec puncta centra grauitatis esse spatiorum MN, $N\Xi$.

---

autem *agb* ad *zed*, ita *xo* ad *op* 𝔅. 10 δὲ] A, δὴ *Torellius*. 14 AB] A, *abg* 𝔅. MN] A, *xo* 𝔅. 15 $\Gamma\Delta$] A, *edz* 𝔅. $N\Xi$] A, *op* 𝔅. ἐστιν — 19 $N\Xi$] A; grauitatis ipsorum *xo*, *op* est signum *k* lineae *mn* 𝔅. 17 τοῦ] A; deleo. 20 AB, $\Gamma\Delta$] A, *abg dez* 𝔅. 21 Θ] A, *k* 𝔅.

β'.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσιας ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον, τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω. φανερὸν δέ, ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τὰς ἑξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμάματος καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου καὶ τὰν διάμετρον τεμοῦντι εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος. ταῦτα δὲ δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν.

Εἰ δέ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ, τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

ἔστω τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. δεικτέον, ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ΒΔ.

ἐπεὶ γὰρ τοῦ μὲν ΑΕΚΓ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΛΔ ἐστι, τοῦ δὲ ΕΖΙΚ τραπεζίου τὸ

---

1 β'] A𝕭. 6 *τμαμάτεσσιν*] *τμαμάτεσσι* G, *τμαματεσιν* A. 4 *εἰς* — 7 *καὶ*] 𝕭, bis A. 7 *ἀεὶ*] A, om. 𝕭. 9 *γνωρίμως*] e corr. G, *γνωρισμως* A. 14 *διάμετρον*] 𝕭, *διαμετρω* A, *διαμέτρων* H. *τεμοῦντι*] *Torellius*, *ουτι* A, secant 𝕭. *τοὺς τῶν*] 𝕭E, e corr. G, *τουτων* A. 15 *ποτὶ*] A, eo qui apud 𝕭.

II.

Si in segmento recta et sectione coni rectanguli comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, altitudinemque aequalem, et rursus in segmentis reliquis trianguli inscribuntur easdem bases habentes, quas segmenta, altitudinemque aequalem, et semper deinceps in segmentis reliquis eodem modo trianguli inscribuntur, figura inde orta proprie in segmento inscribi dicatur. adparet autem, in figura ita inscripta rectas angulos iungentes, et uertici segmenti proximos et ceteros, basi parallelas fore et diametro segmenti in partes aequales diuisum iri et diametrum secundum proportiones numerorum imparium ordine sequentium diuisuras esse, unario numero ad uerticem segmenti numerato. haec autem suis locis demonstranda sunt.[1])

Sin in segmento recta et sectione coni rectanguli comprehenso figura rectilinea proprie inscribitur, figurae inscriptae centrum grauitatis in diametro segmenti positum erit.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et in eo inscribatur proprie figura rectilinea $AEZHB\Theta IK\Gamma$. demonstrandum, centrum grauitatis figurae rectilineae in recta $B\Delta$ positum esse.[2])

nam quoniam trapezii $AEK\Gamma$ centrum grauitatis in recta $A\Delta$ positum est [I, 15],[3]) trapezii $EZIK$ in recta MA,

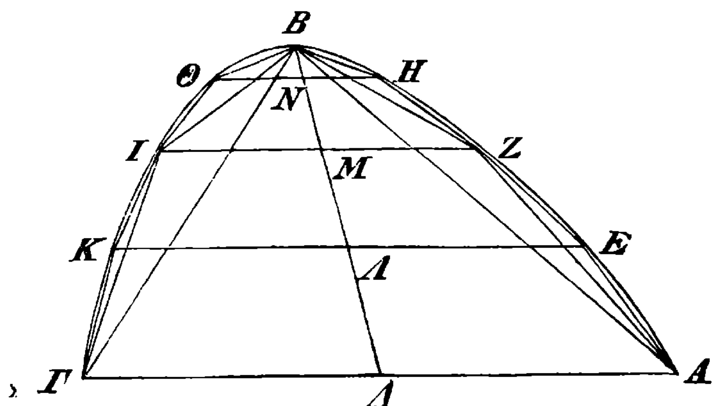
1) U. Eutocius, ex cuius nota adparet, haec omnia recte cum prop. 2, non cum prop. 1 coniungi.

2) Auditur igitur, rectam $B\Delta$ diametrum esse; sed hoc fortasse addendum lin. 23 (u. not. crit.).

3) Nam $\Theta N = NH$, $IM = MZ$, $K\Lambda = \Lambda E$, $\Gamma\Delta = \Delta A$; u. lin. 13 sqq.

16 ταῦτα] *Eutocius*, τουτο A𝔅. 18 δέ κα] scripsi, δε και A, κα καὶ E, om. 𝔅. 23 $AEZHB\Theta IK\Gamma$] G, $\Delta EZHB\Theta IK\Gamma$ A; *ae. zh. ti. kg*, diameter autem portionis sit *bd* 𝔅. διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ $B\Delta$ add. *Basil.* 24 τοῦ εὐθυγράμμου] inscripti 𝔅. 26 $AEK\Gamma$] 𝔅, mg. G, EZ IK A. τραπεζίου] EG, τραπεζειον A. 27 τοῦ δὲ] A, est autem 𝔅. τραπεζίου] EG, τραπεζειον A.

κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ, τοῦ δὲ ΖΗΘΙ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΝ, ἔτι δὲ καὶ τοῦ ΗΒΘ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΝ, δῆλον, ὅτι καὶ



τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΔ ἐστιν.

γ'.

Εἴ κα δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, ἔχωντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλαις, τῶν εὐθυγράμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

ἔστω δύο τμάματα τὰ ΑΒΓ, ΞΟΠ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως, καὶ τᾶν πασᾶν πλευρᾶν τὸν ἀριθμὸν ἐχόντων ἀλλάλοις ἴσον, διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ ΒΔ, ΟΡ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ καὶ αἱ ΣΤ, ΤΦ, ΧΨ. ἐπεὶ οὖν ἅ τε ΒΔ διαιρεῖται ὑπὸ τᾶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν περισσῶν λόγους καὶ ἁ ΡΟ, καὶ τῷ πλήθει τὰ τμάματα αὐτᾶν ἴσα ἐντί, δῆλον, ὡς τά τε τμάματα τᾶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐσσεῖται,

trapezii $ZH\Theta I$ in recta MN, porro trianguli $HB\Theta$ in recta BN [I, 13; u. p. 169 not. 3], adparet, etiam totius figurae rectilineae centrum grauitatis in recta $B\Delta$ positum esse [Eutocius ad I, 4].

III.

Datis duobus segmentis similibus[1]) recta et sectione coni rectanguli comprehensis, si in utroque figura rectilinea proprie inscribitur, et figurae inscriptae latera numero inter se aequalia habent, centra grauitatum figurarum diametros segmentorum similiter secant.

duo segmenta sint $AB\Gamma$, $\Xi O\Pi$, et in iis inscribantur proprie figurae rectilineae, numerumque omnium simul laterum inter se aequalem habeant, diametri autem segmentorum sint $B\Delta$, OP, et ducantur rectae EK, ZI, $H\Theta$ et ΣT, $\Upsilon\Phi$, $X\Psi$. iam quoniam et $B\Delta$ et PO secundum proportiones numerorum imparium ordine sequentium rectis parallelis secantur, et partes earum numero aequales sunt, adparet, et partes diametrorum in iisdem proportionibus fore, et parallelas easdem rationes habituras esse.[2]) et trapeziorum

---

1) U. Eutocius; cfr. ZMP. XXV p. 46 nr. 3; Apollon. VI def. 7.

2) Nam $BN : NM : M\Lambda : \Lambda\Delta = 1 : 3 : 5 : 7$ (p. 168, 14)

$$= O\text{ϙ} : \text{ϙ}\text{ϡ} : \text{ϡ}\Omega : \Omega P.$$

inde $BN : BM : B\Lambda : B\Delta = 1 : 4 : 9 : 16 = O\text{ϙ} : O\text{ϡ} : O\Omega : OP$.
est autem (Quadr. parab. 3)

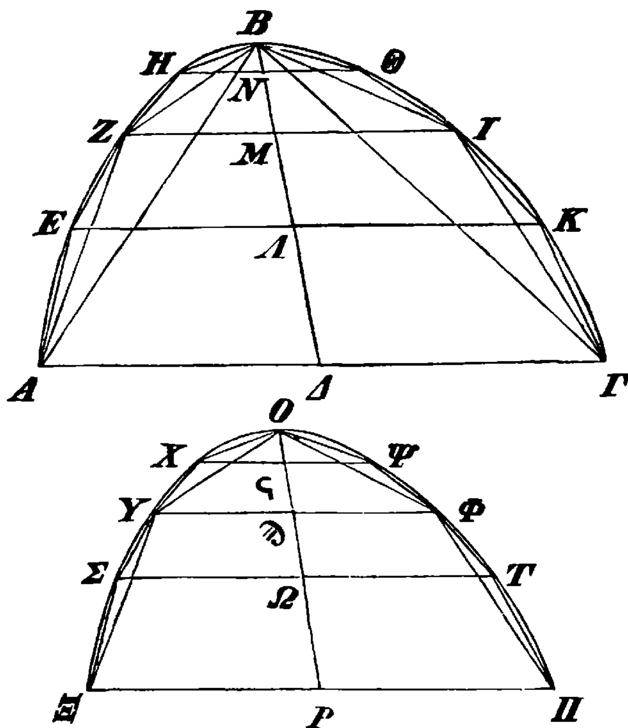
$$HN^2 : ZM^2 : E\Lambda^2 : A\Delta^2 = BN : BM : B\Lambda : B\Delta$$
$$= O\text{ϙ} : O\text{ϡ} : O\Omega : OP = X\text{ϙ}^2 : \Upsilon\text{ϡ}^2 : \Sigma\Omega^2 : \Xi P^2$$

h. e. $H\Theta : ZI : EK : A\Gamma = X\Psi : \Upsilon\Phi : \Sigma T : \Xi\Pi$ (p. 168, 13).

---

1 *τραπεζίου*] E, *τραπεζειου* A. **3** *καὶ*] A, om. 𝔅. **12** *τέμνοντι*] EG, *τεμνωντι* A. **13** *τμάματα*] A, portiones quales dictae sunt 𝔅. $\Xi O\Pi$] A, *dez* 𝔅. **14** *καὶ τᾶν*] scripsi, *κατα* A. *καὶ τᾶν* — **15** *ἴσον*] A; latera etiam numerum habentia inuicem aequalia 𝔅. **16** $B\Delta$, OP] A, *bh et* 𝔅. **17** EK — $H\Theta$] A, *lk mn xo* 𝔅. ZI] *Basil.*, $Z\Gamma$ A. *καὶ αἱ*] scripsi, *και* A. ΣT — $X\Psi$] A, *cy fq* ϙ9 𝔅. **18** $B\Delta$] A, *bh* et *et* 𝔅. **19** *καὶ ἁ* PO] scripsi, *και* ΠPO A, om. 𝔅, *καὶ* PO *ὁμοίως* *Basil.* **21** *ἐν*] 𝔅, om. A.

καὶ αἱ παραλλήλοι τοὺς αὐτοὺς λόγους ἑξοῦντι. καὶ τῶν τραπεζίων τοῦ τε ΑΕΚΓ καὶ τοῦ ΞΣΤΠ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶν ΛΔ, ΩΡ εὐθειᾶν



ὁμοίως κείμενα, ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ ΑΓ, ΕΚ ταῖς ΞΠ, ΣΤ· πάλιν δὲ καὶ τῶν ΕΖΙΚ, ΣΥΦΤ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΛΜ, Ωϡ, καὶ τῶν ΖΗΘΙ, ΥΧΨΦ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ϙϡ, ἐσσεῖται δὲ καὶ τῶν ΗΒΘ, ΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τᾶν ΒΝ, Οϙ ὁμοίως κείμενα· ἔχοντι δὴ τὸν αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ὁμοίως διαιρεῖ τὰν ΒΔ καὶ τοῦ

$AEK\Gamma$, $\Xi\Sigma T\Pi$ centra grauitatum in rectis $\Lambda\Delta$, ΩP similiter posita erunt, quoniam est

$$A\Gamma : EK = \Xi\Pi : \Sigma T;$$ [1]

rursus autem etiam trapeziorum $EZIK$, $\Sigma\Upsilon\Phi T$ centra grauitatum rectas ΛM, Ωϡ similiter diuident,[1] et trapeziorum $ZH\Theta I$, $\Upsilon X\Psi\Phi$ centra grauitatum rectas MN, ϙϡ similiter diuident,[1] et etiam triangulorum $HB\Theta$, $XO\Psi$ centra grauitatum in rectis BN, Oϙ similiter posita erunt;[2] itaque trapezia et trianguli eandem rationem habent.[3] ergo adparet,[4] etiam totius figurae rectilineae in segmento $AB\Gamma$ inscriptae centrum grauitatis rectam $B\Delta$ similiter diuidere

---

1) Nam situs centrorum ex ratione laterum $A\Gamma$, EK, $\Xi\Pi$, ΣT pendet (I, 15).

2) Ex I, 14 et Eutocio ad I, 15.

3) Nam cum trapezia respondentia et trianguli similia sint, eas rationes habent, quas latera quadrata (Eucl. VI, 20), h. e.

$$A\Gamma^2 : \Xi\Pi^2,\ EK^2 : \Sigma T^2$$

cett., quae aequales sunt.

4) Ex I, 6—7. omnino u. Nizzius.

---

2 *τραπεζίων*] E, *τραπεζειων* A. *AEKΓ καὶ τοῦ ΞΣΤΠ*] A, *al cz* 𝔅. 3 *ΛΔ, ΩP*] A, *hs t*^ 𝔅. 4 *ἐπεὶ*] 𝔅, e corr. G, *επι* A. 5 *EK*] A, *kl* 𝔅. *ΞΠ, ΣΤ*] A, *dz cy* 𝔅. *δὲ*] 𝔅, *δη* A. *καὶ*] A, om. 𝔅. *EZIK*] A, *kn* 𝔅. *ΣΥΦΤ*] A, *cq* 𝔅. 6 *τραπεζίων*] E, *τραπεζειων* A. 7 *τὰς* — 9 *διαιρέοντα*] 𝔅, om. A. 7 *ΛΜ, Ω*ϡ] *rs o*^ 𝔅, -^ in ras. *ZHIΘ*] *in mo* 𝔅. *ΥΧΨΦ τραπεζίων*] *f*9 trapezalibus 𝔅. In fig. litterae ita inter se respondent in A et 𝔅:

*ABΓΔEZHΘIKΛMNΞOΠPΣTΥΦXΨΩ*ϙϡ
a b g h k m x o n l s r p d e z t c y f q ϙ 9 ^ *z* ⊸

9 *MN*] A, *pr* 𝔅. ϙϡ] scripsi, *ΣΤ* A, *z*⊸ 𝔅. *HBΘ, XOΨ*] A, *xbo* 9*e*ϙ 𝔅. 10 *BN, O*ϙ] A, *bp ez* 𝔅. 11 *ἔχοντι*] EG, *εχωντι* A, habentia 𝔅. *δὴ*] scripsi, *δε* A𝔅. 12 *τραπέζια*] E, *τραπεζεια* A. 14 *τὸ κέντρον*] 𝔅, *το O κεντρον* A. *BΔ*] A, *bh* 𝔅.

ἐν τῷ ΞΟΠ τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὰν ΟΡ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ΄.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

ἔστω τμᾶμα, ὡς εἴρηται, τὸ ΑΒΓ, οὗ διάμετρος ἔστω ἁ ΒΔ. δεικτέον, ὅτι τοῦ εἰρημένου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΒΔ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ Ε, καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν ΒΔ ἁ ΕΖ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα τρίγωνον τὸ ΑΒΓ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον· ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ· τοῦ δὴ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΒΔ. ἔστω τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΘΕ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθω ἁ ΓΛ· δῆλον δή, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμάματα ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ. ἀλλ', ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, οὕτως ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ· καὶ τὸ ἐγ-

1 ΞΟΠ] A, *zed* 𝔅. 2 τὰν ΟΡ] *Nizzius*, lineam *et* 𝔅, επι ταν ΟΡ A, ἐπὶ τᾶς ΟΡ G. 11 τὸ] addidi, om. A. 12 ἔχον] A, habens portioni 𝔅. 13 ΖΔ] 𝔅, ΔΖ A. 14 Κ] A, *x* 𝔅. δὲ καὶ] A𝔅, om. *Eutocius*. 16 Κ] A, *x* K. 17 δὴ] A, autem 𝔅. 18 ἔστω] A; ostensum est enim, et sit 𝔅. Θ] A, *k* 𝔅. ΘΕ] A, *ke* 𝔅. 20 δή] scripsi, δε A𝔅. 22 ΑΒΓ] A, *bag* 𝔅. Κ] A, *x* 𝔅. ἀλλ' — 23 Κ] 𝔅, *Basil.*; om. A. 22 τρίγωνον] *Basil.*, om. 𝔅. 23 τὸ Κ] *Basil.*, spatium *x* 𝔅. In fig. *k*, *t*, *x* pro Θ, Ν, Κ hab. 𝔅.

ac figurae in segmento $\Xi O \Pi$ inscriptae centrum grauitatis rectam OP; quod erat demonstrandum.[1])

IV.

Cuiusuis segmenti recta et sectione coni rectanguli comprehensi centrum grauitatis in diametro segmenti positum est.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, cuius diametrus sit $B\Delta$. demonstrandum, segmenti illius centrum grauitatis in recta $B\Delta$ positum esse.

nam si non est, sit E, et per id rectae $B\Delta$ parallela ducatur recta EZ, in segmento autem inscribatur triangulus $AB\Gamma$ eandem basim habens altitudinemque aequalem, et sit $\Gamma Z : Z\Delta = AB\Gamma : K$; praeterea autem figura rectilinea in segmento proprie inscribatur, ita ut segmenta reliqua spatio K minora sint [u. Eutocius]; itaque figurae rectilineae inscriptae centrum grauitatis in recta $B\Delta$ positum est [prop. 2]. sit punctum Θ, et ducatur recta ΘE producaturque, rectae autem $B\Delta$ parallela ducatur recta $\Gamma\Lambda$; adparet igitur, figuram in segmento inscriptam ad spatia reliqua maiorem rationem habere quam triangulum $AB\Gamma$ ad K.[2]) est autem

1) Hanc propositionem etiam de segmentis non similibus ueram esse, ostendit Nizzius p. 30 ϑ.

2) Nam figura inscripta maior est triangulo $AB\Gamma$, segmenta uero minora spatio K.

γεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ, τουτέστιν ἁ ΛΕ ποτὶ ΕΘ. ἐχέτω οὖν ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΘ τὸν αὐτὸν λόγον τὸν τοῦ εὐθυγράμμου ποτὶ τὰ τμάματα. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμου τὸ Θ, δῆλον, ὅτι λοιποῦ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐκβληθείσας τᾶς ΘΕ καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἃ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν ΘΕ, ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα. ὥστε εἴη κα τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· ὅπερ ἄτοπον· τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Μ παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας ἐπὶ ταὐτὰ ἐσσοῦνται πάντα τὰ περιλειπόμενα τμάματα. δῆλον οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΒΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ε'.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΔΒ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμάσθω ἁ ΒΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε εἶμεν διπλασίαν τὰν ΒΕ τᾶς ΕΔ· ἔστιν

---

2 ΖΔ] 𝔅, Δ A. 3 ΕΘ] A, ek 𝔅. ΕΘ] A, ek 𝔅. 4 τὸν τοῦ εὐθυγράμμου] A, quam habet notum 𝔅. τὰ τμάματα] A, reliquas portiones 𝔅. 5 τὸ — 6 Θ] A; inscripti rectilinei k est centrum, totius autem portionis cen-

$\Gamma Z : Z\Delta = AB\Gamma : K$; quare figura inscripta ad segmenta reliqua maiorem habet rationem quam $\Gamma Z : Z\Delta$, h. e. quam $\Delta E : E\Theta$.[1]) habeat igitur $ME : E\Theta$ ipsam rationem, quam habet figura rectilinea ad segmenta.[2]) iam quoniam punctum E centrum grauitatis est totius segmenti, punctum Θ autem figurae in eo inscriptae, adparet [I, 8], reliquae magnitudinis ex segmentis reliquis compositae centrum grauitatis inueniri producta recta ΘE et recta quadam ab ea abscisa, quae ad rectam ΘE eam rationem habeat, quam figura inscripta ad segmenta reliqua. quare punctum M centrum grauitatis est magnitudinis ex segmentis reliquis compositae; quod absurdum est; nam omnia segmenta reliqua in eadem parte rectae per M rectae $B\Delta$ parallelae ductae posita erunt.[3]) ergo adparet, centrum grauitatis ⟨totius segmenti⟩ in recta $B\Delta$ positum esse.

V.

Si in segmento recta et sectione coni rectanguli comprehenso figura rectilinea proprie inscribitur, totius segmenti centrum grauitatis uertici segmenti propius est quam centrum figurae inscriptae.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, diametrusque eius ΔB, et primum in eo triangulus proprie inscribatur $AB\Gamma$, recta autem $B\Delta$ in puncto E ita secetur, ut sit $BE = 2E\Delta$;

---

1) U. ZMP. XXIV p. 178 nr. 2.
2) Itaque, cum ratio maior esse debeat quam $\Delta E : E\Theta$, punctum M extra punctum Δ cadere necesse est.
3) I post. 7; cfr. I, 13 p. 155 not. 3.

---

trum est *e* 𝔅. *E*] *Basil.*, *B* A. 7 λοιποῦ] 𝔅, λοιπον A. **9** *ΘE*] A, *ke* 𝔅. **10** scilicet *me* mg. 𝔅. *ΘE*] A, *ek* 𝔅. **11** εἴη κα] scripsi, ειη κατα A, erit et 𝔅, εἴη ἂν κατὰ G. **14** τᾶς] *Torellius*, τα A, ipsa 𝔅. **15** ἐσσοῦνται] scripsi, εσσουντι A, cadent 𝔅. **22** εὐθυγράμμου] 𝔅G, ευθυγραμμον A. **24** *ΔB*] A, *bd* 𝔅. **26** *E*] A, *n* 𝔅. *BE*] A, *bn* 𝔅. *EΔ*] A, *nd* 𝔅.

οὖν τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ *Ε* σαμεῖον. τετμάσθω δὴ δίχα ἑκατέρα τᾶν *ΑΒ*, *ΒΓ* κατὰ τὰ *Ζ*, *Η*, καὶ διὰ τῶν *Ζ*, *Η* παρὰ τὰν *ΒΔ* ἄχθωσαν αἱ *ΖΚ*, *ΛΗ*· ἐσσεῖται ἄρα τοῦ μὲν *ΑΚΒ* τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς *ΖΚ*, τοῦ δὲ *ΒΓΛ* τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς *ΗΛ*. ἔστω δὲ τὰ *Θ*, *Ι*, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ *ΘΙ*. καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ *ΘΖΗΙ*, καὶ ἴσα ἐστὶ τᾷ *ΖΝ* ἁ *ΝΗ*, ἔστιν ἄρα καὶ ἁ *ΧΘ* ἴσα τᾷ *ΧΙ*· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν *ΑΚΒ*, *ΒΛΓ* τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς *ΘΙ* [ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τμάματα], τουτέστιν τὸ *Χ* σαμεῖον. ἐπεὶ δὲ τοῦ μὲν *ΑΒΓ* τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ *Ε* σαμεῖον, τοῦ δὲ συγκειμένου ἐξ ἀμφοτέρων τῶν *ΑΚΒ*, *ΒΛΓ* τὸ *Χ*, δῆλον οὖν, ὅτι ὅλου τοῦ τμάματος

1 *Ε*] A, *n* 𝔅. 3 *Η*] A, *e* 𝔅. τῶν] scripsi, ταν A. *Η*] A, *e* 𝔅. 4 *ΛΗ*] A, *et* 𝔅. *ΑΚΒ*] A, *atb* 𝔅. 5 τὸ] addidi, om. A. *ΖΚ*] A, *te* 𝔅. *ΒΓΛ*] A, *bkg* 𝔅. 6 τὸ — βάρεος] A, om. 𝔅. *ΗΛ*] A, *zk* 𝔅. In fig. *Ε* om., pro *Ν* hab. *Τ*, recta *ΚΛ* ducta in A; in 𝔅 litterae nostris sic respondent:

ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΚΛΝΧ
a b g d h e z l m t k n x;

itaque punctum *E* centrum grauitatis est trianguli *ABΓ* [I, 14; Eutocius ad I, 15 p. 160, 14]. utraque igitur recta *AB*, *BΓ* in binas partes aequales secetur in punctis *Z*, *H*, et per *Z*, *H* rectae *BΔ* parallelae ducantur rectae *ZK*, *ΛH*; itaque segmenti *AKB* centrum grauitatis in recta *ZK* positum erit [prop. 4],[1]) segmenti autem *BΓΛ* centrum grauitatis in recta *HΛ*.[1]) sint puncta *Θ*, *I*, et ducatur recta *ΘI*. et quoniam parallelogrammum est *ΘZHI*,[2]) et *NH* = *ZN*,[3]) erit etiam *XΘ* = *XI*; quare magnitudinis ex segmentis *AKB*, *BΛΓ* compositae centrum grauitatis in media recta *ΘI* positum est,[4]) h. e. punctum *X*. et quoniam trianguli *ABΓ* centrum grauitatis est *E*, magnitudinis autem ex ⟨segmentis⟩ *AKB*, *BΛΓ* compositae punctum *X*, ad-

---

1) Nam *ZK* diametrus est segmenti *AKB*, quia *AZ* = *ZB* et *ZK* ∥ *BΔ*. u. ZMP. XXV p. 51 nr. 14.

2) U. Eutocius. inde colligitur etiam *KZ* = *ΛH*. ceterum hic minus adcurate adhibetur, quod *ΘZHI* parallelogrammum est, id quod ex prop. 7 demum demonstrari potest nec ad demonstrationem huius propositionis necessarium est; u. Heath, The works of Archimedes p. 211 not.

3) Nam cum *BZ* : *ZA* = *BH* : *HΓ*, erit *ZH* ∥ *AΓ*; itaque (ZMP. XXIV p. 178 nr. 3) *ZN* : *NH* = *AΔ* : *ΔΓ* = 1.

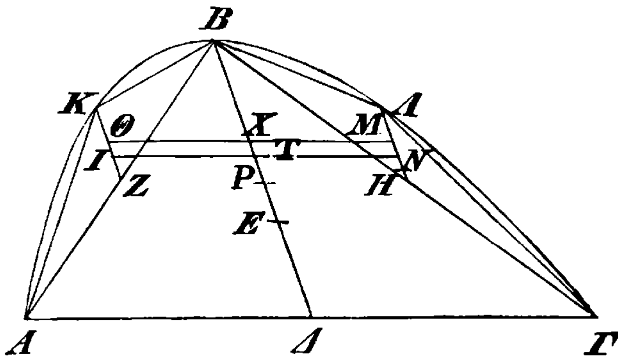
4) Nam *AKZ* = *KZB*, quia *AZ* = *ZB*, et *BΛH* = *ΛHΓ*; et praeterea *KZB* = *BHΛ*, quia bases *KZ*, *ΛH* aequales sunt (not. 2) et altitudo eadem (nam *KZ*, *BΔ*, *ΛH* parallelae). itaque △ *AKB* = *BΛΓ*; tum u. Quadr. parab. 17. uerba *ἐπειδήπερ — τμάματα* lin. 11—12, quae praue et obscure causam significant, interpolatoris sunt; u. NJS. XIII p. 572.

---

inter *N* et *E* (*h*) additur *o*. 7 *Θ*, *I*] A, *l m* 𝕭. ἐπεζεύχθω ἁ *ΘI*] A, copulentur quae *lm ez* 𝕭. 8 *ΘZHI*] *Basil.*, *ΘZH* A, *ezml* 𝕭. τᾷ — *NH*] A, quae *zn* ipsi *ne* 𝕭. 9 *XΘ*] A, *xl* 𝕭. *XI*· ὥστε] A; *xm* et quoniam aequalis est portio *atb* portioni *bkg* quia 𝕭, mg. respice aliud exemplar. **10** *AKB*, *BΛΓ*] A, *atb bkg* 𝕭. **11** *ΘI*] A, *lm* 𝕭. ἐπειδήπερ] A, quoniam (h. e. ἐπεί) 𝕭. **12** τμάματα] A, om. 𝕭. *X*] A, *x* 𝕭. ἐπεὶ δὲ] A, est autem et 𝕭. **13** μὲν] A, om. 𝕭. **14** E] *Basil.*, *h* e corr. 𝕭, om. A. τοῦ δὲ — **15** *X*] A, om. 𝕭. **15** *BΛΓ*] *Torellius*, *ΛΓ* A. τοῦ τμάματος] A, om. 𝕭.

τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ, τουτέστι μεταξὺ τῶν Χ, Ε σαμείων· ὥστ' εἴη κα ἐγγύτερον τᾶς τοῦ τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμως.

ἐγγεγράφθω πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμάματος διάμετρος ἁ ΒΔ, ἑκατέρου δὲ τῶν τμαμάτων ἑκατέρα τᾶν ΚΖ, ΛΗ διάμετρος [καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ ΑΚΒ τμάματι ἐγγέγραπται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ εὐθυγράμμου]. ἔστω οὖν τοῦ μὲν τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ τριγώνου τὸ Ι, πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν ΒΛΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ, τοῦ δὲ τριγώνου



τὸ Ν· ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. πάλιν οὖν, ἐπεὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων τὸ Χ, δῆλον, ὡς [τοῦ] ὅλου τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ τμαθείσας οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον τὸ

paret, totius segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis in recta XE positum esse [Eutocius ad I, 4], h. e. inter puncta X, E; ergo centrum grauitatis totius segmenti propius uertici segmenti est quam centrum trianguli proprie inscripti.

rursus in segmento proprie inscribatur figura rectilinea quinque laterum $AKB\varDelta\Gamma$, et totius segmenti diametrus sit $B\varDelta$, segmentorum ⟨AKB, $B\varDelta\Gamma$⟩ autem diametri sint KZ, $\varDelta H$. sit igitur segmenti ⟨AKB⟩ centrum grauitatis Θ,[1]) trianguli autem I, et rursus segmenti $B\varDelta\Gamma$ centrum grauitatis sit M, trianguli autem ⟨$B\varDelta\Gamma$⟩ N; magnitudinis igitur ex segmentis AKB, $B\varDelta\Gamma$ compositae centrum grauitatis est X, magnitudinis autem ex triangulis AKB, $B\varDelta\Gamma$ compositae T.[2]) rursus igitur, quoniam trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis est E, magnitudinis autem ex segmentis AKB, $B\varDelta\Gamma$ compositae X, adparet, totius segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis in recta XE positum esse ita diuisa, ut, quam

1) Nam centrum segmenti uertici propius est quam centrum trianguli (p. 176, 24 sq.). lin. 9 εὐϑύγραμμον, 11 εὐϑυγράμμου falsa pro τρίγωνον, τριγώνου, quae Nizzius substitui uoluit, et ὅλου lin 10 praue additum est (om. G); quare satius duxi, uerba καὶ ἐπεὶ lin. 8 — εὐϑυγράμμου lin. 11 interpolatori tribuere.

2) U. Eutocius; cfr. p. 179 not. 4 et p. 178, 9 sq.

1 XE — 2 σαμείων] A; *xh* secta *xh* per signum *o*, ut sit, sicut *abg* trigonum ad portiones *atb bkg*, ita ad *xo tn* (in ras.), erit *o* centrum grauitatis totius portionis 𝕭. 4 τὸ] addidi, om. A𝕭. 8 $\varDelta H$] A, *le* 𝕭. διάμετρος] *Nizzius*, διαμετρων A𝕭. 10 ἐστιν] A, est in linea *kz* 𝕭. 12 τοῦ μὲν τμάματος] A, portionis quidem *blg* 𝕭. Θ] A, *n* 𝕭. 13 I] A, *m* 𝕭. πάλιν — τμάματος] A, portionis autem *akb* 𝕭. 14 M] A, *t* 𝕭. 15 N] A; *i* et copulentur quae *tn im*; aequalis ergo est quae quidem *tq* ipsi *qn*, quae autem *ic* ipsi *cm*. sed et trigono quidem *akb* aequale est trigonum *blg*, portio autem *akb* portioni *blg*; portiones enim trigonis ostensae sunt in aliis epitritae esse 𝕭. δὴ] 𝕭, δε A. 17 X] A, *q* 𝕭. 18 τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου] A, trigoni quidem *abg* 𝕭. 19 κέντρον] 𝕭G, κεντρου A. E] A, *n* 𝕭. 20 X] A, *q* 𝕭. τοῦ] A, deleo. 21 ἐστιν] 𝕭, om. A. 22 XE] A, *qn* 𝕭. In fig. *n*, *m*, *q* pro M, N, X habet 𝕭, et inter P (*r*) et T (*c*) litteram *p*.

ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τμάματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Χ ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα. τοῦ δὲ ΑΚΒΛΓ πενταγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΕΤ εὐθείας τμαθείσας οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Τ ποτὶ τὸ λοιπόν. ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΚΑΒ, ΛΒΓ τρίγωνα ἢ ποτὶ τὰ τμάματα, δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς Β κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου. καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων τῶν ἐγγραφομένων ἐς τὰ τμάματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

ϛ′.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δυνατόν ἐστιν ἐς τὸ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμάματος καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν πάσας τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

δεδόσθω τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἴρηται, οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος τὸ Θ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ, καὶ ἔστω ἁ προτεθεῖσα εὐθεῖα ἁ Ζ, καὶ ὃν λόγον ἔχει ἁ ΒΘ ποτὶ Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Χ χωρίον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνω-

---

2 *ἔχειν*] habet 𝔅. 3 *Χ — τμᾶμα*] A, *qp* quia minor portio 𝔅. *τοῦ δὲ*] A, huius 𝔅. 5 *ΕΤ*] A, *qn* 𝔅. 7 *ἔχειν*] A, habet 𝔅. 8 *Τ*] A; *c* 𝔅 (ut solet), mg. vel *q*. 9 *ΚΑΒ*,

rationem habeat triangulus $AB\Gamma$ ad utrumque simul segmentum AKB, $B\Delta\Gamma$, eam habeat pars rectae XE, cuius terminus sit X, ad partem minorem[1]) [I, 8].[2]) figurae autem quinque laterum $AKB\Delta\Gamma$ centrum grauitatis in recta ET positum est ita diuisa, ut, quam rationem habeat triangulus $AB\Gamma$ ad triangulos AKB, $B\Delta\Gamma$, eam habeat pars rectae ET, cuius terminus sit T, ad reliquam [I, 8; cfr. not. 2]. ergo, quoniam triangulus $AB\Gamma$ maiorem rationem habet ad triangulos KAB, $\Delta B\Gamma$ quam ad segmenta [Eucl. V, 8], adparet, segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis propius esse uertici B quam centrum figurae inscriptae [u. Eutocius]. et de omnibus figuris rectilineis in segmentis proprie inscriptis eadem ratio ualet.

VI.

Dato segmento recta et sectione coni rectanguli comprehenso fieri potest, ut figura rectilinea in segmento proprie inscribatur, ita ut recta inter centra grauitatis segmenti figuraeque inscriptae posita minor sit quauis recta data.

datum sit segmentum, quale diximus, $AB\Gamma$, cuius centrum grauitatis sit Θ, et in eo proprie inscribatur triangulus $AB\Gamma$, data autem recta sit Z, et sit

$$\triangle AB\Gamma : X = B\Theta : Z.$$

iam in segmento $AB\Gamma$ proprie inscribatur figura rectilinea

1) Nam triangulus $AB\Gamma$ maior est segmentis $AKB + B\Delta\Gamma$ (Quad. parab. 21 et 17); tum cfr. I, 6—7.

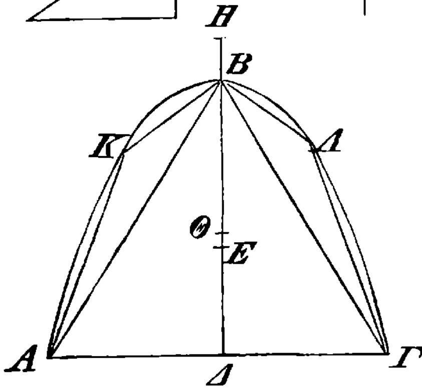
2) Sit enim centrum segmenti $AB\Gamma$ punctum y inter X, E positum; tum magnitudinis relictae, segmentorum $AKB + B\Delta\Gamma$, centrum grauitatis (X) in recta Ey producta ita positum erit, ut sit $yX : Ey = \triangle AB\Gamma$: segm. $AKB + B\Delta\Gamma$. poterat idem etiam ex I, 6—7 concludi (cfr. not. 1). eodem modo infra p. 182, 13 sq. ratiocinandum est.

$AB\Gamma$] A, *akb blg* 𝔅. **11** B] A, om. 𝔅. **13** εὐθυγράμμων] 𝔅GH, ευθυγραμμον A. γνωρίμως] A, om. 𝔅. **17** ἐστιν] 𝔅, om. A. **23** τοῦ βάρεος τὸ Θ] A, *t* grauitatis 𝔅. **25** Z (pr.)] 𝔅, AZ A. Z (alt.)] 𝔅, EZ A. **26** X] *q* 𝔅, K A.

ρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Χ, καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε. φαμὶ δὴ τὰν ΘΕ ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς Ζ.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ μείζων. ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ Χ, τουτέστιν ἁ ΘΒ ποτὶ Ζ, ἔχει δὲ καὶ ἁ ΒΘ ποτὶ Ζ οὐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν ἔχει ποτὶ ΘΕ, διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶμεν τὰν ΘΕ τᾶς Ζ, πολλῷ ἄρα τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ΒΘ ποτὶ ΘΕ· ὥστε, ἐὰν ποιῶμες, ὡς τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ ποτὶ ΘΕ [ἐπειδὴ τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ, ἐκβληθείσας τᾶς ΕΘ καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν ΕΘ, ὃν τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα], ἐσσεῖται μείζων τᾶς ΘΒ. ἐχέτω οὖν ἁ ΗΘ ποτὶ ΘΕ. τὸ Η ἄρα κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων· ὅπερ ἀδύνατον· τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Η ἀχθείσας παρὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτά ἐστιν [τῷ τμήματι]. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ ΘΕ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς Ζ· ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι.





$AKB\varDelta\Gamma$, ita ut spatia reliqua minora sint spatio X [u. Eutocius ad prop. 4 p. 174, 14], et figurae inscriptae centrum grauitatis sit E. dico, rectam ΘE minorem esse recta Z.

nam, si non est, aut aequalis est aut maior. quoniam autem figura rectilinea $AKB\varDelta\Gamma$ ad segmenta reliqua maiorem rationem habet quam triangulus $AB\Gamma$ ad X,[1]) h. e. quam $\Theta B : Z$, et ΘB ad Z non minorem rationem habet quam $\Theta B : \Theta E$, quia ΘE minor non est recta Z [Eucl. V, 8], figura $AKB\varDelta\Gamma$ ad segmenta reliqua multo maiorem rationem habet quam $B\Theta : \Theta E$; quare, si fecerimus rationi, quam habet figura $AKB\varDelta\Gamma$ ad segmenta reliqua, aequalem rationem, quam habet alia recta ad ΘE [producta recta $E\Theta$, quoniam segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis est Θ, et abscisa recta ad $E\Theta$ eam habenti rationem, quam figura $AKB\varDelta\Gamma$ ad segmenta reliqua],[2]) maior erit ⟨recta illa⟩ quam ΘB [Eucl. V, 8]. sit igitur $H\Theta : \Theta E$ ⟨$= AKB\varDelta\Gamma$: segmenta reliqua⟩. itaque punctum H centrum grauitatis erit magnitudinis ex segmentis reliquis compositae [I, 8; cfr. p. 183 not. 2]; quod fieri non potest; nam ⟨segmenta omnia⟩ in eadem parte rectae per H rectae $A\Gamma$ parallelae ductae posita erunt.[3]) ergo adparet, esse $\Theta E < Z$; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam $AKB\varDelta\Gamma > AB\Gamma$, et segmenta $< X$.

2) Cfr. I, 8. sed sermo impeditior quam pro more Archimedis concinnior erit, si uerba prorsus superflua *ἐπειδή* lin. 20 — *τμάματα* lin. 25 interpolatori tribuerimus.

3) I post. 7; u. p. 155 not. 3. *τῷ τμήματι* lin. 29 interpolatori tribuere quam corrigere malui.

---

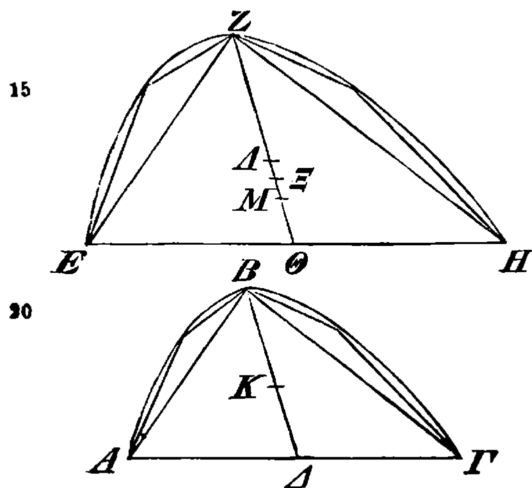
2 *X*] *q* 𝔅, *K* A. 8 *X*] *q* 𝔅, *K* A. *ΘB*] A, *bt* 𝔅. 20 *ἐπειδή* — 21 *τμάματος*] A; erit maior quam linea *bt*. sit quae *ht*. quoniam autem portionis quidem *abg* 𝔅. 22 *ἐκβληθείσας τᾶς EΘ*] A, rectilinei autem *akblg* signum *e* 𝔅. 24 *ὃν*] A, quam habet 𝔅. 25 *ἐσσεῖται* — 26 *ΘE*] A, eius quae *ht* ad *te* 𝔅. 26 *ἄρα*] A, ergo est 𝔅. 29 *ἐστιν*] 𝔅, *ηστην* A. *τῷ τμήματι*] A𝔅, deleo; *τὰ τμάματα* *Nizzius*. *οὖν*] 𝔅, om A. 30 *τᾶς*] G, bis A. Z. *ἔδει δὲ τοῦτο*] *Basil.*, *ZE δεῖ δὲ τοῦτο* A, et hoc autem oportebat 𝔅. In fig. pro *X* hab. *K* A (*q* 𝔅).

ζ'.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.

ἔστω δύο τμάματα, οἷα εἴρηται, τὰ *ΑΒΓ*, *ΕΖΗ*, ὧν διαμέτροι αἱ *ΒΔ*, *ΖΘ*, καὶ ἔστω τοῦ μὲν *ΑΒΓ* τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ *Κ* σαμεῖον, τοῦ δὲ *ΕΖΗ* τὸ *Λ*. δεικτέον, ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους τὰ *Κ*, *Λ*.

εἰ γὰρ μή, ἔστω, ὡς ἁ *ΚΒ* ποτὶ *ΚΔ*, οὕτως ἁ *ΖΜ* ποτὶ *ΜΘ*, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ *ΕΖΗ* τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως, ὥστε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ τμάματος καὶ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς *ΛΜ*, καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ *Ξ* σαμεῖον, ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ *ΑΒΓ* τμᾶμα τῷ ἐν τῷ *ΕΖΗ* [ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ] ὁμοῖον εὐθύγραμμον [τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως]· οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τᾶς κορυφᾶς ἐγγύτερον ἤπερ τὸ τοῦ τμάματος· ὅπερ ἀδύνατον. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ *ΒΚ* ποτὶ *ΚΔ*, ὃν ἁ *ΖΛ* ποτὶ *ΛΘ*.



η'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεος διαι-

VII.

Duorum segmentorum similium recta et sectione coni rectanguli comprehensorum centra grauitatum diametros eadem ratione diuidunt.

duo segmenta, qualia diximus, sint $AB\Gamma$, EZH, quorum diametri sint $B\Delta$, $Z\Theta$, et segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis sit K, segmenti autem EZH punctum Λ. demonstrandum, puncta K, Λ diametros eadem ratione diuidere.

nam, si minus, sit $KB : K\Delta = ZM : M\Theta$, et in segmento EZH inscribatur proprie figura rectilinea, ita ut recta inter centra ⟨grauitatis⟩ segmenti figuraeque inscriptae minor sit quam recta ΛM [prop. 6], et figurae inscriptae centrum grauitatis sit Ξ punctum,[1]) inscribatur autem in segmento $AB\Gamma$ figura rectilinea figurae in segmento EZH inscriptae similis [u. Eutocius]; cuius centrum grauitatis uertici propius erit quam centrum segmenti;[2]) quod fieri non potest [prop. 5]. ergo adparet, esse

$$BK : K\Delta = Z\Lambda : \Lambda\Theta.$$

VIII.

Cuiusuis segmenti recta et sectione coni rectanguli comprehensi centrum grauitatis diametrum segmenti ita diuidit,

---

1) Cadet hoc punctum infra punctum Λ (prop. 5), sed supra M, quia $\Lambda\Xi < \Lambda M$ (ex hypothesi).

2) Hoc uerum esse, sic intellegitur: centrum figurae in segmento $AB\Gamma$ inscriptae sit y; erit igitur (prop. 3)

$$By : y\Delta = Z\Xi : \Xi\Theta.$$

sed $Z\Xi : \Xi\Theta < ZM : M\Theta$; itaque $By : y\Delta < KB : B\Delta$, et y supra K cadet. uerba *τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως* lin. 24—25 ex Eutocio petiuit interpolator, u. NJS. XIII p. 573.

---

4 *τέμνοντι*] EG, *τεμνωντι* A. 8 Λ] 𝔅, Δ A. *τέμνοντι*] EG, *τεμνωντι* A, secantur 𝔅. 9 *τὰς* — Λ] A, quae *bd zt* 𝔅. 11 $M\Theta$] 𝔅, ΘM A. 22 *ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ*] A𝔅, *τμάματι* *Eutocius*. 25 *οὗ τὸ*] *Nizzius*, *ου* A𝔅; fort. *τὸ οὖν*. 26 *ἐγγύτερον*] A, sit propinquius 𝔅. *τὸ*] 𝔅, om. A. 27 BK] A, *kb* 𝔅. In fig. Θ om. 𝔅.

ρεῖ τὰν τοῦ τμάματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν ἁμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος τοῦ ποτὶ τᾷ βάσει.

ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἁ ΒΔ, κέντρον δὲ τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. δεικτέον, ὅτι ἁμιολία ἐστὶν ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ.

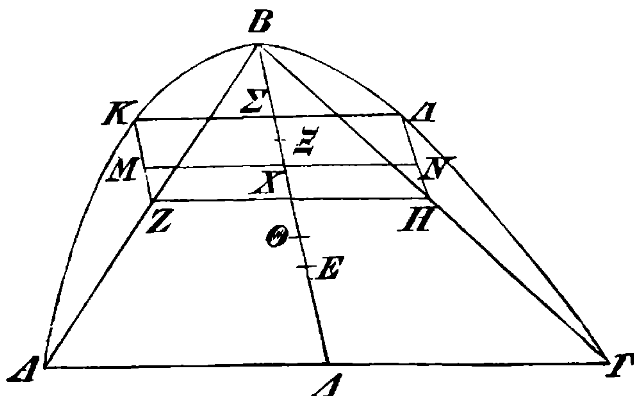
ἐγγεγράφθω ἐς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, οὗ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ Ε, καὶ τετμάσθω δίχα ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ, καὶ ἄχθων αἱ ΚΖ, ΗΛ· διαμέτροι ἄρα ἐντὶ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων. ἔστω οὖν τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ, τοῦ δὲ ΒΛΓ τὸ Ν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΜΝ, ΚΛ· τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Χ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἁ ΒΘ ποτὶ ΘΔ, οὕτως ἁ ΚΜ ποτὶ ΜΖ, καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΚΖ, οὕτως ἁ ΔΘ ποτὶ ΜΖ, τετραπλασία δὲ ἁ ΒΔ τᾶς ΚΖ· τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, οὗ σαμεῖον ☉· τετραπλασίων ἄρα καὶ ἁ ΔΘ τᾶς ΜΖ· ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ΒΘ λοιπᾶς τᾶς ΚΜ, τουτέστι τᾶς ΣΧ, τετραπλασίων. καὶ λοιπὰ ἄρα συναμφοτέρα ἁ ΒΣ, ΧΘ

3 τᾷ βάσει] scripsi, ταν βασιν A. 4 οἷον] 𝔅, ομοιον ως A. 5 βάρεος] A, grauitatis sit 𝔅. 7 ΑΒΓ] 𝔅, ΑΒΔ A. 8 οὗ] A, οὗ τὸ 𝔅. 9 τᾶν] 𝔅, τῶν G, τα A. ΑΒ, ΒΓ] 𝔅, ΒΑ ΑΓ A. καί] A, penes *zh* et ipsi *bd* aequidistanter 𝔅. ΚΖ] A, *zk* 𝔅. 10 ΗΛ] 𝔅, ΛΗ G, Η A. 12 Ν] 𝔅, Η A. 13 ΖΗ] A; om. 𝔅, mg. in alio erat plus *zh*. 16 συνθέντι] A𝔅; συνθέντι, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΔΘ, ἁ ΚΖ ποτὶ ΖΜ *Eutocius*. 16 ΚΖ] scripsi, τὰν ΚΖ G, τας ΚΖ A. 17 οὕτως — 18 ΚΖ] *Eutocius*; ita quae *td* ad *mz*, quae autem *db* quadrupla ipsius *kz* 𝔅; om. A. 18 οὗ σαμεῖον ☉] *Eutocius*, ου σαμειον ο ηλιος A, om. 𝔅. 19 ΔΘ] A, *td* 𝔅. 20 ΒΘ] A, *tb* 𝔅. ΣΧ] A, *qc* 𝔅. τετραπλασίων] A, quadrupla est 𝔅. 21 λοιπὰ] scripsi, λοιπον A, om. 𝔅. ΒΣ] A, *cb* 𝔅. In fig. litteris Σ, Χ respondent *c*, *q* in 𝔅.

ut pars eius ad uerticem segmenti posita dimidio maior sit parte ad basim posita.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et diametrus eius sit $B\Delta$ centrumque grauitatis punctum Θ. demonstrandum, esse $B\Theta = \frac{3}{2}\,\Theta\Delta$.

in segmento $AB\Gamma$ proprie inscribatur triangulus $AB\Gamma$, cuius centrum grauitatis sit E, et rectae AB, $B\Gamma$ in binas partes aequales ⟨in punctis Z, H⟩ diuidantur, et ⟨rectae $B\Delta$ parallelae⟩ ducantur rectae KZ, $H\Lambda$; itaque diametri



sunt segmentorum AKB, $B\Lambda\Gamma$ [p. 179 not. 1]. sit igitur segmenti AKB centrum grauitatis M, segmenti autem $B\Lambda\Gamma$ punctum N [cfr. prop. 4], et ducantur rectae ZH, MN, $K\Lambda$; magnitudinis igitur ex utroque segmento compositae centrum grauitatis est X [Eutocius ad I, 4; cfr. p. 179 not. 4]. et quoniam est $KM : MZ = B\Theta : \Theta\Delta$ [cfr. prop. 7 et Eutocius], et componendo ⟨$KZ : ZM = B\Delta : \Theta\Delta$⟩ [Eucl. V, 18] et permutando [Eucl. V, 16] $B\Delta : KZ = \Delta\Theta : MZ$, sed $B\Delta = 4\,KZ$ (hoc enim in fine demonstratur, ubi est signum ϑ) [u. Eutocius], erit $\Delta\Theta = 4\,MZ$; quare etiam quae relinquitur $B\Theta = 4\,KM = 4\,\Sigma X$.[1]) itaque etiam quae relinquitur[2]) $B\Sigma + X\Theta = 3\,\Sigma X$. sit $B\Sigma = 3\,\Sigma\Xi$; erit igitur etiam $X\Theta = 3\,\Xi X$. et quoniam est

$$B\Delta = 4\,B\Sigma$$

1) Nam parallelogrammum est $KMX\Sigma$.
2) Subtracto $\Sigma\Phi$ communi ab $B\Theta = 4\,\Sigma X$.

τριπλασίων τᾶς ΣΧ. ἔστω τριπλασία ἁ ΒΣ τᾶς ΣΞ· καὶ ἁ ΧΘ ἄρα τᾶς ΞΧ ἐστι τριπλασία. καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἁ ΒΔ τᾶς ΒΣ· καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται· ἁ δὲ ΒΣ τᾶς ΣΞ τριπλασίων, ἁ ΞΒ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστίν. ἔστιν δὲ καὶ ἁ ΕΔ τᾶς ΔΒ τρίτον μέρος, ἐπειδήπερ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶ τὸ Ε· καὶ λοιπὰ ἄρα ἁ ΞΕ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ. καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ, τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Ε, ἐσσεῖται, ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἁ ΧΘ ποτὶ ΘΕ. τριπλάσιον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων [ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου]· τριπλασία ἄρα καὶ ἁ ΧΘ τᾶς ΘΕ. ἐδείχθη δὲ ἁ ΧΘ τριπλασία καὶ τᾶς ΧΞ· πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΞΕ τᾶς ΕΘ, τουτέστιν ἁ ΔΕ τᾶς ΕΘ· ἴσα γάρ ἐστιν αὐτᾷ· ὥστε ἑξαπλασία ἐστὶν ἁ ΔΘ τᾶς ΘΕ. καί ἐντι τᾶς ΔΕ τριπλασία ἁ ΒΔ· ἁμιολία ἄρα ἐντὶ ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Εἴ κα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπταμόρια τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας, ὃν δὲ ἔχει λόγον ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μεγίστας τᾶν ἀνάλογον καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς δευτέρας καὶ τᾷ ἑξαπλασίᾳ τᾶς τρίτας καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς τε-

(nam hoc quoque demonstratur [u. Eutocius]), et

$$B\Sigma = 3\,\Sigma\Xi,$$

erit $\Xi B = \frac{1}{3} B\Delta$ [u. Eutocius]. uerum etiam $E\Delta = \frac{1}{3}\Delta B$, quoniam trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis est E [I, 14 coll. Eutocio ad I, 15]; quare etiam quae relinquitur $\Xi E = \frac{1}{3} B\Delta$. et quoniam totius segmenti centrum grauitatis est punctum Θ, magnitudinis autem ex utroque segmento AKB, $B\Delta\Gamma$ compositae centrum grauitatis X, et trianguli $AB\Gamma$ punctum E, erit, ut triangulus $AB\Gamma$ ad segmenta reliqua, ita $X\Theta : \Theta E$ [I, 8]. sed triangulus $AB\Gamma$ triplo maior est segmentis;[1]) quare etiam $X\Theta = 3\,\Theta E$. sed demonstratum est, esse etiam $X\Theta = 3\,X\Xi$; itaque $\Xi E = 5\,E\Theta$, h. e. $\Delta E = 5\,E\Theta$; nam $\Delta E = \Xi E$; quare $\Delta\Theta = 6\,\Theta E$. et est $B\Delta = 3\,\Delta E$; ergo $B\Theta = \frac{3}{2}\,\Theta\Delta$ [u. Eutocius]; quod erat demonstrandum.

IX.

Si quattuor rectae in continua proportione proportionales sunt, et quam habet rationem minima ad differentiam maximae et minimae, eam recta aliqua adsumpta habet ad $\frac{3}{5}$ differentiae maximae et tertiae rectarum proportionalium, et quam habet rationem recta aequalis duplici maximae proportionalium et quadruplici secundae et tertiae sexies

1) U. Eutocius, qui uerba *ἐπειδήπερ* lin. 14 — *τριγώνου* lin. 15 non habuit; u. NJS. XIII p. 573.

1 *τριπλασία*] H, *τριπλα* A. $\Sigma\Xi$] *cx* 𝔅, $E\Xi$ A. 2 ΞX *ἐστι*] A, *qx* 𝔅. 3 *ἐστὶν*] *Eutocius*, 𝔅; om. A. 5 *ἐστίν*] A𝔅, om. *Eutocius*. 7 *ἐστὶ*] A, om. 𝔅. ΞE] A, *xe* est 𝔅. 11 *τὸ X*] A, est *q* 𝔅. 13 *τριπλάσιον*] *τριπλουν* A, *Eutocius*. 14 *ἐπειδήπερ*] A, quoniam 𝔅. 16 *ἄρα*] A, ergo est 𝔅. 17 $X\Theta$] A, *tq* 𝔅. *καὶ*] A, om. 𝔅 *πενταπλασία* — 20 *ἁμιολία*] AB (mg. 𝔅 seq. etc., praemisso in alio sic, utrumque falsum), equalis ergo est ·*et*· ipsius *xq* hoc est ipsius *et*; equalis enim est ipsi; quare minor est quae *dt* et est ipsius *ed* tripla emiolia 𝔅. 21 *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] *Eutocius*, 𝔅; *ο̅ι̅* A. 24 *ὃν*] A, quam quidem 𝔅. 27 *ᾳ*] 𝔅G, *ας* A. 28 *διπλασίᾳ*] *β̅* A, et similiter saepe in hac prop. 29 *ἀνάλογον*] *Basil.*, *αναλογιαν* A𝔅.

τάρτας ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε πενταπλασίᾳ τᾶς μεγίστας καὶ τᾷ δεκαπλασίᾳ τᾶς δευτέρας καὶ τᾷ δεκαπλασίᾳ τᾶς τρίτας καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς τετάρτας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας, συναμφότεραι αἱ λαφθεῖσαι ἐσσοῦνται δύο πεμπταμόρια τᾶς μεγίστας.

ἔστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ*, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ *ΒΕ* ποτὶ *ΕΑ*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *ΖΗ* ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς *ΑΔ*, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς *ΑΒ* καὶ τετραπλασίᾳ τᾶς *ΒΓ* καὶ ἑξαπλασίᾳ τᾶς *ΒΔ* καὶ τριπλασίᾳ τᾶς *ΒΕ* ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς *ΑΒ* καὶ δεκαπλασίᾳ τᾶς *ΓΒ* καὶ δεκαπλασίᾳ τᾶς *ΒΔ* καὶ πενταπλασίᾳ τᾶς *ΒΕ*, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον ἁ *ΗΘ* ποτὶ τὰν *ΑΔ*. δεικτέον, ὅτι ἁ *ΖΘ* δύο πεμπταμόριά ἐντι τᾶς *ΑΒ*.

ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐντι αἱ *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΒΔ*, *ΒΕ*, καὶ αἱ *ΑΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί, καὶ συναμφότερος ἁ *ΑΒ*, *ΒΓ* ποτὶ τὰν *ΒΔ*, τουτέστιν ἁ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΓ* ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς *ΒΔ*, ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *ΑΔ* ποτὶ τὰν *ΔΕ*, καὶ συναμφότερος

3 πενταπλασίᾳ] G, πενταπλησια A. 5 τᾶν] *Torellius*, τας A. 6 τᾶς] inc. C. 8 *ΒΔ*] A𝔅, *ΔΒ* C. *ΒΕ*] A𝔅, om. C. 11 διπλασίᾳ] β̄ C, et similiter saepius. 14 *ΓΒ*] A(C), *bg* 𝔅. 16 ποτὶ τὰν *ΑΔ*] AC, om 𝔅. ἁ *ΖΘ*] 𝔅, τα *ΑΖΘ* AC. 19 *ΒΕ*] BH, *ΔΕ* AC. 20 τὰν — 22 ποτὶ] addidi, om. ABC.

Inde a lin. 18 scripturam nostram postea adiungit 𝔅 praemisso in alio exemplari Graeco (sc. B) sic habebatur ab illo loco quoniam enim proportionales. hoc loco haec habet: quoniam enim proportionales sunt quae *ab bg bd be*, et quae *ag gd de* ergo

sumptae et triplici quartae ad rectam aequalem maximae quinquies sumptae et secundae decies sumptae et tertiae decies sumptae et quartae quinquies sumptae, eam habet recta aliqua adsumpta ad differentiam maximae et tertiae proportionalium, utraque simul recta adsumpta $\frac{2}{5}$ erit maximae.[1])

quattuor rectae AB, $B\Gamma$, $B\varDelta$, BE proportionales sint,[2]) et sit $BE : EA = ZH : \frac{3}{5} A\varDelta$ et

$$2\,AB + 4\,B\Gamma + 6\,B\varDelta + 3\,BE$$
$$: 5\,AB + 10\,\Gamma B + 10\,B\varDelta + 5\,BE = H\Theta : A\varDelta.$$

demonstrandum, esse $Z\Theta = \frac{2}{5} AB$.

nam quoniam $AB, B\Gamma, B\varDelta, BE$ proportionales sunt, etiam $A\Gamma$, $\Gamma\varDelta$, $\varDelta E$ in eadem ratione sunt,[3]) et erit $AB + B\Gamma$ $: B\varDelta$, h. e.

$$2\,(AB + B\Gamma) : 2\,B\varDelta = A\varDelta : \varDelta E,\text{[4])}$$

et item $\varDelta B + B\Gamma : EB$,[5]) et omnia ad omnia;[6]) erit igitur

---

1) Huius propositionis paraphrasim dedit Eutocius. demonstratio magis perspicua u. Quaest. Arch. p. 48—50; breuiorem demonstrationem ex ratione recentioris arithmetices dederunt Sturmius p. 273, Nizzius p. 38.

2) H. e. sit $AB : B\Gamma = B\Gamma : B\varDelta = B\varDelta : BE$.

3) Nam cum sit $AB : B\Gamma = B\Gamma : B\varDelta$, erit [Eucl. V, 17]

$$A\Gamma : B\Gamma = \Gamma\varDelta : B\varDelta,$$

et [Eucl. V, 16] $A\Gamma : \Gamma\varDelta = B\Gamma : B\varDelta$. eodem modo, cum

$B\Gamma : B\varDelta = B\varDelta : BE$, erit $\Gamma\varDelta : B\varDelta = \varDelta E : BE$

et $\Gamma\varDelta : \varDelta E = B\varDelta : BE$;

h. e. $A\Gamma : \Gamma\varDelta = \Gamma\varDelta : \varDelta E = AB : B\Gamma = B\Gamma : B\varDelta = B\varDelta : BE$.

4) Erat (not. 3) $AB : B\Gamma = A\Gamma : \Gamma\varDelta$,

h. e. $AB + B\Gamma : B\Gamma = A\varDelta : \Gamma\varDelta$. sed $B\Gamma : B\varDelta = \Gamma\varDelta : \varDelta E$; quare (Eucl. V, 22) $AB + B\Gamma : B\varDelta = A\varDelta : \varDelta E$.

5) $B\Gamma : B\varDelta = A\Gamma : \Gamma\varDelta$ (not. 3); unde

$$B\Gamma + B\varDelta : B\varDelta = A\varDelta : \Gamma\varDelta.$$

sed $B\varDelta : BE = \Gamma\varDelta : \varDelta E$ (not. 3); quare

$$B\Gamma + B\varDelta : BE = A\varDelta : \varDelta E.$$

6) Erat $2(AB + B\Gamma) : 2\,B\varDelta = B\Gamma + B\varDelta : BE = A\varDelta : \varDelta E$; tum u. Eucl. V, 12, unde intellegitur, πάντα ποτὶ πάντα (p. 194, 1) esse: πάντα τὰ ἡγούμενα πρὸς πάντα τὰ ἑπόμενα.

ἁ *ΔΒ*, *ΒΓ* ποτὶ τὰν *ΕΒ*, καὶ πάντα ποτὶ πάντα· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ *ΑΔ* ποτὶ τὰν *ΔΕ*, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς *ΑΒ* καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς *ΓΒ* καὶ τᾷ *ΔΒ* ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς *ΒΔ* καὶ τᾷ *ΒΕ*, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς *ΑΒ* καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς *ΒΓ* καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς *ΒΔ* καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς *ΒΕ* ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς *ΔΒ* καὶ τᾷ *ΕΒ*, τοῦτον ἕξει ἁ *ΔΑ* ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς *ΔΕ*. ἐχέτω οὖν ποτὶ *ΔΟ*. καὶ ἀμφότεραι δὲ ποτὶ τὰς πρώτας τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον· ἕξει οὖν ἁ *ΟΑ* ποτὶ *ΑΔ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς *ΑΒ* καὶ τετραπλασίᾳ τᾶς *ΓΒ* καὶ ἑξαπλασίᾳ τᾶς *ΒΔ* καὶ τριπλασίᾳ τᾶς *ΒΕ* ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρας τᾶς *ΑΒ*, *ΕΒ* καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*. ἔχει δὲ καὶ ἁ *ΑΔ* ποτὶ *ΗΘ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ* ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς *ΑΒ* καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς *ΓΒ* καὶ τᾶς τριπλασίας τᾶς *ΕΒ* καὶ ἑξαπλασίας τᾶς *ΒΔ*· ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ *ΟΑ* ποτὶ *ΗΘ*, ὃν ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* μετὰ τᾶς δεκαπλασίας τᾶν *ΓΒ*, *ΒΔ* ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*. ἀλλ' ἁ συγκει-

---

1 *ΕΒ*] AB, *Ε* (C). πάντα (pr.)] des. C. **3** τε] inc. C. καὶ τᾷ *ΔΒ*] scripsi, και ἁ *ΔΒ* AB et bis C. **5** *ΒΔ*] AC, *db* B. τᾷ (pr.)] E, ταν ABC. **6** *ΑΒ*] B(C), *Β* A. καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ] AB, καὶ τᾷ *Δ* bis C. **8** τᾷ (alt.)] E, ταν ABC. **10** *ΔΟ*] *Το-*

$$A\Delta : \Delta E = 2\,AB + 3\,\Gamma B + \Delta B : 2\,B\Delta + BE,$$

et quam rationem habet

$$2\,AB + 4\,B\Gamma + 4\,B\Delta + 2\,BE : 2\,\Delta B + EB,$$

eam habebit ΔA ad rectam minorem recta ΔE [Eucl. V, 8]. habeat ad rectam ΔO. uerum etiam utraeque simul sumptae ad primas eandem rationem habebunt; quare erit [Eucl. V, 7 coroll.; V, 18]

$$OA : A\Delta = 2\,AB + 4\,\Gamma B + 6\,B\Delta + 3\,BE$$
$$: 2\,(AB + EB) + 4\,(\Gamma B + B\Delta).$$

erat autem etiam [ex hypothesi]

$$A\Delta : H\Theta = 5\,(AB + BE) + 10\,(\Gamma B + B\Delta)$$
$$: 2\,AB + 4\,\Gamma B + 3\,EB + 6\,B\Delta;$$

et proportionibus inaequaliter ordinatis siue in perturbata ratione ex aequo erit [Eucl. V, 23]

$$OA : H\Theta = 5\,(AB + BE) + 10\,(\Gamma B + B\Delta)$$
$$: 2\,(AB + BE) + 4\,(\Gamma B + B\Delta).$$

---

rellius, $\Delta(\Theta)$ C, $\Delta\Theta$ AB. δὲ] AB, om. C. **11** OA] *Basil.*, ΘA AB, EA C. **12** καὶ — **13** ΓB] *Basil.*, om. ABC. **23** ἁ OA] *Basil.*, ἁ AO G, ἁ A A, $\bar{q}$ seq. lac. B, ὁ A C. **24** πενταπλασία] B, $\bar{\varepsilon}$ C, $\overline{\Delta\varepsilon}$ A. **25** τᾶν] scripsi, utriusque B, τας AC. συγκειμέναν] AB, κειμέναν C.

(𝕭) in eadem proportione sunt. quoniam enim est, ut quae *ab* ad *bg*, ita quae *gb* ad *bd* et quae *bd* ad *be*, erit et reliqua quae *ag* ad reliquam quae *gd* in eadem proportione, et adhuc quae *gd* ad *de*; erit ergo et, ut quae *ad* ad *de*, ita simul ambae quae *ab bg* ad *ba* [scr. *bd*] et adhuc simul ambae quae *gb bd* ad *be*. ergo et, ut quae *ad* ad *de*, ita dupla utriusque *ab bg* ad duplam ipsius *db* et adhuc simul ambae quae *gbd* ad *be*; et omnia ad omnia; ergo et, ut quae *ad* ad *de*, ita dupla ipsius *ab* et tripla ipsius *gb* et quae *db* ad duplam ipsius *bd* et ipsam *be*. dupla autem ipsius *ab* et tripla ipsius *bg* et quae *bd* ad duplam ipsius *bd* et ipsam *be* minorem proportionem habet quam dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *gb* et quadrupla ipsius *db* et dupla ipsius *be* ad duplam ipsius *bd* et ipsam *be*; et quae *ad* ergo ad *de* minorem proportionem habet quam dupla ipsius *ab* et

μένα ἔκ τε τᾶς πενταπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο· καὶ ἁ ΑΟ ἄρα ποτὶ ΗΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. πάλιν, ἐπεὶ ἁ ΟΔ ποτὶ ΔΑ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΒ μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς ΒΔ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ, ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ ΑΔ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΒ καὶ τριπλασίας τᾶς ΓΒ καὶ τᾶς ΒΔ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε ΕΒ καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ΒΔ, ἀνομοίως οὖν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν τεταραγμένας ἐούσας τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσου, ὡς ἁ ΟΔ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ διπλασία τᾶς ΑΒ μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς ΒΓ καὶ ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶν ΓΒ, ΒΔ· ὥστε καί, ὡς ἁ ΟΕ ποτὶ ΕΔ ἐστιν, οὕτως ἁ ΓΒ μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς ΒΔ καὶ διπλασίας τᾶς ΕΒ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ ΔΕ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἅ τε ΑΓ ποτὶ ΓΒ, ἐπεὶ καὶ κατὰ σύνθεσιν, καὶ ἁ τριπλασία τᾶς ΓΔ ποτὶ τὰν τριπλασίαν τᾶς ΔΒ καὶ ἁ διπλασία τᾶς ΔΕ

7 *ΟΔ*] *Basil.*, (*Θ*)*Δ* C, *ΘΔ* AB. *ποτὶ*] des. C. 8 *μετὰ*] in -*τὰ* inc. C. *τᾷ συγκειμένᾳ*] CG, *ταν συγκειμεναν* AB. 11 *ΑΔ*] *Basil.*, *ΔΒ* ABC. 14 *ΒΔ*] *Basil.*, *ΗΒΔ* ABC. *τεταγμένων*] G, dispositis B, *τετμημενων* AC. *τουτέστιν*] A, *τουτέστι* C. 15 *τεταραγμένας*] BCG, *τεταραγμενος* A. 16 *ΟΔ*] *Basil.*, (*Ο*)*Δ* C, *ΘΔ* AB. *διπλασία*] B, $\bar{\beta}$ A, $\overline{\alpha\beta}$ C. 17 *ΒΓ*] AC, *gb* B. 19 *τᾶν*] scripsi, om. B, *τας* AC. *ὡς*] AC, om. B. *ΟΕ*] C, *ΘΕ* AB. 20 *οὕτως*] C, *ως* AB.

est autem

$$5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta)$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta) = 5 : 2;$$

quare etiam $AO : H\Theta = 5 : 2$. rursus, quoniam est $O\Delta : \Delta A = EB + 2B\Delta : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$ [Eucl. V, 7 coroll.], et etiam

$$A\Delta : \Delta E = 2AB + 3\Gamma B + B\Delta : EB + 2B\Delta,$$

inaequaliter ordinatis rationibus siue proportione perturbata ex aequo erit [Eucl. V, 23]

$$O\Delta : \Delta E = 2AB + 3B\Gamma + B\Delta$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta);$$

quare etiam

$$OE : E\Delta = \Gamma B + 3B\Delta + 2EB$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$$

[Eucl. V, 7 coroll.; V, 19 coroll.; V, 7 coroll.]. sed etiam $\Delta E : EB = A\Gamma : \Gamma B$ (quoniam etiam componendo ⟨sc. $AB : B\Gamma = \Delta B : EB$⟩)[1]) $= 3\Gamma\Delta : 3\Delta B = 2\Delta E : 2EB$; quare etiam

1) Hinc enim διελόντι [Eucl. V, 17] $A\Gamma : B\Gamma = \Delta E : EB$. cfr. Quaest. Arch. p. 147.

(13) quadrupla ipsius *bg* et quadrupla ipsius *bd* et dupla ipsius *be* ad duplam ipsius *db* et ipsam *be*. si ergo faciamus, ut dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *gb* et quadrupla ipsius *db* et dupla ipsius *be* ad duplam ipsius *db* et ipsam *be*, ita ipsam *ad* ad aliam aliquam, erit ad minorem quam *de*. sit ad lineam *dk*. erit ergo componenti et conuertenti, ut quae *ka* ad *ad*, ita dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *bg* et sexcupla ipsius *db* et tripla ipsius *be* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *bg* et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*. ut autem quae *ad* ad *ht*, ita erat quincupla ipsius *ba* et decupla ipsius *bg* et decupla ipsius *bd* et quincupla ipsius *be* ad duplam ipsius *ba* et quadruplam ipsius *bg* et sexcupla⟨m⟩ ipsius *db* et tripla⟨m⟩ ipsius *be*. dissimiliter igitur proportionibus acceptis propter turbatam analogiam per aequale, ut *ak* ad *th*, ita quincupla ipsius *ab* et decupla ipsius *bg* et decupla ipsius *bd* et quincupla ipsius *be* ad

ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΕΒ· ὥστε καὶ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς ΑΓ καὶ τριπλασίας τᾶς ΓΔ καὶ διπλασίας τᾶς ΔΕ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ΓΒ καὶ τριπλασίας τᾶς ΔΒ καὶ διπλασίας τᾶς ΕΒ. ἀνομοίως οὖν πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΕΟ ποτὶ ΕΒ, ὃν ἁ ΑΓ μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς ΓΔ καὶ διπλασίας τᾶς ΔΕ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ· ὅλα οὖν ἁ ΟΒ ποτὶ ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε τριπλασίᾳ τᾶς ΑΒ μετὰ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ΒΔ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. καὶ ἐπεὶ αἵ τε ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντὶ καὶ συναμφότερος ἑκάστα τᾶν ΕΒ, ΒΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΒ, ΒΑ, ἐσσεῖται καί, ὡς ἁ ΕΔ ποτὶ ΔΑ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ ποτὶ συναμφότερον τὰν ΔΒ, ΒΓ μετὰ τᾶς συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΑ. καὶ συνθέντι ἄρα

4 ΔΒ] ΑΒ, ΒΔ C. 6 ΕΟ] C, ΕΘ AB. 7 τριπλασίας τᾶς] *Basil.*, om. AB(C). 8 τὰν] addidi, om. AB(C). 10 ΟΒ] C, ΕΒ AB.

(𝕭) duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *bg* et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*. ista autem proportio est eadem illi, quam habent quinque ad duo, quoniam et quincupla ipsius *ab* ad duplam ipsius *ab* proportionem habet, quam quinque ad duo. et *ak* ergo ad *th* proportionem habet, quam habent quinque ad duo. rursum quoniam est, ut quae *kd* ad *da*, ita dupla ipsius *db* et ipsa *be* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *bg* et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*. ut autem quae *ad* ad *de*, ita est quae dupla ipsius *ab* et tripla ipsius *gb* et ipsa *bd* ad duplam ipsius *bd* et ipsam *be*. dissimiliter igitur proportionibus acceptis erit per aequale, ut quae *kd* ad *de*, ita dupla ipsius *ab* et

$A\Gamma + 3\,\Gamma\varDelta + 2\,\varDelta E : \Gamma B + 3\varDelta B + 2\,EB \langle = \varDelta E : EB \rangle$.[1]) rursus igitur rationibus inaequaliter ordinatis siue in proportione perturbata ex aequo erit

$$EO : EB = A\Gamma + 3\,\Gamma\varDelta + 2\,\varDelta E$$
$$: 2\,(AB + BE) + 4\,(\Gamma B + B\varDelta)$$

[Eucl. V, 23]; itaque [Eucl. V, 18]

$$OB : BE = 3\,AB + 6\,\Gamma B + 3\,B\varDelta\;^{2)}$$
$$: 2\,(AB + BE) + 4\,(\Gamma B + B\varDelta).$$

et quoniam rectae $E\varDelta$, $\varDelta\Gamma$, ΓA et

$$EB + B\varDelta,\ \varDelta B + B\Gamma,\ \Gamma B + BA$$

in eadem ratione sunt,[3]) erit etiam

$$E\varDelta : \varDelta A = EB + B\varDelta : \varDelta B + B\Gamma + \Gamma B + BA.\;^{4)}$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18] erit

---

1) Nam $A\Gamma : \Gamma B = 2\,\varDelta E : 2\,EB = \Gamma\varDelta : \varDelta B$ (p. 193 not. 3) $= 3\,\Gamma\varDelta : 3\,\varDelta B$; unde ex Eucl. V, 12

$$A\Gamma + 2\,\varDelta E + 3\,\Gamma\varDelta : \Gamma B + 2\,EB + 3\,\varDelta B = 2\,\varDelta E : 2\,EB.$$

2) Nam $A\Gamma + 3\Gamma\varDelta + 2\varDelta E + 2AB + 2BE + 4\Gamma B + 4B\varDelta$
$= 2AB + (A\Gamma + \Gamma B) + 3(\Gamma\varDelta + B\varDelta) + 2(\varDelta E + BE) + 3\Gamma B + B\varDelta$
$= 3AB + 3\Gamma B + 2B\varDelta + 3\Gamma B + B\varDelta$.

3) H. e. $E\varDelta : \varDelta\Gamma = \varDelta\Gamma : \Gamma A = EB + B\varDelta : \varDelta B + B\Gamma$
$= \varDelta B + B\Gamma : \Gamma B + BA$;
quod facile ex p. 193 not. 3 et Eucl. V, 12 concluditur.

4) Est enim
$$E\varDelta : \varDelta\Gamma : \Gamma A = EB + B\varDelta : \varDelta B + B\Gamma : \Gamma B + BA;$$
quare
$$E\varDelta : \varDelta\Gamma + \Gamma A = EB + B\varDelta : (\varDelta B + B\Gamma) + (\Gamma B + BA).$$

(**B**) **tripla ipsius *bg* et ipsa *bd* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *bc* [scr. *bg*] et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*. et conuertenti ergo a minori, ut *ek* ad *ed*, ita ipsa *bg* et tripla ipsius *bg* [scr. *bd*] et dupla ipsius *eb* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *gb* et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*. sed et ut *de* ad *eb*, ita quae *ag* ad *gb* et tripla ipsius *gd* ad triplam ipsius *gd* [scr. *bd*] et dupla ipsius *de* ad duplam ipsius *eb*; et omnia ad omnia; et *ag* ergo et tripla ipsius *gd* et dupla ipsius *de* ad ipsam *gb* et triplam ipsius *db* et duplam ipsius *be* est, ut**

ἐστίν, ὡς ἁ ΑΕ ποτὶ ΑΔ, οὕτως συναμφότερος ἁ ΕΒ, ΒΔ μετὰ συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΓ καὶ συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ, ὅ ἐστι συναμφότερος ἁ ΕΒΑ μετὰ τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΔΒΓ ποτὶ συναμφότερον τὰν ΒΔ, ΒΑ μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς ΒΓ· ὥστε καὶ ἁ διπλασία ποτὶ τὰν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, τουτέστιν ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΕΒΑ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς ΓΒ· ὥστε καί, ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ἀλλ' ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἐστὶν ἁ ΕΒ ποτὶ ΖΗ· καὶ ὡς ἄρα ἁ ΕΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἁ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΔΒΓ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμενας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς ἁ ΟΒ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἁ τριπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ μετὰ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ. καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ ΟΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε

1 ἐστίν] AC, om. B. ὡς] BC, om. A. ἁ ΑΕ] scripsi, ΑΕ AB, ἁ Ε C. 2 ΑΒ] AB, ΔΒ (C). 5 ΒΑ] C, ΔΑ AB. 8 μετὰ — 10 ΑΒΔ] BC, bis A. 10 ΓΒ] C, ΓΕ AB. 17 οὕτως — 18 τετραπλασίας] AB, καὶ ὡς ἄρα ἁ / Β (ante Β ras. 1 litt.) C. 22 ΟΒ] C, ΑΒ AB. 26 ἐστίν] AC, om. B. ΟΒ] *Basil.*, ΕΒ AB(C).

$$AE : A\varDelta = EB + B\varDelta + AB + B\Gamma + \Gamma B + B\varDelta$$
$$: B\varDelta + BA + 2\,B\Gamma = EB + BA + 2\,(\varDelta B + B\Gamma)$$
$$: B\varDelta + BA + 2\,B\Gamma = 2\,(EB + BA) + 4\,(\varDelta B + B\Gamma)$$
$$: 2\,(B\varDelta + BA) + 4\,B\Gamma;$$

itaque etiam

$$AE : \tfrac{3}{5}\,A\varDelta = 2\,(EB + BA) + 4\,(\varDelta B + B\Gamma)$$
$$: \tfrac{3}{5}\,(2\,(B\varDelta + BA) + 4\,B\Gamma).$$

sed

$$AE : \tfrac{3}{5}\,A\varDelta = EB : ZH;$$ [1])

quare etiam

$$EB : ZH = 2\,(AB + BE) + 4\,(\varDelta B + B\Gamma)$$
$$: \tfrac{3}{5}\,(2\,(AB + B\varDelta) + 4\,\Gamma B).$$

sed demonstratum est, esse

$$OB : EB = 3\,(AB + B\varDelta) + 6\,\Gamma B$$
$$: 2\,(AB + BE) + 4\,(\Gamma B + B\varDelta);$$

itaque etiam ex aequo [Eucl. V, 22] erit

---

1) Quia ex hypothesi est $EB : AE = ZH : \tfrac{3}{5}\,A\varDelta$; tum u. Eucl. V, 16.

---

(18) quae *de* ad *eb*. dissimiliter igitur proportionibus acceptis erit per aequale, ut quae *ke* ad *eb*, ita quae *ag* et tripla ipsius *gd* et dupla ipsius *ed* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *bg* et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*, et componenti est, ut quae *kb* ad *be*, ita dupla [scr. tripla] **ipsius *ab* et sexcupla ipsius *gb* et tripla ipsius *db* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *gd*** [scr. *gb*] **et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*. rursum quoniam est, ut *ad* ad *de*, ita simul utraque quae *ab bg*** ⟨ad⟩ ***db* et simul utraque quae *gb bd* ad *be* et omnia ad omnia, erit, ut quae *ad* ad *de*, ita quae *ab* et dupla ipsius *bg* et *db* et** [scr. ad] **simul utriusque** [scr. utramque] **ipsarum *db be*; ergo et, ut quae *ad* ad *de*, ita dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *bg* et dupla ipsius *db* ad duplam simul utriusque *db be*. et componenti et conuertenti ergo est, ut quae *ea* ad *ad*, ita dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *bg* et quadrupla ipsius *bd* et dupla ipsius *be* ad duplam *ab* et quadruplam ipsius *bg* et triplam** [scr. duplam] **ipsius *bd*.**

τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ἀλλὰ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ δύο, ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο· ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ ΑΟ ποτὶ ΗΘ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε ποτὶ δύο· καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΒΑ ποτὶ ὅλαν τὰν ΖΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμόριά ἐντι ἁ ΖΘ τᾶς ΑΒ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστίν, ἃ διάμετρός ἐστι τοῦ τόμου, τόνδε τὸν τρόπον

2 *τρία*] A, $\bar{\gamma}$ C. 4 *ἀλλὰ*] A, *ἀλλ'* C. 5 *ἑξαπλασίας*] C, *εκ του* A; ex ipsa B, mg. v' ex tripla ipsius *gb*. 10 *ΑΟ*] G, *Α* AC, *a* seq. lac. B. 11 *ΒΑ*] *Basil.*, *ΒΘ* AC, *ΒΔ* BG. 12 *δύο* (alt.)] AB, om. C. 13 *ΑΒ*] CG, *ΔΒ* AB. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] B, $\overline{οι}$ AC. 14 *ι'*] A(C), om. 𝔅. 17 *ἐστίν*] A, *ἐστί* C. *ἃ*] 𝔅CG, om. A. *τὸν*] addidi, om. AC.

(𝔅) **ergo et, ut quae *ea* ad tres quintas ipsius *ad*, ita dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *bg* et quadrupla ipsius *bd* et dupla ipsius *be* ad** [huc inde a **duplam *ab*** uerba praecedentia repetuntur] **tres quintas duplae ipsius *ab* et quadruplae ipsius *bg* et duplae ipsius *bd*. ut autem quae *ea* ⟨ad⟩ tres quintae** [scr. quintas] **ipsius *ad*, ita est quae *eb* ad *zh*, quoniam et permutatim supponebatur. quoniam igitur ostensum est, ut quidem quae *kb* ad *be*, ita tripla ipsius *ab* et sexcupla ipsius *bg* et tripla ipsius *bd* ad duplam ipsius *ab* et quadruplam ipsius *gb* et quadruplam ipsius *bd* et duplam ipsius *be*, ut autem quae *eb* ad *zh*, ita dupla ipsius *ab* et quadrupla ipsius *bg* et quadrupla ipsius *bd* et**

$OB:ZH = 3(AB+B\varDelta) + 6\varGamma B : \frac{3}{5}(2(AB+B\varDelta) + 4\varGamma B)$.
sed

$$3(AB+B\varDelta) + 6\varGamma B : 2(AB+B\varDelta) + 4\varGamma B = 3:2,$$ [1]

et

$$3(AB+B\varDelta) + 6\varGamma B : \tfrac{3}{5}(2(AB+B\varDelta) + 4\varGamma B) = 5:2;$$

et demonstratum est, esse etiam $AO : H\Theta = 5:2$ [p. 196, 5 sq.]; quare etiam $BA : Z\Theta = 5:2$ [Eucl. V, 12]. ergo

$$Z\Theta = \tfrac{2}{5} AB;$$

quod erat demonstrandum.

X.

Cuiusuis frusti [2] a sectione coni rectanguli ablati centrum grauitatis in ea recta, quae diametrus est frusti, [3] ita posi-

---

1) Eucl. VI, 16; nam

$$2 \times (3(AB+B\varDelta) + 6\varGamma B) = 6(AB+B\varDelta) + 12\varGamma B = 3 \times (2(AB+B\varDelta) + 4\varGamma B).$$

quare

$$3(AB+B\varDelta) + 6\varGamma B : \tfrac{3}{5}(2(AB+B\varDelta) + 4\varGamma B) = 3:2 \times \tfrac{5}{3} = 5:2.$$

2) Intellegitur pars parabolae duabus rectis parallelis abscisa, quasi trapezium quoddam, cuius duo latera parallela, duo uero partes parabolae sunt; cfr. I, 15.

3) H. e. recta, quae puncta media laterum parallelorum coniungit; u. Eutocius.

(B) dupla ipsius *be* ad tres quintas duplae ipsius *ab* et quadruplae ipsius *bg* et duplae ipsius *bd*, similiter igitur proportionibus acceptis erit per aequale, ut quae *kb* ad *zh*, ita tripla ipsius *ab* et sexcupla ipsius *bg* et tripla ipsius *bd* ad tres quintas duplae ipsius *ab* et quadruplae ipsius *bg* et duplae ipsius *bd*. tripla autem ipsius *ab* et sexcupla ipsius *bg* et tripla ipsius *bd* ad tres quintas duplae ipsius *ab* et quadruplae ipsius *bg* et duplae ipsius *bd* proportionem habent, quam habent quinque ad duo; manifestum enim hoc; et quae *kb* ergo ad *zh* proportionem habet, quam quinque ad duo. ostensum est autem et quae *ak* ad *ht* [ante *ht* del. *a*] proportionem habere, quam quinque ad duo; et quae *ab* ergo ad *zt* proportionem habet, quam quinque ad duo; quare quae *zt* est duae quintae ipsius *ab*.

κείμενον· διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βασίων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βασίων καὶ τᾷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βασίων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέρᾳ τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

ἔστωσαν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ δύο εὐθεῖαι αἱ *ΑΓ*, *ΔΕ*, διάμετρος δὲ ἔστω τοῦ *ΑΒΓ* τμάματος ἁ *ΒΖ*· φανερὸν δή, ὅτι καὶ τοῦ *ΑΔΕΓ* τόμου διάμετρός ἐστιν ἁ *ΗΖ* [καὶ αἱ μὲν *ΑΓ*, *ΔΕ* παραλλήλοι ἐντὶ τᾷ κατὰ τὸ *Β* ἐφαπτομένᾳ τᾶς τομᾶς]· καὶ τᾶς *ΗΖ* εὐθείας διαιρεθείσας εἰς πέντε ἴσα μέσον ἔστω πεμπταμόριον ἁ *ΘΚ*, ἁ δὲ *ΘΙ* ποτὶ τὰν *ΙΚ* τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΖ* τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς *ΔΗ* καὶ τᾷ *ΑΖ*, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΔΗ* τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ διπλασίᾳ τᾶς *ΑΖ* καὶ τᾷ *ΔΗ*. δεικτέον, ὅτι τοῦ *ΑΔΕΓ* τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ *Ι* σαμεῖον.

---

5 *ἀπὸ*] AC, a medietate 𝔅, *ἀπὸ ἡμίσους Basil.* **7** *τᾷ* (alt.)] C, *τῷ* EG, *τὸ* D. **9** *ἀπὸ*] A𝔅C, *ἀπὸ ἡμίσους Basil.* **10** *ἀμφοτέρᾳ*] G, *αμφοτερας* AC, *αμφοτεραις Torellius* (𝔅). **12** *ἐν*] 𝔅, om. A(C). **14** *δή*] C, *Eutocius*; *δε* A𝔅. *ΑΔΕΓ* — **15** *ΗΖ*] 𝔅, *Eutocius*; om. A(C). **15** *ΗΖ*] 𝔅, Ζ*Η Eutocius*. *καὶ αἱ μὲν*] *Basil.*, et quae quidem 𝔅, om. A(C); fort. *ἐπεὶ αἱ*. **16** *τᾷ*] A(C), om. 𝔅. *ἐφαπτομένᾳ*] A(C), attingentes 𝔅. **17**

tum est: recta in quinque partes aequales diuisa in media quinta parte ita positum, ut pars eius minori basi propior ad reliquam partem eandem rationem habeat, quam magnitudo solida basim habens quadratum maioris basis frusti, altitudinem autem rectam aequalem simul duplici basi minori et maiori basi, ad magnitudinem solidam basim habentem quadratum basis minoris frusti, altitudinem autem rectam aequalem simul duplici basi maiori et minori earum.

in sectione coni rectanguli duae rectae ⟨parallelae⟩[1]) sint $A\Gamma$, ΔE, et segmenti $AB\Gamma$ diametrus sit BZ; adparet igitur, etiam frusti $A\Delta E\Gamma$ diametrum esse HZ;[2]) et recta HZ in quinque partes aequales diuisa media pars quinta sit ΘK, sit autem

$$\Theta I : IK = AZ^2 \times (2\,\Delta H + AZ) : \Delta H^2 \times (2\,AZ + \Delta H).^{3})$$

demonstrandum, frusti $A\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis esse punctum I.

---

1) Post εὐθεῖαι lin. 12 Archimedes uix omiserat παράλληλοι. praeterea ex Eutocio concludi posse uidetur, eum hoc quoque addidisse, esse $\Delta H = HE$ et $AZ = Z\Gamma$.

2) Quoniam (not. 1) $\Delta H = HE$ et $AZ = Z\Gamma$, u. Quadr. parab. 1, b. ceterum uerba καὶ αἱ lin. 15 ad τᾶς τομᾶς lin. 16 uix genuina sunt, nec ea habuisse uidetur Eutocius.

3) In ipsa propositione lin. 5 sqq. hanc proportionem significat:

$$A\Gamma^2 \times (2\,\Delta E + A\Gamma) : \Delta E^2 \times (2\,A\Gamma + \Delta E);$$

sed cum $A\Gamma = 2\,AZ$, $\Delta E = 2\,\Delta H$, erit

$$A\Gamma^2 \times (2\,\Delta E + A\Gamma) : \Delta E^2 \times (2\,A\Gamma + \Delta E)$$
$$= 4\,AZ^2 \times (4\,\Delta H + 2\,AZ) : 4\,\Delta H^2 \times (4\,AZ + 2\,\Delta H)$$
$$= AZ^2 \times (2\,\Delta H + AZ) : \Delta H^2 \times (2\,AZ + \Delta H).$$

HZ] 𝕭, EZ A(C). 20 AZ] 𝕭G², ΛZ A(C). τετράγωνον] 𝕭GH, τετραγωνων A(C). 21 ΔH] 𝕭G², ZH AC. 24 $A\Delta E\Gamma$] C, $A\Delta\Gamma$ A, *agde* 𝕭.

ἔστω δὴ τᾷ μὲν ZB ἴσα ἁ MN, τᾷ δὲ HB ἴσα ἁ NO, καὶ λελάφθω τᾶν μὲν MNO μέσα ἀνάλογον ἁ NΞ, τετάρτα δὲ ἀνάλογον ἁ TN, καὶ ὡς ἁ TM ποτὶ TN, οὕτως ἁ ZΘ ποτί τινα ἀπὸ τοῦ I, ὅπου ἂν ἔρχηται τὸ ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Z, H εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν H, B· τὰν IP. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ διάμετρός ἐστι τοῦ τμάματος ἁ ZB, ἁ BZ ἤτοι ἀρχικά ἐστι τᾶς τομᾶς ἢ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται, αἱ δὲ AZ, ΔH εἰς αὐτὰν τεταγμένως ἐντὶ καταγμέναι, ἐπειδὴ παραλλήλοι ἐντὶ τᾷ ἐπὶ τοῦ B τᾶς τομᾶς ἐφαπτομένᾳ. εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν, ὡς ἁ AZ ποτὶ ΔH δυνάμει, οὕτως ἁ ZB ποτὶ BH μάκει, τουτέστιν ἁ MN ποτὶ NO. ὡς δὲ ἁ MN ποτὶ NO μάκει, οὕτως ἁ MN ποτὶ NΞ δυνάμει· καὶ ὡς ἄρα ἁ AZ ποτὶ ΔH δυνάμει, οὕτως ἁ MN ποτὶ NΞ δυνάμει· ὥστε καὶ μάκει ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ AZ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ MN κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ NΞ κύβον. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ AZ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, οὕτως τὸ ABΓ τμᾶμα ποτὶ τὸ ΔBE τμᾶμα, ὡς δὲ ὁ

---

1 ZB] 𝔅C, ZE A. 2 NO] *Basil.*, *ον* 𝔅, NΘ A(C). MNO] 𝔅, MNΘ AC. NΞ] C, MΞ A𝔅. 4 ἂν] *Basil.*, *εαν* A𝔅. 5 ἕτερον] 𝔅C, *στερεον* A. καὶ] AC, om. 𝔅. 6 Z — τῶν] A𝔅, om. C. 7 κώνου] A𝔅, κωνίου C. 8 ἁ ZB, ἁ BZ] A𝔅, $\overline{\alpha\zeta}$ $\overline{\beta\eta}$ $\overline{\beta\zeta}$ C. ἀρχικά] ἀρχική CGH, e corr. E, *αρχηκη* A, mg. 𝔅. ἐστι] A, ἐστιν C. 10 ἐντὶ] *εισι* A, εἰσὶν C. καταγμέναι] A𝔅, κατηγμένη C. 11 ἐντὶ] *εισιν* A, εἰσὶ C, om. 𝔅. ἐπὶ] scripsi, *απο* A𝔅C. ἐφαπτομένᾳ] GH, ἐφαπτομένη C, *εφαπτομεναι* A𝔅. 13 MN] A𝔅, MΔ (C). ποτὶ NO — 14 MN] 𝔅C, om. A. 13 NO] 𝔅, NΘ C. δὲ] 𝔅, om. (C). 16 λόγῳ] AC, proportione sunt 𝔅. 19 ἀλλ' — p. 208, 1 κύβον] A𝔅, bis C. 19 κύβον] A𝔅, alt. loc. C, om. pr. loc. C. 20 τὸ (pr.)] A, alt. loc. C, om. pr. loc. C. ABΓ] 𝔅, pr. loc. C, BAΓ A, AB ΓA alt. loc. C.

sit igitur $MN = ZB$, $NO = HB$, et fiat

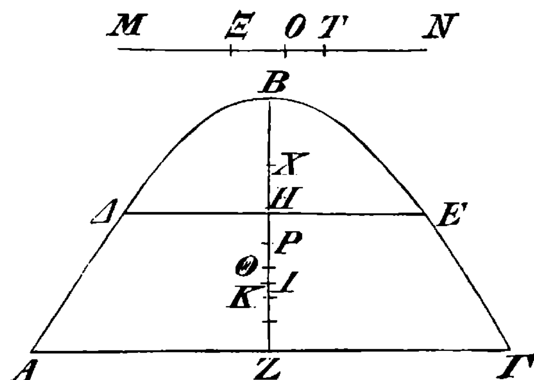
$$MN : N\Xi = N\Xi : NO,$$

$$MN : NO = N\Xi : TN, \quad TM : TN = Z\Theta : IP$$

sumpta a puncto I recta aliqua IP, quocunque alterum punctum cadit; nam nihil interest, utrum inter Z, H an inter H, B cadat. et quoniam in sectione coni rectanguli diametrus segmenti est ZB, aut axis est sectionis aut diametro parallela,[1]) et rectae AZ, ΔH ordinate[2]) ad eam ductae sunt, quoniam rectae in B sectionem contingenti parallelae sunt. quod si ita est, erit

$$AZ^2 : \Delta H^2 = ZB : BH,^{3})$$

h. e. $MN : NO$. uerum $MN : NO = MN^2 : N\Xi^2$;[4]) itaque



$AZ^2 : \Delta H^2 = MN^2 : N\Xi^2$; quare etiam $AZ : \Delta H = MN : N\Xi$. itaque etiam $AZ^3 : \Delta H^3 = MN^3 : N\Xi^3$. sed

$$AZ^3 : \Delta H^3 = AB\Gamma : \Delta BE \text{ [u. Eutocius]},$$

1) U. ZMP. XXV p. 51 nr. 14. ἀρχικά est axis siue, ut apud Archimedem uocatur, διάμετρος τᾶς τομᾶς; idem per διάμετρον lin. 9 significatur.

2) Cfr. Apollon. Con. I def. 4.

3) Quadr. parab. 3; Apollon. Con. I, 20. ZMP. XXV p. 50 nr. 12.

4) Eucl. V def. 9; nam

$$MN : N\Xi = N\Xi : NO.$$

ἀπὸ MN κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ NΞ κύβον, οὕτως ἁ MN ποτὶ NT· ὥστε καὶ διελόντι ἐστίν, ὡς ὁ AΔEΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔBE τμᾶμα, οὕτως ἁ MT ποτὶ NT, τουτέστι τὰ γ̄ ε′ τᾶς HZ ποτὶ IP. καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔH καὶ τᾶς AZ, ποτὶ τὸν ἀπὸ AZ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἁ διπλασία τᾶς ΔH μετὰ τᾶς AZ ποτὶ ZA, ὥστε καί, ὃν ἁ διπλασία τᾶς NΞ μετὰ τᾶς NM ποτὶ NM, ἔστι δὲ καί, ὡς ὁ ἀπὸ AZ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, οὕτως ἁ MN ποτὶ NT, ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ μετὰ τᾶς ΔH, οὕτως ἁ ΔH ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ καὶ τᾶς ΔH, ὥστε καὶ ἁ TN ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ON καὶ τᾶς TN, γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθεα, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔH καὶ τᾶς AZ, καὶ ὁ ἀπὸ AZ κύβος καὶ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος καὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ καὶ τᾶς ΔH, τέτταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σύνδυο λαμβανομένοις, τᾷ τε συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς NΞ καὶ τᾶς NM καὶ ἑτέρῳ μεγέθει τᾷ MN καὶ

---

1 *NΞ κύβον*] A𝔅, pr. loc. C, *ΔH κύβος* alt. loc. C. **2** *AΔEΓ*] C, *AΔΓE* A𝔅. *τόμος*] C, *τομευς* A. **3** *ποτὶ* (pr.)] des. C. *ΔBE*] *Basil.*, *ΔB* A𝔅. *τουτέστι*] inc. C. **4** *γ̄ ε′*] *γ̄ε* AC; lac. 𝔅, mg. *τα Γ*, in alio *τα Γ̄Θ̄*. *IP*] *Torellius*, *NT* A𝔅, *TN* C. *ἐπεὶ*] A𝔅, *ἐπὶ* C. **5** *ἀπὸ*] AC, *ἀπὸ τῆς* *Eutocius*. **8** *ZA*] AC, *az* 𝔅. *ὃν*] *Torellius*, om. A𝔅C. **10** *ΔH*] 𝔅C, *ΔN* A. **11** *δὲ ὁ*] A𝔅, *τε* C. **13** *ἔκ*] A𝔅, post 1 litt. euan. (C),

et $MN^3 : N\Xi^3 = MN : NT$;[1]) quare etiam dirimendo [Eucl. V, 17]

$$A\Delta E\Gamma : \Delta BE = MT : NT = \tfrac{3}{5}\, HZ : IP.^{2)}$$

et quoniam

$$AZ^2 \times (2\,\Delta H + AZ) : AZ^3 = 2\,\Delta H + AZ : AZ$$
$$= 2\,N\Xi + NM : NM,^{3)}$$

et $$AZ^3 : \Delta H^3 = MN : NT \text{ [p. 206, 16—20]},$$

et $$\Delta H^3 : \Delta H^2 \times (2\,AZ + \Delta H) = \Delta H : 2\,AZ + \Delta H$$
$$= TN : 2\,ON + TN,^{4)}$$

quattuor[5]) magnitudines sunt, magnitudo solida basim habens AZ^2, altitudinem autem $2\,\Delta H + AZ$, AZ^3, ΔH^3, magnitudo solida basim habens ΔH^2, altitudinem autem $2\,AZ + \Delta H$, cum quattuor magnitudinibus proportionales binis simul sumptis, $2\,N\Xi + NM$, MN, NT, $2\,NO + NT$;[6]) itaque ex aequo [Eucl. V, 22] erit

---

1) Nam $MN : NO = MN^2 : N\Xi^2 = N\Xi : TN$
et $MN : N\Xi = MN : N\Xi$;
tum multiplicando.

2) Nam $MT : NT = Z\Theta : IP$ (ex hypothesi) et $Z\Theta = \frac{3}{5}\, HZ$.

3) Nam $AZ : \Delta H = MN : N\Xi$; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

4) Nam $AZ : \Delta H = MN : N\Xi = NO : TN$ (ex hypothesi, Eucl. V, 16); tum u. Quaest. Arch. p. 48.

5) Hinc paraphrasim dedit Eutocius Archimedis uerbis sua admiscens; quare ab eo iam nihil ad Archimedis uerba emendanda petendum est.

6) H. e.

$$AZ^2 \times (2\,\Delta H + AZ) : AZ^3 : \Delta H^3 : \Delta H^2 \times (2\,AZ + \Delta H)$$
$$= 2\,N\Xi + NM : MN : NT : 2\,NO + NT.$$

εὐθεῖαν ἔκ Eutocius. *διπλασίας τᾶς*] 𝔅, $\bar{\beta}$ *τῆς* C (ut saepe), *της* A, om. EG. *μετὰ*] A𝔅C, *καὶ Eutocius.* **15** *διπλασίας τᾶς*] $\bar{\beta}$ *τῆς* C, *τας* A, om. 𝔅EG. **16** *διπλασίας τᾶς*] AC; om. 𝔅, mg. in alio ex dupla linee *on.* **19** *διπλασίας*] C, *διπλας* A. **20** *καὶ* (pr.)—*AZ*] 𝔅, om. AC. **22** *διπλασίας*] 𝔅C, *διπλασιας και* A. **23** *τέτταρσι*] A, *τέταρσι* C. **25** *ἑτέρῳ μεγέθει*] 𝔅, *ἑτέρου μεγέθεος* C, *του ετερου μεγεθεος* A. *τᾷ*] C, *της* A.

ἄλλῳ ἑξῆς τᾷ ΝΤ καὶ τελευταῖον τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΟ καὶ τᾶς ΝΤ· δι' ἴσου ἄρα γενήσεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔΗ καὶ τᾶς ΑΖ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ καὶ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ΜΝ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΟ καὶ τᾶς ΝΤ. ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεόν, οὕτως ἁ ΘΙ ποτὶ ΙΚ· καὶ ὡς ἄρα ἁ ΘΙ ποτὶ ΙΚ, οὕτως ἁ συγκειμένα ποτὶ τὰν συγκειμέναν. ὥστε καὶ συνθέντι καὶ τῶν ἀγουμένων τὰ πενταπλάσια· ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΙΚ, οὕτως ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΝΞ, ΝΟ ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΟΝ καὶ τὰν ΝΤ. καὶ ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΖΚ ἐοῦσαν αὐτᾶς δύο πέμπτα, οὕτως ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ· ἐσσεῖται οὖν, ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΖΙ, οὕτως ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΜΝ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΟΝ καὶ τριπλασίας τᾶς ΝΤ. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογον αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ, καί ἐστιν, ὡς μὲν ἁ ΝΤ ποτὶ ΤΜ, οὕτως λελαμμένα τις ἁ ΡΙ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΖΗ, τουτέστι τᾶς ΜΟ, ὡς δὲ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΜ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΝΟ καὶ τρι-

$$AZ^2 \times (2\,\varDelta H + AZ) : \varDelta H^2 \times (2\,AZ + \varDelta H)$$
$$= 2\,N\Xi + MN : 2\,NO + NT.$$

sed

$$AZ^2 \times (2\,\varDelta H + AZ) : \varDelta H^2 \times (2\,AZ + \varDelta H) = \Theta I : IK;$$

quare etiam $2\,N\Xi + MN : 2\,NO + NT = \Theta I : IK$. itaque etiam componendo [Eucl. V, 18] et antecedentibus quinquies sumptis

$$ZH : IK = 5(MN + NT) + 10(N\Xi + NO) : 2\,ON + NT.$$[1]

et $$ZH : ZK = 5\,(MN + NT) + 10\,(N\Xi + NO)$$
$$: 2\,(MN + NT) + 4\,(N\Xi + NO),$$

quia $ZK = \frac{2}{5}\,ZH$;[2] quare etiam [Eucl. V, 7 coroll.; V, 24]

$$ZH : ZI = 5\,(MN + NT) + 10\,(\Xi N + NO)$$
$$: 2\,MN + 4\,N\Xi + 6\,ON + 3\,NT.$$

iam quoniam quattuor rectae in continua proportione sunt, MN, $N\Xi$, ON, NT [ex hypothesi], et

$$NT : TM = PI : \tfrac{3}{5}\,ZH = PI : \tfrac{3}{5}\,MO,$$[3]

et $$2\,NM + 4\,N\Xi + 6\,NO + 3\,NT : 5(MN + NT)$$
$$+ 10\,(\Xi N + NO) = IZ : ZH = IZ : MO,$$

---

1) Nam $ZH = 5\,\Theta K$.

2) Et
$$5\,(MN + NT) + 10\,(N\Xi + NO) : 2\,(MN + NT) + 4\,(N\Xi + NO)$$
$$= 5 : 2 \text{ (Eucl. VI, 16).}$$

3) Nam $MO = MN \div NO = ZB \div HB = ZH$.

---

1 ἄλλῳ] (𝔅) scripsi, αλλο AC. τᾷ] η AC. NT] 𝔅, $N\Gamma$ AC. τᾷ συγκειμένᾳ] *Torellius*, η συγκειμενη AC. 2 διπλασίας] 𝔅, β′H DG, $\overline{BH}$ CEH. 4 τετράγωνον] A𝔅, τετράγωνος C. 7 τᾶς AZ — 8 διπλασίας] C, om. A𝔅; ad ἔκ τε lin. 7 — ποτὶ lin. 9 adscr. va-cat 𝔅, mg. vacat ſ aliud exemplar. 12 καὶ — IK] A𝔅, om. C. 14 πενταπλάσια] $\bar{\varepsilon}$ AC, sequentia 𝔅. 15 πενταπλασία] 𝔅, $\bar{\varepsilon}$ C, om. A. 17 τὰν] *Basil.*, om. A𝔅C. ἁ] om. 𝔅. 20 ΞNO] *Torellius*, $N\Xi O$ A𝔅C. 21 ΞNO] C, $N\Xi O$ A𝔅. 22 ἁ (pr.)] ἡ C, om. A𝔅. 24 ΞNO] 𝔅C, ΞNC A. 25 τᾶς (alt.)] της AC, om. 𝔅. 27 αἱ] AC; εἰσιν αἱ *Eutocius*, 𝔅. MN, $N\Xi$, ON, NT] scripsi, $MN\Xi\,ONT$ A𝔅C. 31 NO] 𝔅, $N\Theta$ AC.

πλασίας τᾶς ΝΤ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς πενταπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΜΝΤ καὶ δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΞΝΟ, οὕτως ἑτέρα τις λελαμμένα ἁ ΙΖ ποτὶ τὰν ΖΗ, τουτέστιν ποτὶ τὰν ΜΟ, ἐσσεῖται διὰ τὰ πρότερον ἁ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς ΜΝ, τουτέστι τᾶς ΖΒ· ὥστε κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σαμεῖον. ἔστω δὴ καὶ τοῦ ΔΒΕ τμάματος κέντρον βάρεος τὸ Χ σαμεῖον. τοῦ ἄρα ΑΔΕΓ τόμου ἐσσεῖται τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ἐπ' εὐθείας τᾷ ΧΡ τὸν αὐτὸν ποτὶ αὐτὰν λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τόμος ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα. ἔστιν δὲ τὸ Ι σαμεῖον. ἐπεὶ γὰρ τᾶς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΡ, τᾶς δὲ ΗΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΧ, καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς ΗΖ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΧΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν, ὡς μὲν ὁ ΑΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΤΝ, ὡς δὲ ἁ ΜΤ ποτὶ τὰν ΤΝ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΗΖ, ἅτις ἐστὶν ἁ ΧΡ, ποτὶ ΡΙ, ἐσσεῖται ἄρα καί, ὡς ὁ ΑΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΧΡ ποτὶ ΡΙ. καί ἐστι τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρεος τὸ Χ· φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

erit propter praecedentia [prop. 9]

$$PZ = \frac{2}{5} MN = \frac{2}{5} ZB;$$

quare punctum P centrum grauitatis est segmenti $AB\Gamma$ [prop. 8]. sit autem segmenti ΔBE centrum grauitatis punctum X. itaque frusti $A\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis in recta XP producta positum erit abscisa recta ad XP eandem rationem habenti, quam habet frustum ad reliquum segmentum [I, 8]. eiusmodi autem est punctum I. nam quoniam $BP = \frac{3}{5} ZB$ et $BX = \frac{3}{5} HB$, erit etiam $XP = \frac{3}{5} HZ$ [Eucl. I κοιν. ἔνν. 3]. iam quoniam est

$$A\Delta E\Gamma : \Delta BE = MT : TN \text{ [p. 208, 2]},$$

et $MT : TN = \frac{3}{5} HZ : PI = XP : PI$, erit etiam

$$A\Delta E\Gamma : \Delta BE = XP : PI.$$

et totius segmenti centrum grauitatis est P, segmenti autem ΔBE centrum grauitatis punctum X; ergo adparet, frusti $A\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis esse punctum I.[1])

1) I, 6—7 (Eutocius). poterat etiam ex I, 8 concludi; u. p. 183 not. 2.

3 *συναμφοτέρον*] in *συναμ-* des. C. *λελαμμένα*] inc. C. 4 *τουτέστιν*] A, *τουτέστι* C. 8 *ἄρα*] *Torellius*, om. A𝔅C. 10 *τᾷ*] scripsi, *της* A𝔅C. 11 *τόμος*] scripsi, *τομευς* A𝔅C. *ἔστιν*] A, *ἔστι* C. *τὸ* (alt.)] corr. ex *τω* in scrib. C. 15 *τόμος*] scripsi, *τομευς* A𝔅C. 16 TN (pr.)] C, NT A𝔅. 17 HZ] 𝔅C, NZ A. 18 *τόμος*] scripsi, *τομευς* A𝔅C. 19 PI — 20 *κέντρον* (pr.)] 𝔅, om. AC. 21 $A\Delta E\Gamma$] 𝔅, $ABE\Gamma$ AC. 22 *τόμου*] scripsi, *τομεως* A𝔅C. *τὸ I σαμεῖον*] AC, est signum *i* 𝔅. In fine: *Ἀρχιμήδους ἰσορροπικῶν* G, explicit liber Archimedis de centris grauium uel de planis aequerepentibus 𝔅.

ARENARIUS.

Ψαμμίτης.

1 I. Οἴονταί τινες, βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάν τε οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. ἐντί τινες δέ, οἳ αὐτὸν ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν ἀριθμόν, ὅστις ὑπερ-
2 βάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες δῆλον ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγκείμενον τὸ μέγεθος, ἁλίκος ὁ τᾶς γᾶς ὄγκος ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελάγεων πάντων καὶ τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς εἰς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων, πολλαπλασίως μὴ γνώσονται μηδένα κα
3 ῥηθῆμεν ἀριθμὸν ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. ἐγὼ δὲ πειρασοῦμαί τοι δεικνύειν δι' ἀποδειξίων γεωμετρικᾶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐκδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις ὑπερβάλλοντί τινες οὐ μόνον τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμες, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ

In hoc opusculo deficiunt B C; B f. 57v mg. inf.: ultra hec grece reperitur ψαμμίτης et Eutocii commentarius in circuli mensurationem.

1 Ἀρχιμηδους ψαμμιτης A. 3 ἀριθμὸν] D², om. A. 4 τοῦ] *Basil.*, τον A. 6 ἐντί] *Riualtus*, εν A. οἵ] *Riualtus*,

Arenarius.

I. Sunt, qui existiment, rex Gelo, numerum arenae infi- 1
nitum esse magnitudine;[1] dico autem, non solum eius, quae
circa Syracusas et reliquam Siciliam est, sed etiam quae in
qualibet regione siue culta siue inculta. alii autem infinitum
eum esse non arbitrantur, nullum uero numerum tantum de-
nominatum esse, ut multitudinem eius superet. quod qui pu- 2
tent, adparet, si globum ex arena collectum esse tantae magni-
tudinis fingant, quantus globus terrae sit expletis et mari-
bus omnibus et cauis terrae locis ad altitudinem aequantem
montes altissimos, multo minus eos intellecturos esse, nomi-
nari posse numerum multitudinem eius superantem. ego 3
uero tibi demonstrare conabor demonstrationibus geome-
tricis, quas cogitatione adsequi poteris, numerorum a nobis
denominatorum et in libro, quem ad Zeuxippum misimus,
propositorum quosdam superare non modo numerum arenae
magnitudinem habentis aequalem terrae ita expletae, uti
diximus, sed etiam numerum arenae magnitudinem habentis

---

1) Hoc tritum prouerbium erat Graecis (Pindarus Ol. II, 98).

---

om. A. 7 *μὲν εἴμεν*] *Torellius*, *ηενιμεν* A. *ὑπολαμβάνοντι*] EG, *υπολαμβανωντι* A. 8 *ἀριθμόν*] addidi, om. A. 11 *τὸ μέγεθος*] scripsi, *τα μεν* A, *τὰ μὲν ἄλλα* *Gertz.* *ἁλίκος*] *Wallis*, *αλικαν* A. *τᾶς*] *Wallis*, *πας* A. *γᾶς*] *Wallis*, *γαρ* A. 12 *ἐν*] A, *δὲ ἐν* *Gertz.* 13 *εἰς*] addidi, om. A. *ὑψηλοτάτοις*] GH, *υψηλωτατοις* A. 14 *ὀρέων*] EG, *ωρεων* A. *μὴ γνώσονται*] scripsi, *μηγουσιν τε* A. *μηδένα κα ῥηθῆμεν ἀριθμὸν*] scripsi, *μηδενα καρη εμμεναι* A. 16 *τοι*] *Hultsch*, *Gertz*; *του* A. 17 *κατωνομασμένων*] EG, *κατονομασμενων* A. 18 *ἐκδεδομένων*] *Wallis*, *ενδεδομενον* A, *ἐνδεδομένων* EG.

4 μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. κατέχεις δέ, διότι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλείστων ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἇς ἐστι κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τᾷ εὐθείᾳ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς· ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων δείξεσι διάκουσας. Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθεσίων τινῶν ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρη-
5 μένου. ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρων καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γᾶν περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος, τὰν δὲ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν τῷ μεγέθει ταλικαύταν εἶμεν, ὥστε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει
6 τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. τοῦτο γ' εὔδηλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό. ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομες ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾇ ἐστιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν· τὰς γὰρ ἀποδείξιας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένῳ ἐναρμόζει, καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσον ὑποτίθεσθαι
7 τῷ ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. φαμὲς δή, καὶ εἰ γέ-

mundo aequalem. nouisti autem, mundum a plerisque astro- 4
logis uocari sphaeram, cuius centrum sit centrum terrae, radius autem aequalis rectae inter centra solis et terrae positae; haec enim in demonstrationibus, quae ab astrologis scribuntur, cognouisti. Aristarchus uero Samius hypothesium quarundam descriptiones edidit, in quibus ex iis, quae supponuntur, adparet, mundum multiplicem esse, quam supra
dimixus. supponit enim, stellas fixas solemque immobiles 5
manere, terram uero circum solem in medio cursu positum secundum circuli ambitum circumuolui, sphaeram autem stellarum fixarum circum idem centrum positam, circum quod sol moueatur, tantam esse, ut circulus, secundum quem terram circumuolui supponit, eam rationem habeat ad distantiam stellarum fixarum, quam habeat centrum sphaerae ad
superficiem. hoc quidem fieri non posse manifestum est. nam 6
quoniam centrum sphaerae nullam magnitudinem habet [Eucl. I def. 1], ne rationem quidem ullam ad superficiem sphaerae habere putandum est. sed credendum est, Aristarchum hoc sentire: quoniam supponimus, terram quasi centrum mundi esse, sphaeram, in qua est circulus, secundum quem terram circumuolui supponit, ad sphaeram stellarum fixarum eam habere rationem, quam habeat terra ad mundum, qui uulgo uocatur;[1]) nam demonstrationes phaenomenorum ad suppositionem eiusmodi adcommodat, et ma-

1) Uera sententia Aristarchi haec fuisse uidetur, distantiam stellarum tantam esse, ut circulus, in quo terra moueatur, cum ea comparatus puncti locum obtineat; cfr. Aristarchus De distant. 2; Ptolemaeus *Συντ.* I, 6 p. 20. u. Quaest. Arch. p. 202; Nizze p. 210—11.

1 *μέγεθος*] G, *μεγεθους* A. 4 *ἐκ*] *Wallis*, om. A. *ἴσα*] *Wallis*, lac. A. *τᾷ εὐθείᾳ*] *Riualtus*, *αι ευθε·αι* A. 6 *διίξεσι διακουσας*] scripsi, *διακρουσας* A. 7 *δὲ*] addidi, om A. 8 *γραφάς*] *Bergk* et ego, *γραψας* A. 15 *ὥστε*] *Basil.*, *εστω* A. *ὃν*] *Basil.*, *αν* A. 19 *γ'*] *δ' Basil.* *τὸ*] G, *τα* A. 21 *αὐτό*] G, *αυτον* A. 23 *ὥσπερ εἶμεν*] scripsi, *ως πευι μεν* A. 26 *ὃν*] *Basil.*, *ου* A. 28 *γὰρ*] *Torellius*, om. A. *ὑποκειμένῳ*] *Gertz*, *υποκειμενον* A, *ὑποκειμένων* G. 30 *ὑποτίθεσθαι*] *Riualtus*, *υποτιθεται* A.

νοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσειν τῶν ἐν ἀρχᾷ ἀριθμῶν τῶν κατονομαξίαν ἐχόντων ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένᾳ σφαίρᾳ, ὑποκειμέ-
8 *νων τῶνδε· πρῶτον μὲν τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν ὡς τ̄ μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω, καίπερ τινῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καὶ τὺ παρακολουθεῖς, ἐοῦσαν αὐτὰν ὡς λ̄ μυριάδων σταδίων. ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος καὶ θεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένου τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν ὡς τ̄ μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω· μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν προτέρων*
9 *ἀστρολόγων· μετὰ δὲ ταῦτα τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα, καίπερ τῶν προτέρων ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν ὡς ἐννεαπλασίονα ἀποφαινομένου, Φειδία δὲ τοῦ ἁμοῦ πατρὸς ὡς δὴ δωδεκαπλασίαν, Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ προκείμενον ἀν-*

---

3 *δειχθήσειν*] *Ahrens*, *δειχθειό* A. 4 *ἀρχᾷ ἀριθμῶν*] scripsi praeeunte *Hultschio* (*Pauly-Wissowa* II p. 511), *αρχαις* A. *κατονομαξίαν*] scripsi praeeunte *Wallisio*, *κατονομαξιων* A. 6 *μέγεθος*] G, *μεγεθους* A. 8 *μυριάδων*] GH, *μοιριαδων* A. *μὴ*] *Wallis*, om. A. *μείζω*] *Wallis*, *μειζων* A. *καίπερ*] *Wallis*, *και περι* A. *τινῶν*] scripsi, *των* A. 9 *τὺ*] *Riualtus*, *τοι* A.

xime magnitudinem sphaerae, in qua terram moueri fingit,
aequalem mundo, qui uulgo uocatur, supponere uidetur.
dicimus igitur, etiamsi ex arena tanta sphaera colligatur, 7
quantam Aristarchus sphaeram stellarum fixarum esse sup-
ponat, sic quoque demonstrari posse, quosdam numerorum
denominatorum, quos supra significauimus [p. 216, 17 sqq.],
magnitudine numerum arenae superare magnitudinem ha-
bentis tali sphaerae aequalem, his suppositis:

1. primum perimetrum terrae 3000000 stadia longam 8
esse nec maiorem. quamquam quidam,[1]) ut tu quoque nouisti,
demonstrare conati sunt, eam 300000 stadia longam esse.
ego uero hunc numerum excedens et magnitudinem terrae
magnitudini a prioribus propositae decies fere sumptae aequa-
lem esse supponens perimetrum eius 3000000 fere stadia
longam esse suppono nec maiorem;

2. deinde diametrum terrae maiorem esse diametro lunae et diametrum solis maiorem diametro terrae, rursus eadem sumens, quae plerique astrologorum priorum;

3. deinde diametrum solis aequalem esse diametro lunae 9
tricies sumptae nec maiorem. quamquam ex astrologis prio-
ribus Eudoxus eam diametro lunae nouies sumptae aequalem
esse declarat, Phidias autem pater noster duodecies sumptae,
Aristarchus uero demonstrare conatus est, diametrum solis
maiorem esse diametro lunae duodeuicies sumpta, minorem
autem eadem uicies sumpta [De distant. prop. 9]; ego uero
eum quoque excedens, ut propositum pro certo sit demon-

1) Significatur sine dubio Dicaearchus; cfr. Berger, Gesch. d. wissensch. Erdkunde d. Griechen III p. 44.

---

10 *μυριάδων*] GH, *μοιριαδων* A. **11** *καὶ θεὶς*] scripsi, *καθεις* A. *δεκαπλάσιον*] *Wallis*, *δεκαπλασιων* A. **12** *δεδοξασμένον*] *Basil.*, *δεδοξασμενων* A. **13** *μυριάδων*] $\overset{υ}{μ}$ A. **14** *μείζω*] E, *μειζων* A. **15** *εἶμεν*] G, *εκειμεν* A. **20** *καίπερ*] *Wallis*, *και πιρι* A. **21** *ἐννεαπλασίονα*] *Wallis*, *εννεαπλασιον* A. **22** *ἁμοῦ*] *Blass* Kieler astron. Nachr. 1883 nr. 2488 col. 255 (NJ. CXXVII p. 382) et ego NJS. XIII p. 557; cfr. *Förster* NJ. CXXXIII p. 678. *δὴ*] A, del. *Wallis*. **23** *τοῦ*] addidi, om. A. **26** *προκείμενον*] *Gertz*, *υποκειμενον* A. *ἀναμφιλόγως*] scripsi, *ἀναμφιλογον* A.

αμφιλόγως ἢ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακοντα-
10 *πλασίαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα· ποτὶ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. τοῦτο δὲ ὑποτίθεμαι Ἀριστάρχου μὲν εὑρηκότος τοῦ κύκλου τῶν ζῳδίων τὸν ἅλιον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν, αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυ-*
11 *φὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τὸ μὲν οὖν ἀκριβὲς λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν μήτε τὰς χεῖρας μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν δεῖ λαβεῖν, ἀξιόπιστα εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι· περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ εὔκαιρον μακύνειν ἄλλως τε καὶ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων· ἀποχρὴ δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου γωνίαν λαβεῖν, ἅτις ἐστὶ μὴ μείζων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, ἅτις ἐστὶν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει.*
12 *τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πόδα ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλων ὁ ἅλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος καὶ τεθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθοῦ εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἁλίου, ἔπειτ' ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὁρίζοντι καὶ δυναμένου ἀντιβλέπεσθαι ἐπεστράφη ὁ κανὼν εἰς τὸν ἅλιον, καὶ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ. ἀποχωριζόμενος οὖν [τοῦ κυλίνδρου] ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρξατο παρα-*

stratum, suppono, diametrum solis aequalem esse lunae diametro tricies fere sumptae nec maiorem;

4. praeterea autem diametrum solis maiorem esse latere 10
figurae mille laterum in circulo maximo mundi inscriptae. hoc uero suppono, cum Aristarchus inuenerit, solem partem septingentesimam uicesimam fere circuli zodiaci esse adparere, ipse autem hoc modo scrutatus per instrumenta eum angulum deprehendere conatus sum, in quem sol aptatur
uerticem in oculo habentem. qua in re ipsum quidem uerum 11
deprehendere difficile est, quia neque uisus neque manus neque instrumenta, quibus utendum est, satis certa sunt ad uerum inueniendum; uerum de his rebus hoc tempore nihil adtinet pluribus disputare, praesertim cum talia saepius illustrata sint; ad demonstrationem autem propositi satis est mihi angulum deprehendere non maiorem angulo, in quem sol aptatur uerticem in oculo habentem, et rursus alium angulum deprehendere non minorem angulo, in quem sol
aptatur uerticem in oculo habentem. longa igitur regula in 12
pede perpendiculari posita, qui in eiusmodi loco collocatus erat, unde sol oriens conspici posset, et cylindro paruo tornato et in regula posito perpendiculari statim post ortum solis, cum sol prope horizontem esset, et oculi ex aduerso eum intueri possent, regula aduersus solem conuersa et oculus in extrema regula positus est; cylindrus autem in medio solis oculique positus soli officiebat. cylindrus igitur,

---

2 τοῦ — διαμέτρου] *Wallis*, om. A. 3 μείζονα] G, μειζον D, μείζων H, μείζω E. 7 εὑρηκότος] scripsi, ειρηκοτος A τὸν] G, των A. 10 εἰς ἂν] *Wallis*, ως αν A. 11 ἔχουσαν] EGH, εχουσα D. οὖν ἀκριβὲς] scripsi, ομοιον ακριβει A. 13 δεῖ λαβεῖν] scripsi, διαλαβειν A. ἀξιόπιστα] scripsi monente *Hultschio*, αξιοπιστας A. 17 μὴ] *Wallis*, om. A. 18 εἰς] ἐς G, αις A. ἐναρμόζει] G, εναρμοζη A. 19 τᾷ] *Wallis*, om. A. 20 εἰς] ἐς G, ας A. 21 ἐναρμόζει] G, εναρμοζη A. τᾳ] H, τι,α A, τῇ G. 22 πόδα] *Gertz*, πεδον A. 23 ἀνατέλλων] D, ανατελλειν A. 26 ἐόντος] *Wallis*, ιοντος A. δυναμένου] *Wallis*, δυναμενον του A, δυναμένου αὐτοῦ G, δυναμένου ἔτι *Hultsch*. 28 ἁ ὄψις] *Riualtus*, αψις A. 30 ἀποχωριζόμενος οὖν] scripsi, αποχωριζομενος A, ἀποχωριζομένου G. 31 τοῦ κυλίνδρου] deleo. ᾧ] scripsi, α A.

φαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικρὸν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου,
13 κατεστάθη ὁ κύλινδρος. εἰ μὲν οὖν συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέπειν, εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάσσων κα ἦς τᾶς γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ παραβλέπεσθαί τι τοῦ ἁλίου ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου· ἐπεὶ δ' αἱ ὄψιες οὐκ ἀφ' ἑνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος, ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ὄψιος, καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυουσᾶν τοῦ τε μεγέθεος καὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἦς τᾶς γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν
14 κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος τόνδε τὸν τρόπον εὑρίσκεται· δύο κυλίνδρια λαμβάνεται λεπτὰ ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκόν, τὸ δε οὔ, καὶ προτίθενται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὐ λευκὸν ὡς ἔστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ θιγγάνειν τοῦ προσώπου. εἰ μὲν οὖν κα τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότερα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται ὑπὸ τᾶς ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν, εἰ μέν κα παρὰ πολὺ λεπτότερα ἔωντι, πᾶν, εἰ δέ κα μὴ παρὰ πολύ, μέρεά τινα τοῦ λευκοῦ ὁρῶνται ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος, λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων ἐπιταδείων πως τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ καὶ οὐ πλείονι τόπῳ· τὸ

1 μικρὸν] *Wallis*, μικρου A. 2 οὖν] scripsi, ομοιως A. 4 ἐπιψαυουσᾶν] *Riualtus*, επιψαυουσα A. 6 ἦς] scripsi, εις A.

qui ab oculo sensim remouebatur, ubi paululum solis in utra-
que parte cylindri adparere coepit, inhibitus est. iam, si 13
oculus re uera ab uno puncto prospectaret, rectis ab extrema
regula, quo loco oculus positus erat, cylindrum contingenti-
bus ductis angulus rectis ita ductis comprehensus minor esset
angulo, in quem sol aptatur uerticem in oculo habentem,
quia ex utraque parte cylindri pars solis conspiciebatur;
sed quoniam oculi ab uno puncto non prospectant, sed a
magnitudine quadám, magnitudinem quandam rotundam oculo
non minorem sumpsi, et magnitudine in extrema regula po-
sita, quo loco oculus positus erat, rectis et magnitudinem et
cylindrum contingentibus ductis angulus rectis ita ductis
comprehensus minor erat angulo, in quem sol aptatur uer-
ticem in oculo habentem. magnitudo autem oculo non minor 14
hoc modo inuenitur. sumuntur duo cylindri tenues eadem
crassitudine, alter albus, alter uero non, et ante oculum po-
nuntur, ita ut albus ab eo aliquantum absit, qui autem albus
non est, oculo quam proximus sit, ita ut etiam contingat
faciem. si igitur cylindri, quos sumpsimus, oculo tenuiores
sunt, cylindrus propior ab oculo comprehenditur, et albus ab
eo conspicitur, si multo tenuiores sunt, totus, si minus, partes
quaedam albi ex utraque parte cylindri oculo propioris con-
spiciuntur, aptis autem crassitudine sumptis cylindris illis
alter alteri officit nec maiori spatio; eiusmodi igitur magni-

---

εἰς] *ἐς* G, *αις* A. **7** *ἐναρμόζει*] GH, *εναρμοζη* A. *τὰν*] GH, *τα* D, *τᾶς* E. *ἔχουσαν*] *Basil.*, *εχουσας* A. **8** *παραβλέπεσθαί*] *Gertz*, *περιβλεπεσθαι* A. **9** *ἀφ' ἑνὸς σαμείου*] *Wallis*, *αφανη σημειον* A. **11** *ὄψιος*] *Wallis*, *οψις* A, *ἢ ὄψις* G. **12** *ἀχθεισᾶν εὐθεῖαν ἐπιψαυουσᾶν*] *Wallis*, *αχθεισα ευθεια επιψαυουσα* A. **15** *εἰς*] *ἐς* G, *αις* A. *ἐναρμόζει*] G, *εναρμοζη* A. **16** *ἔχουσαν*] *Nizzius*, *εχουσας* A. **18** *τὸ*] GH, *τα* A. **19** *πρὸ*] *πρὸ πρὸς* G, *ποτὶ* EH, *προς* comp. D. *ὄψιος*] *Wallis*, *οψιας* A. **20** *ὡς*] G, *ος* A, *ὅσον* E. **21** *ὄψιος*] *Wallis*, *οψιας* A. **22** *κα*] addidi, om. A. *λεπτότερα*] *Wallis*, *λεπτοτατα* A. **23** *ὄψιος*] *Wallis*, *οψιας* A. **25** *μέν*] *Wallis*, *κο* A. *λεπτότερα*] *Wallis*, *λεπτοτεραν* A. *ἔωντι*] *Wallis*, *εοντι* A. **27** *τοῦ*] G, *τας* A. **28** *κυλινδρίων*] *Wallis*, *κυλινδρων* A. *ἐπιταδείων*] *Wallis*, *επειτα δι' ων* A

δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων μάλιστά πως ἐστιν
15 οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. ἁ δὲ γωνία ἁ οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη· ἀποσταθέντος ἐπὶ τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος οὕτως, ὡς ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ, καὶ ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν οὐκ ἐλάττων γίνεται τᾶς γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν
16 ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. ταῖς δὴ γωνίαις ταῖς οὕτως λαφθείσαις καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας ἐγένετο ἁ ἐν στίγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\rho\xi\delta}$ ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων, ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\sigma}$ μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ἁ γωνία, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\rho\xi\delta}$ τούτων ἓν μέρος, μείζων δὲ
17 ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς $\overline{\sigma}$ τούτων ἓν μέρος. πεπιστευμένων δὲ τούτων δείκνυται ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου, τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβληθὲν ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν $AB\Gamma$ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔEZ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ

2 κυλινδρίων] *Wallis*, κυλινδρων A. 3 ἁ (alt.)] addidi, om. A. 4 εἰς] ἐς G, αις A. 5 ἐπὶ] *Wallis*, απο A. 7 ἐπισκοτεῖν] *Basil.*, επικροτειν A. 11 εἰς] ἐς G, αις A. ἐναρ-

tudo, qualis est crassitudo cylindrorum sic se habentium,
haud dubie oculo minor non est. angulus uero non minor 15
angulo, in quem sol aptatur uerticem in oculo habentem,
hoc modo sumptus est. cylindro in regula ita ab oculo re-
moto, ut soli toti officiat, et rectis ab extrema regula, quo
loco oculus positus erat, cylindrum contingentibus ductis
angulus rectis ita ductis comprehensus non minor est angulo,
in quem sol aptatur uerticem in oculo habentem. itaque 16
cum angulis ita deprehensis angulum rectum metirer, an-
gulus ad punctum positus[1]) minor inuentus est una parte
recto angulo in partes 164 diuiso, minor uero angulus maior
una parte recto angulo in partes 200 diuiso; adparet igitur,
etiam angulum, in quem sol aptatur uerticem in oculo ha-
bentem, minorem esse una parte angulo recto in partes 164
diuiso, maiorem uero una parte recto angulo in partes 200
diuiso. his autem confirmatis demonstrabimus, diametrum 17
solis maiorem esse latere figurae mille laterum in circulo
maximo mundi inscriptae. fingatur enim planum per centra
solis terraeque et per oculum positum, quo tempore sol paullo
supra horizontem est, et planum ita positum mundum secun-
dum circulum *ABΓ* secet, terram autem secundum circulum

---

1) Significatur angulus, cuius uertex est punctum illud in extrema regula positum (lin. 8), cum uertex anguli minoris (lin. 15) extra regulam cadat propter cylindros illos in eo inueniendo usurpatos. dubitari tamen potest, an corruptum sit uocabulum inauditum *στίγῳ* lin. 14; cfr. Quaest. Arch. p. 204.

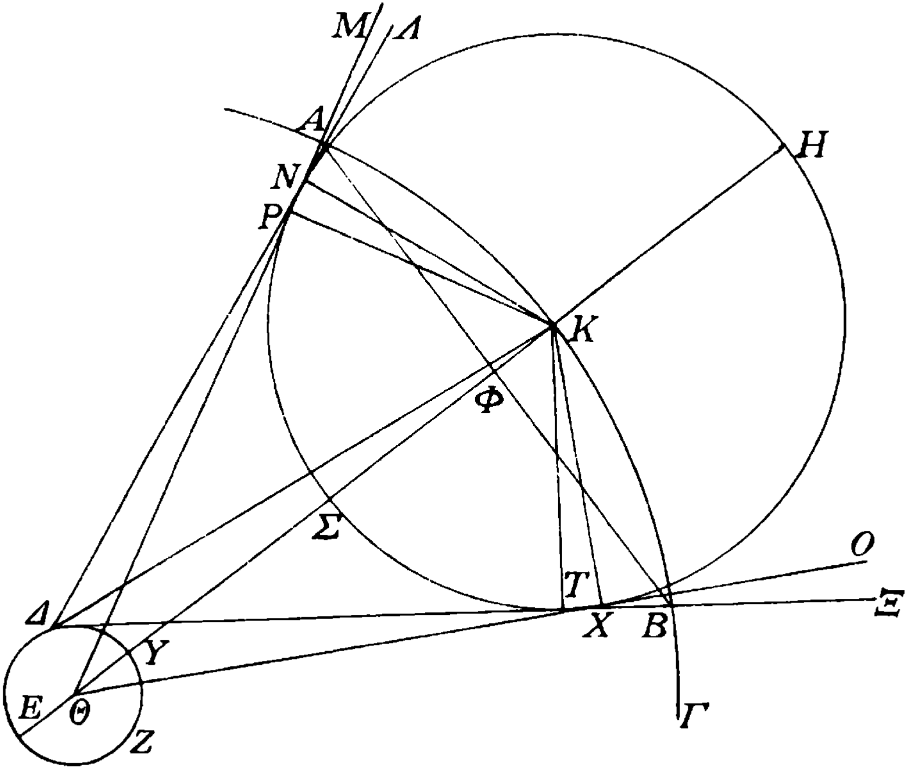
μόζει] G, *εναρμοζη* A. **14** *ἐν στίγῳ*] *μὲν μείζων* *Wallis*. **15** Post *τούτων* rep. *ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθεῖσα τῶν ὀρθῶν εἰς σ̄ μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἁ γωνία ἇς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμόζῃ τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει ἐλάττων μέν ἐστιν ἢ διαιρεθείσας ἐς ρξδ̄ τούτων* A; corr. *Basil.* *διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς*] *Basil.*, *διαιρεθεισα των ορθων* A. **17** *εἰς ἂν*] *ἐς ἂν* G (in repetit.), *α ισαν* A. *ἐναρμόζει*] G, *εναρμοζη* A. **21** *δείκνυται*] *Wallis*, *δι' ων και* A. **22** *χιλιαγώνου*] G, *χιλιαγωνιου* A. **23** *τῶν*] *Wallis*, *τας* A. **25** *τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου*] addidi, om. A. **25** *γᾶς*] *γᾶς καὶ τοῦ ἁλίου* G. **27** *ἐκβληθὲν*] *Wallis*, *εκβεβληθεν* A.

τὸν ΣΗ κύκλον, κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δὲ ἁλίου τὸ Κ, ὄψις δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣΗ κύκλου ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΛ, ΔΞ, ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ, ἀπὸ δὲ τοῦ Θ αἱ ΘΜ, ΘΟ, ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Χ καὶ τὸ Ρ, τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘΜ,
18 *ΘΟ κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β· ἔστι δὴ μείζων ἁ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς* $\overline{\varrho\xi\delta}$ *τούτων ἓν μέρος· ἴσα γάρ ἐστιν τᾷ γωνίᾳ, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς* $\overline{\varrho\xi\delta}$ *τούτων ἓν μέρος, ἁ δὲ ΑΒ εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρε-*
19 *θείσας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς* $\overline{\chi\nu\varsigma}$. *ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ*

3 Δ] G, om. A. 6 Χ καὶ τὸ Ρ] A, Ρ καὶ τὸ Χ *Torellius.* ΘΜ] *Basil.*, ΘΗ A. 7 ΘΚ] *Basil.*, ΟΚ A. 10 ΘΜ] *Basil.*, ΘΝ A. 13 ἴσα γάρ] *Wallis*, ισον γωνιαι A. 14 εἰς] ἐς G, αις A. 19 ΑΒΓ] *Basil.*, ΑΒΝ A. Fig. om. A lac. relicta.

1) Itaque ∠ ΘΔΚ obtusus est (si enim sol in horizonte esset, rectus esset, quia horizon inuenitur recta in puncto Δ ad ΔΘ perpendiculari erecta).

$\varDelta EZ$, solem autem secundum circulum $\varSigma H$, et terrae centrum sit Θ, solis autem K, oculus autem sit $\varDelta$, et ducantur rectae circulum $\varSigma H$ contingentes, a puncto $\varDelta$ rectae $\varDelta\varLambda$, $\varDelta\varXi$, quae in punctis N, T contingant, a Θ autem puncto ΘM, ΘO, quae in punctis X, P contingant, et rectae ΘM, ΘO circulum $AB\varGamma$ in punctis A, B secent. erit igitur $\Theta K > \varDelta K$, quia 18



suppositum est, solem super horizontem esse;[1]) quare angulus rectis $\varDelta\varLambda$, $\varDelta\varXi$ comprehensus maior est angulo rectis ΘM, ΘO comprehenso [Eucl. Opt. 24]. sed angulus rectis $\varDelta\varLambda$, $\varDelta\varXi$ comprehensus maior est quam pars ducentesima anguli recti, minor autem una parte angulo recto in partes 164 diuiso; nam aequalis est angulo, in quem sol aptatur uerticem in oculo habentem; quare angulus rectis ΘM, ΘO comprehensus minor est una parte recto angulo in partes 164 diuiso, et recta AB minor est recta sub una parte sub-

τὰ μδ ποτὶ τὰ ζ διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν ἢ τὰ μδ ποτὶ τὰ ζ· ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον ὑφ' ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, ταύτας δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἁ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγωνίου· ἐλάττω οὖν λόγον ἔχει ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΘΚ ἢ τὰ ια ποτὶ τὰ ͵αρμη· ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΒΑ τᾶς ΘΚ ἢ ἑκα-
20 τοστὸν μέρος. τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου, διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ ΦΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΚΡ· ἰσᾶν γὰρ ἐουσᾶν τᾶν ΘΚ, ΘΑ ἀπὸ τῶν περάτων καθέτοι ἐπιζεύγνυνται ὑπὸ τὰν αὐτὰν γωνίαν· δῆλον οὖν, ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. καὶ ἁ ΕΘΥ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου, ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλου· ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφότεραι αἱ ΘΥ, ΚΣ ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ· ὥστε ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ΥΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ϙθ. καὶ ἐπεὶ ἁ μὲν ΘΚ οὐκ ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ΘΡ, ἁ δὲ ΣΥ ἐλάττων τᾶς ΔΤ, ἐλάττω ἄρα κα λόγον ἔχοι ἁ ΘΡ
21 ποτὶ τὰν ΔΤ ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ϙθ. ἐπεὶ δὲ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ ὀρθογωνίων ἐόντων αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι ἐντί, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἄνισοι καὶ μείζων ἁ ΘΡ, ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΤ, ΔΚ ποτὶ τὰν

3 ἔχειν] G, εχει A. 6 ταύτας] scripsi, τας A. ἐλάττων — 7 πολυγωνίου] addidi, om. A. 8 οὖν] *Riualtus*, lac. A. ἁ] G, ἢ ἁ A. 11 ΣΗ] *Basil.*, ΕΗ A. 12 ΘΑ] scripsi, τα ΘΑ A. 13 ἐπιζεύγνυνται] scripsi, επιζευγνυμεναι A. ὑπὸ] scripsi, επι A. 14 ΣΗ] G², ΑΒΓ A. 16 διάμετρος] G², γωνια A. ΣΗ] G², ΑΒΗ A. 17 ΣΗ] G, ΕΗ A. 19 τᾶς]

tendenti, ambitu circuli $AB\Gamma$ in partes 656 diuiso. sed perimetrus polygoni illius ad radium circuli $AB\Gamma$ minorem rationem habet quam 44 : 7, quia perimetrus cuiusuis polygoni in circulo inscripti ad radium minorem rationem habet quam 44 : 7; nouisti enim a nobis demonstratum esse, cuiusuis circuli ambitum maiorem esse quam triplo maiorem diametro spatio minore, quam est septima pars ⟨diametri⟩ [Dim. circ. 3], eo autem minor est perimetrus polygoni inscripti [De sph. et cyl. I p. 10, 1 sqq.]; quare $BA : \Theta K < 11 : 1148$; itaque $BA < \frac{1}{100}\Theta K$. sed rectae BA aequalis est diametrus circuli ΣH, quia $\frac{1}{2} BA$ siue 19 20

$$\Phi A = KP;$$

nam ab terminis rectarum aequalium ΘK, ΘA perpendiculares ducuntur sub eodem angulo subtendentes;[1]) adparet igitur, diametrum circuli ΣH minorem esse quam $\frac{1}{100}\Theta K$. et diametrus $E\Theta\Upsilon$ minor est diametro circuli ΣH, quoniam circulus ΔEZ minor est circulo ΣH [hypoth. 2]; itaque

$$\Theta\Upsilon + K\Sigma < \tfrac{1}{100}\Theta K;$$

quare $\Theta K : \Upsilon\Sigma < 100 : 99$. et quoniam ΘK recta ΘP minor non est [Eucl. III, 8] et $\Sigma\Upsilon < \Delta T$,[2]) erit $\Theta P : \Delta T < 100 : 99$. et quoniam in triangulis rectangulis ΘKP, 21
ΔKT latera KP, KT aequalia sunt, latera autem ΘP, ΔT inaequalia, et $\Theta P > \Delta T$,[3]) angulus rectis ΔT, ΔK com-

1) H. e. $\triangle\, \Theta A\Phi \cong \Theta KP$; Eucl. I, 26.

2) Quia $\Sigma\Upsilon$ omnium rectarum duo puncta circulorum ΔEZ, ΣH iungentium minima est; u. Nizzius p. 214 not. β.

3) Quia $\Theta K > \Delta K$; nam crura anguli rectis contingentibus comprehensi eo maiora sunt, quo longius uertex anguli a centro circuli abest.

τῆς *Riualtus*, του A. 21 ΘΚ οὐκ] F, *Wallis*; ΘΚΤ A. 22 κα] scripsi, και A. ἔχοι] A, εχει EH. 23 τὰν] GH, τα A. ἐπεί] *Wallis*, επι A. δὲ] addidi, om. A. 25 ΘΡ, ἁ] *Wallis*, ΟΡΑ A. 26 ἁ (alt.)] addidi, om. A.

γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΡ, ΘΚ μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ΔΚ, ἐλάττω δὲ ἢ ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ· εἰ γάρ κα δυῶν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἅτεραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἅτεραι ἀνίσοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτεινουσᾶν ποτὶ τὰν ἐλάττονα, ἐλάττονα δὲ ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν
22 γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάττονα. ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΟ, ΘΜ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἅτις ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ̄ ποτὶ τὰ ϙ̄θ̄· ὥστε καὶ ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ̄ ποτὶ τὰ ϙ̄θ̄. καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, εἴη κα ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δισμύρια τούτων ϙ̄θ̄ μέρεα· ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ̄ καὶ γ̄ τούτων ἓν μέρος. ἁ ἄρα ΒΛ μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διῃρημένας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας εἰς ω̄ῑβ̄. τᾶ δὲ ΑΒ ἴσα ἐντὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος· δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς.

1 II. Τούτων δὲ ὑποκειμένων δείκνυται καὶ τάδε· οἷον ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων, καὶ ἔτι ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ̄. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζω

prehensus ad angulum rectis ΘP, ΘK comprehensum maiorem rationem habet quam $\Theta K : \Delta K$, minorem autem quam $\Theta P : \Delta T$; nam, si in duobus triangulis rectangulis duo laterum rectum angulum comprehendentium aequalia sunt, duo inaequalia, maior angulorum ad latera inaequalia positorum ad minorem maiorem rationem habet quam maior recta earum, quae sub angulo recto subtendunt, ad minorem, minorem autem quam maior rectarum angulum rectum comprehendentium ad minorem.[1]) erit igitur 22

$\angle A\Delta\Xi : O\Theta M < \Theta P : \Delta T$. sed $\Theta P : \Delta T < 100 : 99$;

quare etiam $\angle A\Delta\Xi : O\Theta M < 100 : 99$. et quoniam est $\angle A\Delta\Xi > \frac{1}{200}$ anguli recti, erit etiam

$$\angle O\Theta M > \tfrac{99}{20000} \text{ anguli recti};$$

quare $\angle O\Theta M > \frac{1}{203}$ anguli recti.[2]) itaque recta BA maior est recta sub una parte subtendenti ambitu circuli $AB\Gamma$ in partes 812 diuiso. sed rectae AB aequalis est diametrus solis;[3]) adparet igitur,[4]) diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum.

II. His autem suppositis haec quoque demonstrari possunt: uelut diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta, et praeterea, diametrum mundi minus quam 10000000000 stadia longam esse. nam quoniam sup- 1

1) Demonstrationem huius propositionis geometricam, quae Eucl. VI, 33 et 1, Ptolemaei Σύντ. I, 10 p. 43, 6 sqq. nititur, dedit Commandinus fol. 62 (Quaest. Arch. p. 204 sq.), trigonometricam Nizzius p. 214 not. γ.

2) Nam $99 > \frac{1}{203} \times 20000$.

3) H. e. diametrus circuli ΣH; u. p. 230, 10.

4) Quia latera polygonorum inscriptorum, quo plura, eo minora sunt; itaque latus figurae 812 laterum, quod minus est recta AB, maius est latere figurae mille laterum.

7 τᾶν] G, τα A. 8 ὑποτεινουσᾶν] *Wallis*, υποτεινουσα A. ποτί] G, om. A. 12 ΘO] *Wallis*, ΘN A. 18 εἴη κα] G, η εικα A. 20 μέρεα] *Wallis*, μερος A. 22 ἁ ἄρα] scripsi, αρα α A. 24 εἰς] ἐς G, αις A. τᾷ] EG, ταν A. 27 οἷον] fort. ὅτι. 29 ἔτι] fort. ἔτι ὅτι. 31 μείζω] *Wallis*, μειζων A, μείζονα G.

εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζω εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, δῆλον, ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. πάλιν δέ, ἐπεὶ ἐδείχθη ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ, φανερόν, ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου. ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· ὥστε ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς δια-
2 μέτρου τᾶς γᾶς. ἐπεὶ οὖν ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι, διότι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου τᾶς περιμέτρου, ὅ κα ἰσόπλευρον ᾖ καὶ πολυγωνότερον τοῦ ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ· εἴη κα ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. ἁ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου
3 τᾶς γᾶς δέδεικται· ὅτι δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ̄, ἐκ τούτου δῆλον· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς διαμέτρου διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον, ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ̄ μυριάδες. ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων

positum est, diametrum solis non maiorem esse quam diametrum lunae tricies sumptam [hypoth. 3], et diametrum terrae maiorem esse diametro lunae [hypoth. 2], adparet, diametrum solis minorem esse quam diametrum terrae tricies sumptam. rursus autem, quoniam demonstratum est, diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum in circulo maximo mundi inscriptae, manifestum est, perimetrum figurae illius mille laterum minorem esse diametro solis millies sumpta. diametrus autem solis minor est quam diametrus terrae tricies sumpta; quare perimetrus figurae mille laterum minor est diametro terrae tricies millies
sumpta. iam quoniam perimetrus figurae mille laterum minor 2
est diametro terrae tricies millies sumpta, maior autem quam triplo maior diametro mundi (nam demonstratum est, cuiusuis circuli diametrum minorem esse tertia parte perimetri cuiusuis polygoni in circulo inscripti, quod aequilaterum sit et plus quam sex latera habeat),[1]) diametrus mundi minor erit diametro terrae decies millies sumpta. itaque demonstratum est, diametrum mundi minorem esse diametro terrae
decies millies sumpta; diametrum autem mundi minus quam 3
stadia 10000000000 longam esse, hinc adparet; quoniam enim suppositum est, perimetrum terrae non plus quam 3000000 stadia longam esse [hypoth. 4], et perimetrus terrae maior est quam triplo maior diametro, quia cuiusuis circuli ambitus maior est quam triplo maior diametro [Dim.

1) Nam perimetrus hexagoni triplo maior est diametro (Eucl. IV, 15 coroll.), et quo plura sunt latera, eo maiores sunt perimetri.

1 *τριακονταπλασίονα*] G, *τριακονταπλασιων* A. 2 *μείζω*] *Wallis*, *μειζων* A, *μείζονα* G. 18 *τᾶς*] addidi, om. A. *κα*] *Wallis*, *και* A. *ἰσόπλευρον ἦ*] scripsi, *εις ο ΕΘ πλευραν εον* A, *ἰσόπλευρον ἐὸν Wallis*. *πολυγωνότερον*] scripsi, *πολυγωνου οτι* A, *πολυγωνιώτερον Wallis*. 19 *ἐγγεγραμμένον*] *Wallis*, *εγγεγραμμενον* A. *ἐν*] scripsi, *μεν* A. *τῷ κύκλῳ*] *Wallis*, *του κυκλου* A. 23 *τᾶς — διάμετρος*] addidi, om. A. 25 *τὰν*] G, *τον* A. 26 *ά*] *Wallis*, *εστιν α* A. 27 *ἦ*] G, om. A. 29 *τριπλασίονα*] G, *τριπλασιων* A. 30 *μυριάδες*] scripsi, *μυριαδων* A.

ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον,
ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων
4 μυριάκις μυριάδες ρ̅. περὶ μὲν οὖν τῶν μεγεθέων
καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι, περὶ δὲ τοῦ
ψάμμου τάδε· εἴ κα ᾖ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ
ψάμμου μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ
μείζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος
μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου. ὑπο-
τίθεμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον·
ἐτέθεν ἐπὶ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐπ' εὐθείας ἐπὶ μίαν
κείμεναι ἁπτόμεναι ἀλλαλᾶν, καὶ ἀνέλαβον αἱ κε̅ μά-
κωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος. ἐλάττονα οὖν
τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος ὑποτίθεμαι ὡς τε-
τρωκοστομόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα βου-
λόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατα δείκνυσθαι
τὸ προκείμενον.

1 III. Ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα· χρήσιμον δὲ
εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥη-
θῆμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περι-
τετευχότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλα-
νῶνται διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ
2 βιβλίῳ προειρημένον. συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν
ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παρα-
δεδομένα, καὶ ὑπὲρ τὸ τῶν μυρίων [μὲν] ἀποχρεόντως
γιγνώσκομες μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἔστε ποτὶ τὰς
μυρίας μυριάδας. ἔστων οὖν ἁμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρη-
μένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλού-
μενοι, τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύριαι μυριάδες
μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων

3 μὲν οὖν τῶν] addidi, om. A. 6 μεῖζον] G, μειζων A.
8 τετρωκοστομόριον] e corr. E, *Ahrens*; τετρωκοντομοριον A.

circ. 3], adparet, diametrum terrae minus quam 1000000
stadia longam esse. iam quoniam diametrus mundi minor
est diametro terrae decies millies sumpta, adparet, diametrum
mundi minus quam 10000000000 stadia longam esse. de 4
magnitudinibus igitur et distantiis haec suppono, de arena
autem haecce: si ex arena magnitudo colligatur non maior
semine papaueris, numerum arenae non maiorem esse quam
10000, et diametrum seminis papaueris non minorem esse
quadragesima parte digiti. hoc autem suppono re hoc modo
examinata: in regula laeui semina papaueris in eadem linea
recta posita sunt, ita ut inter se tangerent, et uiginti quin-
que semina spatium maius longitudine digitali expleuerunt.
diametrum igitur seminis papaueris minorem ponens eam
quadragesimam fere partem digiti esse suppono nec minorem,
propositum etiam hac ex parte quam certissime demonstrari
cupiens.[1])

III. Haec sunt igitur, quae suppono; utile autem esse 1
existimo, denominationem numerorum exponi, ut ceterorum
quoque qui in librum ad Zeuxippum missum non inciderunt,
ne haereant, quod nihil de ea hoc in libro dictum sit. ac- 2
cidit igitur, ut nomina numerorum ad 10000 nobis tradita
sint, et super 10000 satis ea intellegimus myriades nume-
rantes usque ad 100000000. hi igitur numeri usque ad
100000000 primi uocentur, decem autem millia myriadum
primorum numerorum unitas uocetur secundorum numerorum,
et numerentur secundorum unitates et ex unitatibus decades

1) Cfr. Kästner, Gesch. d. Mathem. II p. 746.

12 *οὖν*] addidi, om. A. 15 *ἀναμφιλογώτατα*] scripsi, *αναμφιλογωτατον* A. 19 *περιτετευχότες*] *Nizzius*, *περιτευατ᾽ ες* A. 20 *τῷ*] *Wallis*, *το* A. 22 *προειρημένον*] *Riualtus*, *προειρημενων* A. 23 *τὸ*] *Wallis*, *τα* A. 24 *τὸ*] addidi, om. A. *μὲν*] A, deleo; an *μονάδων*? 25 *γιγνώσκομες*] *Gertz*, *εγιγνωσκομεν* A. *ἔστε*] scripsi, *ες τοις* A. 26 *μυρίας*] *Wallis*, om. A. *ἔστων*] *Wallis*, *εστω* A. 27 *τὰς*] *Wallis*, *τὰ* DG, *τὰν* EH. *μυρίας μυριάδας*] *Wallis*, *μυριαν μυριαδων* A. 29 *ἀριθμῶν*] *Wallis*, om. A. *ἀριθμείσθων*] scripsi, *αριθμων* A.

τῶν δευτέρων μονάδες καὶ ἐκ τᾶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ

8 *μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. ἀποχρέοντι μὲν οὖν καὶ ἐπὶ τοσοῦτον οἱ ἀριθμοὶ γιγνωσκομένοι, ἔξεστι δὲ καὶ ἐπὶ πλέον*

4 *προάγειν. ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλουμένοι, ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ αἱ μύριαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν. ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες τὰ ὀνόματα ἐχόντων τᾶς δευτέρας περιόδου ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς δευτέρας περιόδου μονὰς καλείσθω τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστᾶς περιόδου μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυ-*

---

1 *ἐκ τᾶν*] scripsi, *εκατον* A, *αἱ ἀπὸ τῶν* G, *ἀπὸ τᾶν* *Wallis*.
2 *ἐς τὰς*] *Wallis*, *εσται* A, *ἔστε* G. *μυρίας μυριάδας*] *Wallis*,

et hecatontades et chiliades et myriades ad decem millia
myriadum. rursus autem decem millia myriadum secun-
dorum numerorum ipsa quoque unitas uocetur tertiorum
numerorum, et numerentur tertiorum numerorum unitates
et ab unitatibus decades et hecatontades et chiliades et my-
riades ad decem millia myriadum. et eodem modo etiam 3
tertiorum numerorum decem millia myriadum unitas uocetur
quartorum numerorum, et quartorum numerorum decem
millia myriadum unitas uocetur quintorum numerorum,
semperque hoc modo procedentes numeri nominentur usque
ad decem millia myriadum numerorum centies millies mille-
simorum. et satis quidem est, numeros hunc ad finem co-
gnosci, sed licet etiam ultra progredi. nam numeri, quos ad- 4
huc commemorauimus, primae periodi numeri uocentur, et
ultimus numerus primae periodi unitas uocetur primorum
numerorum secundae periodi. rursus autem decem millia
myriadum primorum numerorum secundae periodi ipsa quo-
que unitas uocetur secundorum numerorum secundae pe-
riodi. et eodem modo etiam horum ultimus unitas uocetur
tertiorum numerorum secundae periodi, semperque hoc modo
procedentes numeri periodi secundae nominentur usque ad
decem millia myriadum numerorum centies millies mille-
simorum. rursus autem ultimus numerus secundae periodi
ipse quoque unitas uocetur primorum numerorum tertiae
periodi, semperque hoc modo procedant usque ad decem
millia myriadum numerorum centies millies millesimorum

μυριων μυριαδων A. 5 *ἀριθμείσθων*] scripsi, *αριθμεισθω* A. *ἀπὸ*] scripsi, *αι απο* A. 7 *ἐς τὰς*] *Wallis*, *εσται* A, *ἔστε* G. *μυρίας μυριάδας*] *Wallis*, *μυριαν μυριαδες* A. 12 *ἐχόντων*] *Wallis*, *εχοντες* A. *ἐς τὰς*] *Wallis*, *εσται* A. 13 *μυρίας μυριάδας*] *Wallis*, *μυριαι μυριαδες* A. *ἀποχρέοντι*] EG, *αποχρεωντι* A. *ἐπὶ τοσοῦτον*] scripsi, *απο τοσουτων* A. 17 *πρώτας*] G, om. A. 19 *πρώτων* — 20 *περιόδου*] *Wallis*, om. A. 24 *ἐς τὰς*] *Wallis*, *εσται* A. *μυρίας μυριάδας*] *Wallis*, *μυριαι μυριαδες* A. 27 *ἐς τὰς*] *Wallis*, *εσται* A. 28 *μυρίας μυριάδας*] *Wallis*, *μυριαι μυριαδες* A.

5 ρίας μυριάδας. τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων, εἴ κα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἑξῆς κειμένοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκὰς ᾖ, ὀκτὼ μὲν αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται, οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων καλουμένων, καὶ οἱ ἄλλοι τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται τᾷ ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. τᾶς μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλιαι μυριάδες, τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶν τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· οὗτος δέ ἐστιν μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. φανερὸν δέ, ὅτι καὶ
6 πολλοσταὶ ὀκτάδες ἑξοῦντι, ὡς εἴρηται. χρήσιμον δέ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. εἴ κα ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζωντί τινες ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει, ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μο-
7 νάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. ἔστων γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος οἱ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*,

3 μὲν] scripsi, ειεν A. 6 καλουμένων] *Wallis*, καλουμενοι A. 7 τᾷ] addidi, om. A. 9 τᾶς] G, α A. 18 ὅτι] *Basil.*,

periodi centies millies millesimae.[1]) his autem ita denominatis, si numeri aliquot dati sunt ab unitate in eadem proportione, et numerus unitati proximus decas est, octo eorum primi cum unitate ex numeris primis, qui uocantur, erunt, octo autem eos proxime sequentes ex secundis, et ceteri eodem modo ex numeris erunt eodem numero denominatis, qui distantiam octadis numerorum a prima octade indicat. primae igitur octadis numerorum octauus numerus est mille myriades, secundae autem octadis primus, quoniam aequalis est praecedenti decies sumpto, decem millia myriadum erunt, et haec unitas est secundorum numerorum. octauus autem numerus secundae octadis mille myriades sunt secundorum numerorum. rursus autem etiam tertiae octadis primus numerus, quoniam aequalis est praecedenti decies sumpto, decem millia myriadum erunt secundorum numerorum, et haec unitas est tertiorum numerorum. et manifestum est, quotlibet octades ita se habituras esse, ut dictum est. uerum 6
hoc quoque utile est cognitu. si numeris ab unitate in eadem proportione positis aliqui inter se multiplicantur eorum, qui in eadem proportione sunt, productum in eadem erit proportione a maiore multiplicatorum tot numeros distans, quot minor multiplicatorum ab unitate distat in proportione, ab unitate uero distabit uno pauciores, quam quantus numerus est utrorumque, quos numeri inter se multiplicati ab unitate distant. sint enim numeri aliquot *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, *H*, *Θ*, *I*, *K*, *Λ* 7

5

1) Conspectus horum numerorum systematis u. Quaest. Arch. p. 59; cfr. Nizzius p. 218 et Nesselmann, Algebra d. Griechen p. 122 sq. ultimus est $10^{8 \cdot 10^{16}}$.

εστι A, *ἔστιν ὅτι* G. 19 *πολλοσταὶ*] scripsi, *πολλαι* A. 21 *ἐόντων*] EG, *εωντων* A. *πολλαπλασιάζωντί*] scripsi, *πολλαπλασιαζοντες* A. 22 *ὁ γενόμενος*] *Wallis*, *οταν ομοιως* A. 23 *μὲν τοῦ μείζονος*] scripsi, *μεν ουν* A, *μείζονος* *Wallis*. 25 *ἀπέχει*] E, *απεχη* A. 27 *ὁ*] addidi, om. A. *οὓς*] *Wallis*, *ως* A. *ἀπέχοντι*] E, *απεχωντι* A. 29 *μονάδος*] GH, *μαδος* A.

E, *Z*, *H*, *Θ*, *I*, *K*, *Λ*, μονὰς δὲ ἔστω ὁ *A*, καὶ πεπολλαπλασιάσθω ὁ *Δ* τῷ *Θ*, ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ *X*. λελάφθω δὴ ἐκ τᾶς ἀναλογίας ὁ *Λ* ἀπέχων ἀπὸ τοῦ *Θ* τοσούτους, ὅσους ὁ *Δ* ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· δεικτέον, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ *X* τῷ *Λ*. ἐπεὶ οὖν ἀνάλογον ἐόντων ἀριθμῶν ἴσους ἀπέχει ὅ τε *Δ* ἀπὸ τοῦ *A* καὶ ὁ *Λ* ἀπὸ τοῦ *Θ*, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ *Δ* ποτὶ τὸν *A*, ὃν ὁ *Λ* ποτὶ τὸν *Θ*. πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ *Δ* τοῦ *A* τῷ *Δ*· πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ *Λ* τοῦ *Θ* τῷ
8 *Δ*· ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ *Λ* τῷ *X*. δῆλον οὖν, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστιν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους ἴσους ἀπέχων, ὅσους ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλάττονας, ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος οἱ *Δ*, *Θ*· οἱ μὲν γὰρ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, *H*, *Θ* τοσοῦτοι ἐντί, ὅσους ὁ *Θ* ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, οἱ δὲ *I*, *K*, *Λ* ἑνὶ ἐλάττονες, ἢ ὅσους ὁ *Δ* ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· σὺν γὰρ τῷ *Θ* τοσοῦτοι ἐντί.

1 IV. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων, τὸ προκείμενον δειχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου, δῆλον, ὡς ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρωκοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρη-

2 *X*. λελάφθω] scripsi, *XΛ* ειληφθω A, *X* εἰλήφθω *Wallis*. 3 ἐκ] scripsi, ο *Θ*K A, ὁ ἐκ *Wallis*. τᾶς] A, τᾶς αὐτᾶς *Wallis*. *Λ*] *Wallis*, *ΦΛ* A. 4 μονάδος] GH, μαδος A. 6 ἀριθμῶν] scripsi, ισων A. 7 τὸν αὐτὸν] GH, ταν αυταν A. 11 τᾶς]

ab unitate in eadem proportione positi, unitas autem sit A, et multiplicentur Δ, Θ, et productum sit X. sumatur igitur ex proportione Λ ab Θ tot numeros distans, quot Δ ab unitate distat; demonstrandum, esse $X = \Lambda$. iam quoniam in numeris inter se proportionalibus Δ ab A tot loca abest, quot Λ ab Θ, erit $\Delta : A = \Lambda : \Theta$. sed $\Delta = \Delta \times A$; quare

$$\Lambda = \Delta \times \Theta;$$

itaque $\Lambda = X$. adparet igitur, productum et ex eadem pro- 8
portione esse et a maiore numerorum inter se multiplicatorum tot loca abesse, quot minor ab unitate absit. manifestum est autem, productum etiam ab unitate uno pauciora loca abesse, quam quantus est numerus utrorumque locorum, quae ab unitate absunt Δ, Θ; nam $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$ tot sunt, quot Θ ab unitate abest, et I, K, Λ uno pauciores, quam quot Δ ab unitate abest; nam adsumpto Θ totidem sunt.[1])

IV. His autem partim suppositis, partim demonstratis, 1
propositum demonstrabitur. nam quoniam suppositum est, diametrum seminis papaueris non minorem esse quam partem quadragesimam digiti [II, 4], adparet, sphaeram diametrum digitalem habentem maiorem non esse, quam ut 64000 seminum papaueris capiat; hoc enim numero multiplex est quam sphaera diametrum habens partem quadra-

1) De hac propositione cfr. Quaest. Arch. p. 58. nos sic idem demonstraremus: sit series $\overset{1}{1}, \overset{2}{a^1}, \overset{3}{a^2}, \dots \overset{n}{a^{n-1}}$,

$$\overset{n+1}{a^n} \dots \overset{m+1}{a^m}, \overset{m+2}{a^{m+1}}, \dots \overset{m+n+1}{a^{m+n}}.$$

itaque $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$, quod ab a^m abest loca $(n+1)$, ab unitate uero $m + n + 1 = (m+1) + (n+1) \div 1$.

A, τᾶς αὐτᾶς *Wallis*. 12 ἴσους] scripsi, ισον A. 16 οἱ Δ, Θ· οἱ μὲν γάρ] scripsi, οιδε μεν γαρ οι A. 18 ἐνί] G, επι A. 19 spatium uac. A. 24 ἁ] addidi, om. A. 26 τετρωκοστομόριον] *Ahrens*, τετρακοστομοριον A.

μένῳ ἀριθμῷ· δέδεικται γάρ τοι, ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων.

2 *ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν τοῦ εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, δῆλον, ὡς, εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μείζων κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. οὗτος δέ ἐστιν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε ϛ̄ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι· ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἢ ῑ μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τῶν ρ̄ δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διάμετρον σφαίρας ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ̄, δῆλον, ὡς ἐλάττων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων*
3 *ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἐν τᾷ τῶν δεκαπλασίων ὅρων ἀναλογίᾳ, αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος· δέδεικται γάρ, ὅτι ἑνὶ ἐλάσσονας ἀπέχει ἀπὸ τᾶς μονάδος, ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους. τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων ὀκτὼ*

---

2 *ἔχοντι*] E, *εχωντι* A. 3 *τοῦ* (alt.)] addidi, om. A. 4 *μάκωνος*] GH, *μακονος* A. *μείζονα*] *Wallis*, *μειζον* A. 6 *μεί-*

gesimam digiti; nam demonstratum est, sphaeras triplicem inter se rationem habere quam diametros [Eucl. XII, 18]. quoniam autem hoc quoque suppositum est, numerum are- 2
nae magnitudinem habentis seminis papaueris maiorem non esse quam 10000 [II, 4], adparet, si sphaera diametrum habens digitalem arena compleatur, numerum arenae maiorem non fore quam 64000000. hic autem numerus est sex unitates secundorum numerorum et quattuor millia myriadum primorum; minor igitur est quam decem unitates secundorum numerorum. sphaera autem diametrum habens centum digitos longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum digitalem habens, quia sphaerae inter se triplicem rationem habent quam diametri [Eucl. XII, 18]. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum habens centum digitos longam, adparet, numerum arenae minorem fore numero ex multiplicatis decem unitatibus secundorum numerorum et centum myriadibus orto. et quo- 3
niam decem unitates secundorum numerorum decimus ab unitate numerus est in proportione terminorum per decem crescentium, centum autem myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum sextum decimum ab unitate fore in eadem proportione; demonstratum est enim, id uno pauciora loca ab unitate abesse, quam quantus sit numerus utrorumque locorum, quae numeri inter se multiplicati ab unitate absint [III, 6]. horum autem se-

---

ζων] *Wallis*, μειζον A. εἴη] *Wallis*, ιν A. **10** μονάδες] *Riualtus*, μυριαδες A. **13** τὰν] GH, των A. σφαίρας] scripsi, εφη A. μυριάδεσσιν] GH, μυριαδεσιν A. **14** διαμέτρων] *Wallis*, διαμετρον A. **19** πολλαπλασιασθεισᾶν] GH, πολλαπλασθεισαν A. **20** μυριάδεσσιν] GH, μυριαδεσιν A. ἐπεὶ] *Wallis*, επι A. δ' αἱ] *Gertz*, δε A. **22** τᾷ] *Wallis*, τε A. δεκαπλασίων] scripsi praeeunte *Wallisio*, δεκαπλεύρων A; cfr. Quaest. Arch. p. 205. ἀναλογίᾳ] *Wallis*, αναλογον A. **24** ἀριθμὸς] scripsi, εκτος A. **26** ἐνὶ] *Riualtus*, εν A. **27** ἀπέχει] addidi praeeunte *Wallisio*, om. A. ἦ ὅσος] *Wallis*, ασσος A, ἅ ὅσος G(H). ὁ ἀριθμὸς] *Wallis*, ελαττων A. συναμφοτέρων] *Wallis*, συναμφο δε A. **28** ἀπέχοντι] EG, απεχωντι A.

μὲν οἱ πρώτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χίλιαι μυριάδες δευτέρων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ̄ δακτύλων ἐχούσᾳ ἔλαττόν ἐστιν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν

4 δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ̄ δακτύλων ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυρ[ι]άδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἑκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιεικοστὸς τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀνα-

5 λογίας ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρώτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων καλουμένων, οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν τρίτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ μυρίων δακτύλων ἔλασσόν ἐστιν ἢ ῑ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ

decim primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur,
octo uero sequentes ii, qui secundi uocantur, et ultimus
eorum est mille myriades secundorum numerorum. mani-
festum est igitur, multitudinem arenae magnitudinem ha-
bentis aequalem sphaerae diametrum centum digitos longam
habenti minorem esse quam mille myriades secundorum nu-
merorum. rursus autem etiam sphaera diametrum decem 4
millia digitorum longam habens centum myriadibus multi-
plex est quam sphaera diametrum centum digitos longam
habens. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta
est sphaera diametrum decem millia digitorum longam ha-
bens, adparet, numerum arenae minorem fore numero ex mul-
tiplicatis mille myriadibus secundorum numerorum et centum
myriadibus orto. et quoniam mille myriades secundorum nu-
merorum sextus decimus ab unitate numerus est in propor-
tione, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem
proportione, adparet, productum uicesimum secundum ab uni-
tate fore in eadem proportione [III, 6]. horum autem uiginti 5
duorum primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur,
octo autem sequentes ii, qui secundi uocantur, reliqui autem
sex ex iis, qui tertii uocantur, et ultimus eorum est centum
millia tertiorum numerorum. manifestum est igitur, multi-
tudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae
diametrum habenti decem millia digitorum longam minorem
esse quam centum millia tertiorum numerorum. et quoniam
sphaera diametrum habens stadium longam minor est sphaera
diametrum habenti decem millia digitorum longam,[1]) ad-
paret, etiam multitudinem arenae magnitudinem habentis

1) Hero, Defin. 131: *τὸ στάδιον ἔχει . . . δακτύλους ͵θχ̄.*

---

3 *δευτέρων*] A, *τῶν δευτέρων Wallis.* 5 *τὰν*] *Wallis*, *τε ταν* A. 6 *ἔλαττόν*] *Wallis*, *ελαττων* A. 10 *μυριάδεσσιν*] *μυριαδεσι* A, *μυριάδεσσι* G, *μυριάδεσιν* E. 17 *ἀνάλογον, αἱ*] *Wallis*, *αναλογιαι* A. 22 *μετὰ τούτους*] scripsi, *μετα τους* A, *μετ' αὐτοὺς Wallis.* *τῶν*] addidi, om. A. 23 *ἕξ*] *Wallis*, *εκ* A. *τρίτων*] G, *τριων* A. 26 *μέγεθος*] G, *μεγεθους* A.

σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδιαίαν ἔλασσόν
6 ἐστιν ἢ ι̅ μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ̅ σταδίων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ρ̅ μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ̅ σταδίων, δῆλον, ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̅ μυριάδεσσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̅ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ
7 μονάδος. τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τετάρτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ̅ ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν.
8 πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ̅ ταῖς ρ̅ μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̅

aequalem sphaerae diametrum habenti stadium longam mi-
norem esse quam centum millia tertiorum numerorum. rursus 6
igitur sphaera diametrum centum stadia longam habens
centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum
stadium longam habens. si igitur ex arena tanta sphaera
efficitur, quanta est sphaera diametrum centum stadia longam
habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero ex
multiplicatis decem myriadibus tertiorum numerorum et cen-
tum myriadibus orto. et quoniam decem myriades tertio-
rum numerorum uicesimus secundus ab unitate numerus est
in proportione, et centum myriades septimus est ab unitate
in eadem proportione, adparet, productum fore duodetricesi-
mum ab unitate in eadem proportione [III, 6]. horum autem 7
uiginti octo primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocan-
tur, octo sequentes ii, qui secundi uocantur, octo deinde se-
quentes ii, qui tertii uocantur, reliqui autem quattuor ex iis,
qui quarti uocantur, et ultimus eorum mille unitates sunt
quartorum numerorum. manifestum est igitur, multitudinem
arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum
habenti centum stadia longam minorem esse quam mille
unitates quartorum numerorum. rursus igitur sphaera dia- 8
metrum decem millia stadiorum longam habens centum my-
riadibus multiplex est quam sphaera diametrum centum
stadia longam habens. si igitur ex arena tanta sphaera effi-
citur, quanta est sphaera diametrum decem millia stadiorum
longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore nu-
mero ex multiplicatis mille unitatibus quartorum numerorum
et centum myriadibus orto. et quoniam mille unitates quar-

---

5 *μυριάδεσσιν*] *μυριάδεσσι* G, *μυριαδεσιν* A. 6 *ά*] *Wallis*, om. A. 10 *μυριάδεσσι*] D, *μυριαδεσι* A. 26 *μυριάδεσσιν*] *μυριάδεσσι* G, *μυριαδεσιν* A. 28 *διάμετρον*] GH, *διαμετρων* A. 29 *ἔλασσον*] EH, e corr. G, *ελασσων* A.

μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δ' ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς
9 *ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ $\bar{\iota}$ μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθ-*
10 *μῶν. πάλιν δὴ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων $\bar{\varrho}$ μυριάδων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς $\bar{\varrho}$ μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων $\bar{\varrho}$ μυριάδων, δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς $\bar{\varrho}$ μυριάδεσσιν. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ $\bar{\varrho}$ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τε-*
11 *τρωκοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευ-*

torum numerorum duodetricesimus est ab unitate numerus
in proportione, et centum myriades septimus ab unitate in
eadem proportione, adparet, productum fore tricesimum quar-
tum ab unitate in eadem proportione [III, 6]. horum autem 9
triginta quattuor primi octo cum unitate ii sunt, qui primi
uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo deinde sequentes
ii, qui tertii, octo deinde sequentes ii, qui quarti uocantur,
reliqui autem duo ex iis erunt, qui quinti uocantur, et ulti-
mus eorum est decem unitates quintorum numerorum. ad-
paret igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis
aequalem sphaerae diametrum habenti decem millia stadio-
rum longam minorem fore quam decem unitates quintorum
numerorum. rursus igitur sphaera diametrum centum my- 10
riades stadiorum longam habens centum myriadibus multi-
plex est quam sphaera diametrum habens decem millia sta-
diorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur,
quanta est sphaera diametrum centum myriades stadiorum
longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore nu-
mero ex multiplicatis decem unitatibus quintorum numero-
rum et centum myriadibus orto. et quoniam decem unitates
quintorum numerorum tricesimus quartus est ab unitate nu-
merus in proportione, et centum myriades septimus ab uni-
tate in eadem proportione, adparet, productum fore quadra-
gesimum ab unitate in eadem proportione [III, 6]. horum 11
autem quadraginta primi octo cum unitate ii sunt, qui primi
uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo deinde sequentes
ii, qui tertii, octo deinde sequentes ii, qui quarti, postremi

1 *μυριάδεσσιν*] G, *μυριαδεσιν* A. 9 *ἄλλοι*] *Basil.*, *οι αλλοι* A. 12 *μονάδες*] G, *μοναδων* A. 13 *μέγεθος*] GH, *μεγεθους* A. 15 *ἔλασσον*] G, *ελασσων* A. 17 *μυριάδων*] *Basil.*, *μυριαδας* A. *τᾶς* (alt.)] addidi, om. A. 30 *καλουμένων*] EG, e corr. D, *καμενων* A. 31 *ταῦτα*] A, *τούτους* *Wallis*.

τέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ̄ μυριάδων ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι
12 *μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριᾶν μυριάδων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ̄ μυριάδων ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. εἰ δὴ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριᾶν μυριάδων, φανερόν, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες τετρωκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται*
18 *ἕκτος καὶ τετρωκοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τετάρτων, καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων, οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι ῑ μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάδων μυριᾶν ἔλασσόν ἐστιν ἢ ῑ μυριάδες*

octo ii, qui quinti uocantur, et ultimus eorum est mille my-
riades quintorum numerorum. manifestum est igitur, nume-
rum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae dia-
metrum habenti centum myriades stadiorum longam minorem
esse quam mille myriades quintorum numerorum. sphaera 12
autem diametrum habens decem millia myriadum stadiorum
longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera dia-
metrum habens centum myriades stadiorum longam. si igi-
tur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera dia-
metrum habens decem millia myriadum stadiorum longam,
manifestum est, numerum arenae minorem fore numero ex
multiplicatis mille myriadibus quintorum numerorum et cen-
tum myriadibus orto. quoniam autem mille myriades quinto-
rum numerorum quadragesimus ab unitate numerus est in
proportione, et centum myriades septimus ab unitate in ea-
dem proportione, adparet, productum fore quadragesimum
sextum ab unitate [III, 6]. horum autem quadraginta sex primi 13
octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes
ii, qui secundi, octo deinde sequentes ii, qui tertii, octo ter-
tios sequentes ii, qui quarti, octo quartos sequentes ii, qui
quinti uocantur, sex autem reliqui ex iis sunt, qui sexti uo-
cantur, et ultimus eorum est decem myriades sextorum nu-
merorum. manifestum est igitur, numerum arenae magni-
tudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti
decem millia myriadum stadiorum longam minorem esse

---

7 *μυριάδων*] *Wallis*, *μυριαδες* A. *ἔλασσόν*] E, *ελασσων* A. 9 *σφαῖρα*] G D^2, *σφαιρας* A. *μυριᾶν*] *Wallis*, *μυριας* A. 11 *μυριάδεσσιν*] G, *μυριαδεσιν* A. *δὴ*] scripsi, *δε* A, *οὖν* *Wallis*. 13 *μυριᾶν*] *Wallis*, *μυριας* A. 14 *ἔλασσον*] GH, *ελασσων* A. 15 *πολλαπλασιασθεισᾶν*] G, *πολλαπλασιον* A. 22 *ὀκτὼ μὲν*] *Wallis*, *ειμεν* A, *οἱ μὲν ὀκτὼ* G. 24 *μετὰ τούτους*] EH, *μετα τους* A, *μετ' αὐτοὺς* *Wallis*. 27 *ἓξ*] *Wallis*, om. A, *τῶν ἓξ* G. 28 *αὐτῶν*] G, *αυτος* A. *μυριάδες*] *Wallis*, *μυριαδων* A. 31 *μυριάδων μυριᾶν*] scripsi, *μυριακις μυριαδων μυριων* A, *μυριάκις μυρίων* *Wallis*. *ἔλασσόν*] *Riualtus*, *ελασσων* A.

14 τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄ πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάδων μυριᾶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄, φανερόν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ῑ μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν ταῖς ρ̄ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες ἕκτος καὶ τετρωκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ̄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας.

15 τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἵ τε πρῶτοι καλουμένοι ἐντὶ καὶ οἱ δευτέροι καὶ τρίτοι καὶ τετάρτοι καὶ πέμπτοι καὶ ἕκτοι, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄ ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν.

16 ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄, δῆλον, ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. ὅτι μὲν οὖν τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν, δέδεικται· ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος

quam decem myriades sextorum numerorum. sphaera autem 14
diametrum habens decies centena millia myriadum stadiorum
longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera dia-
metrum habens decem millia myriadum stadiorum longam.
si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera
diametrum habens decies centena millia myriadum stadiorum
longam, manifestum est, numerum arenae minorem fore nu-
mero ex multiplicatis decem myriadibus sextorum numero-
rum et centum myriadibus orto. quoniam autem decem my-
riades sextorum numerorum quadragesimus sextus est ab
unitate numerus in proportione, et centum myriades septi-
mus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum
fore quinquagesimum secundum ab unitate in eadem propor-
tione [III, 6]. horum autem quinquaginta duorum primi qua- 15
draginta octo cum unitate ii sunt, qui primi, secundi, tertii,
quarti, quinti, sexti uocantur, reliqui autem quattuor ex iis
sunt, qui septimi uocantur, et ultimus eorum est mille uni-
tates septimorum numerorum. manifestum est igitur, nu-
merum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae
diametrum habenti decies centena millia myriadum stadio-
rum longam minorem esse quam mille unitates septimorum
numerorum. iam quoniam demonstratum est, diametrum 16
mundi minus quam decies centena millia myriadum stadio-
rum longam esse [II, 1], adparet, etiam numerum arenae
magnitudinem habentis aequalem mundo minorem esse quam
mille unitates septimorum numerorum. itaque demonstratum
est, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem mundo,
qualis a plerisque astrologis fingatur, minorem esse quam

---

1 ἔχουσα] GH, εχουσας A. 3 μυριάδων μυριᾶν] scripsi, μυριαδας μυριας A, μυριάκις μυρίων G. 4 μυριάδεσσιν] G, μυριαδεσιν A. 8 πολλαπλασιασθεισᾶν] G, πολλαπλασιων A. 9 μυριάδων] G, μυριαδαν A. ταῖς $\overline{\rho}$ μυριάδεσσιν] *Wallis*, ταν $\overline{\rho}$ μυριαδες A. 22 τὰν] EG, των A. 23 ἔλασσόν] E, ελασσων A. 25 μυριων mg. A. 28 οὖν] scripsi, ομοιως post lac. A.

τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τα-
λικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλα-
νέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ,α̅ μυ-
17 ριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ
ὑπόκειται, τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν
ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρη-
μένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖ-
ραν, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, καὶ αἱ διαμέτροι τᾶν
σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας. ἁ δὲ
τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται
ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ
ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας ἐλάσ-
σων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου.
18 ἐπεὶ δὲ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλ-
λάλας τᾶν διαμέτρων, φανερόν, ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων
ἄστρων σφαῖρα, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων
ἐστὶν ἢ μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι πολλαπλασίων
τοῦ κόσμου. δέδεικται δέ, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος
τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ
,α̅ μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν· δῆλον οὖν, ὅτι, εἰ γέ-
νοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλί-
καν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων
σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς
τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν
19 μονάδων ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσιν. καὶ ἐπεὶ
αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ,α̅ μονάδες δυοκαιπεντακοστός
ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ μυριάκις μύριαι
μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς
ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται τέταρτος
καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας·
οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος, ὅς κα εἴη χίλιαι

mille unitates septimorum numerorum. restat autem, ut de-
monstremus, etiam numerum arenae magnitudinem habentis
aequalem tali sphaerae, qualem Aristarchus stellarum fixa-
rum sphaeram esse supponat, minorem esse quam mille my-
riades octauorum numerorum. nam quoniam suppositum est, 17
terram ad mundum, qualis uulgo a nobis fingatur, eam ratio-
nem habere, quam idem ille mundus habeat ad sphaeram stel-
larum fixarum, quam Aristarchus supponat [I, 6], etiam dia-
metri sphaerarum eandem inter se rationem habent [Eucl.
XII, 18]. et demonstratum est, diametrum mundi minorem
esse diametro terrae decies millies sumpta [II, 2]; adparet
igitur, etiam diametrum sphaerae stellarum fixarum mino-
rem esse diametro mundi decies millies sumpta. quoniam 18
autem sphaerae triplicem inter se rationem habent quam
diametri [Eucl. XII, 18], manifestum est, sphaeram stellarum
fixarum, quam Aristarchus supponat, minorem esse mundis
1000000000000. et demonstrantum est, numerum arenae
magnitudinem habentis mundo aequalem minorem esse quam
mille unitates septimorum numerorum [16]; adparet igitur,
si ex arena tanta sphaera efficiatur, quantam Aristarchus
supponat sphaeram stellarum fixarum esse, numerum arenae
minorem fore numero ex mille unitatibus ⟨septimorum nu-
merorum⟩ et 1000000000000 multiplicatis orto. quoniam 19
autem mille unitates septimorum quinquagesimus secundus
est ab unitate numerus in proportione, et 1000000000000
tertius decimus est ab unitate in eadem proportione, adparet,
productum fore sexagesimum quartum ab unitate numerum

---

3 ἔλασσόν] G, ελασσων A. 5 τὸν (alt.)] GH, e corr. E, των A. 9 ἔχοντι] EG, εχωντι A. ἀλλάλας] G, αλλας A. 11 μυριοπλασίων] *Wallis*, μυριοπλασιαν A, μυριοπλασία G, e corr. E. 14 ἐπεὶ δὲ] *Wallis*, επειδη A. ἔχοντι] EG, εχωντι A. 17 μυρίαις] scripsi, om. A, μυριάδων H. 18 ὅτι] *Riualtus*, om. A. 19 ἔλασσόν] mg. G, ελασσων A. 24 πολλαπλασιασθεισᾶν] G, πολλαπλασιαν A. 25 μονάδων] A, μονάδων τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν G. 26 ἑβδόμων] A, ἑβδόμων ἀριθμῶν G. 27 αἱ] *Wallis*, om. A. 31 ὅς κα εἴη] scripsi, καὶ πεντάκις EGH, και πεντα D.

μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. φανερὸν τοίνυν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵ᾱ μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. ταῦτα δέ, βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω, τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσιν καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς καὶ τοῦ ἁλίου καὶ τᾶς σελήνας καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσσιν πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι· διόπερ ᾠήθην καὶ τὶν οὐκ ἀνάρμοστον εἶμεν [ἔτι] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

in eadem proportione; is autem octauus est numerorum octauorum, qui est mille myriades numerorum octauorum. ergo manifestum est, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae stellarum fixarum, quam supponat Aristarchus, minorem esse quam mille myriades octauorum numerorum. haec autem, rex Gelo, uulgo hominum mathematices imperito incredibilia uisum iri puto, peritis uero, qui distantias magnitudinesque terrae et solis et lunae et totius mundi cognouerint, credibilia propter demonstrationem fore; quare putaui, tibi quoque conuenire haec cognoscere.

---

2 τᾷ] *Wallis*, om. A. **11** καὶ] A, κα καὶ *Maduigius*. τὶν] *Gomperz*, *Bergk*; τινας A. *ἀνάρμοστον εἶμεν*] *Gomperz*, *Bergk*; *αναρμοστον ειη* A, *ἀναρμοστεῖν* *Maduigius*. *ἔτι*] del. *Gomperz*, *Bergk*. In fine: *Ἀρχιμηδους ψαμμιτης* A.

QUADRATURA PARABOLAE.

Τετραγωνισμὸς παραβολῆς.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀκούσας Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν οὐδὲν ἐπιλείπων ἁμῖν ἐν φιλίᾳ, τὶν δὲ Κόνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον εἶμεν τοῦ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημες ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γεναμένου καὶ ἐν τοῖς μαθημάτεσσι θαυμαστοῦ τινος, ἐπροχειριξάμεθα δὲ ἀποστεῖλαι τοι γράψαντες, ὡς Κόνωνι γράφειν ἐγνωκότες ἦμες, γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ᾽ ἁμῶν τεθεώρηται, πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθέν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. τῶν μὲν οὖν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησάν τινες γράφειν ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι καὶ κύκλου τμάματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον, καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα, διόπερ αὐτοῖς ὑπὸ τῶν

---

1 *Ἀρχιμηδους τετραγ.* A, liber Archimedis qui dicitur quadratura parabolae 𝔅. 3 *οὐδὲν ἐπιλείπων*] scripsi, *ετι λειπων* A, om. 𝔅. 4 *ἐν φιλίᾳ*] A, amicus 𝔅. *τὶν*] scripsi, *τινα* A𝔅, *τένη* *Torellius*. 5 *εἶμεν*] A, fore 𝔅. 6 *εἵνεκεν*] A; om. 𝔅, mg. grauiter. *καὶ*] A, om. 𝔅. 8 *τοι*] *Torellius*, om. A𝔅. 9 *ἐγνωκότες ἦμες*] *ἐγνωκότες ἦμεν* H, *εγνωκοτες ειμεν* A, consueueramus 𝔅. 11 *ἁμῶν*] *ημων* A; aliis 𝔅, mg. in alio a nobis. 12 *καὶ*] A, om. 𝔅. *ἐπιδειχθέν. τῶν*]

Quadratura parabolae.[1])

Archimedes Dositheo s.

Cum audiuissem, Cononem mortuum esse, qui erga nos nullum amicitiae officium neglegebat, te autem Cononi familiarem fuisse geometriaeque esse peritum, demortui causa dolore adfecti sumus, quippe qui et amicus et in mathematicis admirabili acumine praeditus esset, suscepimus autem ad te per litteras, sicuti ad Cononem mittere constitueramus, geometricorum theorematum quoddam mittere, quod antea perspectum non erat, nunc uero a nobis perspectum est, prius per mechanica inuentum, postea autem etiam per geometrica demonstratum. eorum enim, qui antea in geometria uersati sunt, quidam[2]) conati sunt scribere, fieri posse, ut spatium rectilineum inueniretur dato circulo et dato circuli segmento aequale, et deinde spatium totius[3]) coni sectione rectaque comprehensum quadrare conabantur lemmata minime manifesta adsumentes; quare plerique agnouerunt, haec

1) Hic titulus ab Archimede profectus esse nequit; cfr. Eutocius ad pl. aeq. II, 8.

2) De circuli quadratura egerant praeter alios Antipho, Hippias, Hippocrates; hunc maxime significat Archimedes. adparet, Archimedem, cum haec scriberet, nondum ipsum de dimensione circuli egisse.

3) *ὅλου τοῦ κώνου τομά* uix alia esse postest quam ellipsis. sed et insolenter dictum est, et offendit, quod propter *καὶ εὐθείας* etiam de segmentis ellipsis accipiendum est; cfr. Quaest. Arch. p. 149. de conatibus ellipsim quadrandi ante Archimedem nihil notum est.

A, demonstratis 𝔅. 13 *οὖν*] addidi, om. A𝔅. 15 *ἐὸν*] A, erat 𝔅. 16 *ταῦτα*] A, hoc 𝔅. 19 *διόπερ*] *Torellius*, *οπερ* A; quae quidem 𝔅, mg. *οπερ*.

πλείστων οὐκ εὑρισκόμενα ταῦτα κατεγνώσθεν. τὸ δὲ ὑπ' εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμᾶμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν προτέρων ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα, ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἁμῶν εὕρηται· δείκνυται γάρ, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν καὶ ὕψος ἴσον τῷ τμάματι λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ· τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν ἑαυτᾷ συντιθεμέναν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. κέχρηνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι· τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλους τᾶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τούτῳ τῷ λήμματι χρωμένοι, καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, ἔτι δὲ καὶ ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ διότι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον, ὁμοῖον τῷ προειρημένῳ λῆμμά τι λαμβάνοντες ἔγραφον. συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδενὸς ἧσσον τῶν ἄνευ τούτου τοῦ λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἀρκεῖ δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτοις ἀναγμένων τῶν ὑφ' ἁμῶν ἐκδιδομένων. ἀναγράψαντες οὖν αὐτοῦ τὰς ἀποδείξιας ἀποστέλλομες πρῶ-

---

1 κατεγνώσθεν mg. B (despecta sunt). δὲ ὑπ' εὐθείας] *Torellius*, om. A, autem (contentam) a B. 2 τε] addidi, om. AB. καὶ] A, om. B. 3 προτέρων] scripsi, πρωτων AB. 11 ἑαυτᾷ] addidi, om. A, excessum in ras. B. 15 αὐτῷ

ab iis inuenta non esse. segmentum autem linea recta sectioneque coni rectanguli comprehensum neminem ex prioribus quadrare conatum esse scimus, id quod iam a nobis inuentum est; demonstramus enim, quoduis segmentum linea recta sectioneque coni rectanguli comprehensum tertia parte maius esse triangulo basim eandem habenti quam segmentum et altitudinem aequalem, hoc ad demonstrationem adsumpto lemmate,[1]) spatiorum inaequalium excessum, quo maius excedat minus, sibi ipsum additum quoduis spatium datum terminatum excedere posse. hoc autem lemmate priores quoque geometrae usi sunt; nam circulos duplicem rationem habere inter se quam diametros [Eucl. XII, 2], hoc ipso lemmate usi demonstrauerunt, et sphaeras triplicem inter se rationem habere quam diametros [Eucl. XII, 18], et porro quamuis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem [Eucl. XII, 7]; et quemuis conum tertiam esse partem cylindri eandem basim habentis, quam conus, et altitudinem aequalem [Eucl. XII, 10], demonstrabant lemma illi simile [Eucl. X, 1] adsumentes. accidit autem, ut omnia illa theoremata nullo minus eorum, quae sine hoc lemmate demonstrata sunt, certa habeantur; et satis mihi est, si ea, quae nunc edimus, ad eandem fidem perducta sunt. demonstrationes igitur eorum a nobis conscriptas mittimus, prius, quo

---

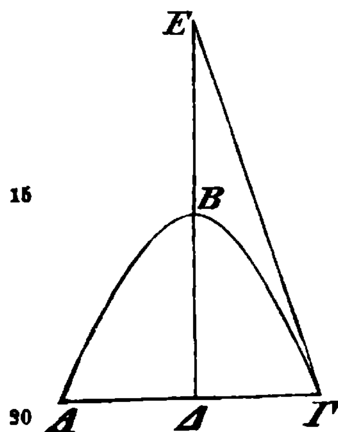
1) De hoc lemmate cfr. De sph. et cyl. I p. 9 not. 2, De spiral. II p. 12, 6 sqq. inter priores geometras (lin. 13) praecipue de Eudoxo cogitandum esse, adparet ex I p. 4, 5 sqq., ubi Eucl. XII, 7 et 10 ei adtribuuntur, quarum haec ope Eucl. X, 1 demonstratur, illa alio prorsus modo (u. Studien über Euklid p. 34). in Eucl. XII, 2 usurpatur X, 1, in XII, 18 neque hoc neque lemma Archimedis. cfr. Quaest. Archim. p. 150.

τούτῳ] scripsi, *αυτῳ* A, hoc 𝔅. 17 *ὅτι*] addidi, om. A𝔅. *πυραμὶς*] H, e corr. G, *μυραμις* A. 21 *ὁμοῖον*] scripsi, *ομοιως* A𝔅. 22 *λῆμμά τι*] *λημματι* A𝔅. 23 *δὲ*] *Torellius*, om. A𝔅. 24 *τοῦ λήμματος*] A, om. 𝔅. 25 *ἀρκεῖ*] scripsi, sufficit 𝔅, *αρτι* A. 26 *τούτοις*] scripsi, *τουτου* A𝔅, *τούτων* *Torellius*. *ἀναγμένων*] scripsi, *αναγμενον* A𝔅, *ἀναγομένων* G.

τον μέν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη, μετὰ ταῦτα δὲ καί, ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. προγράφεται δὲ καὶ στοιχεῖα κωνικὰ χρεῖαν ἔχοντα ἐς τὰς ἀπόδειξιν. ἔρρωσο.

α΄.

Εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἴσα ἐσσεῖται ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ· κἂν ἴσα ᾖ ἁ ΑΔ τᾷ ΔΓ, παραλλήλοι ἐσσοῦνται ἅ τε ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.



β΄.

Εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ᾖ δὲ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ ΑΔΓ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ΕΓ τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ Γ, ἐσσοῦνται αἱ ΒΔ, ΒΕ ἴσαι.

γ΄.

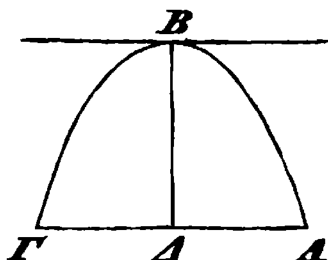
Εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, καὶ ἀχθέωντί τινες αἱ ΑΔ, ΕΖ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύ-

7 ἁ δὲ] η δε A𝔅, ᾖ δὲ ἁ μὲν *Basil.*; cfr. lin. 14. 10 τᾷ ΔΓ] 𝔅G, om A. ἅ τε] 𝔅G, αιτε A. 11 ἐπιψαύουσα] 𝔅G, επιψαυουσαι A. 22 ᾖ] 𝔅EG, supra scr. D, om. H.

modo per mechanica perspecta sunt, deinde uero etiam, quo modo per geometrica demonstrantur. praemittuntur autem etiam conica elementa ad demonstrationem utilia. uale.

I.

Si data est sectio coni rectanguli, in qua est $AB\Gamma$, et recta $B\Delta$ diametro parallela est uel ipsa diametrus, $A\Gamma$ autem rectae in B sectionem coni contingenti parallela, erit $A\Delta = \Delta\Gamma$; et si $A\Delta = \Delta\Gamma$, recta $A\Gamma$ rectaque in B sectionem coni contingens parallelae erunt [Apollon. I, 46].[1])

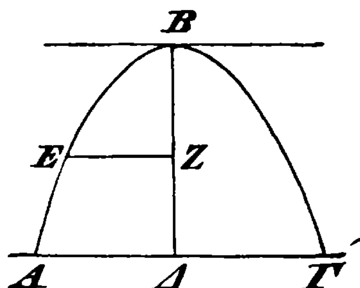


II.

Si $AB\Gamma$ sectio est coni rectanguli, et recta $B\Delta$ diametro parallela est uel ipsa diametrus, recta autem $A\Delta\Gamma$ rectae in B sectionem coni contingenti parallela est, et recta $E\Gamma$ sectionem in puncto Γ contingit, erit $B\Delta = BE$ [Apollon. I, 35].[2])

III.

Si $AB\Gamma$ sectio est coni rectanguli, et recta $B\Delta$ diametro parallela uel ipsa diametrus, ducuntur autem rectae quaedam $A\Delta$, EZ



1) Cfr. ZMP. XXV p. 51 nr. 14.
2) Cfr. ibid. p. 53 nr. 16.

ὀρθογωνίου] 𝔅GH, *ορθογωνιον* A. *ἁ δὲ*] *Torellius*, *η δε* A, *ἣ δὲ* 𝔅E. 23 *αὐτὰ*] 𝔅, *αυτα τα* A, *αὐτὰ ἁ* G. *διάμετρος*] 𝔅G, *διαμετρῳ* A. *ἀχθέωντί*] *ἀχθῶσι* E, *αχθωσαν* A. 24 *παρὰ — B*] 𝔅, om. A. *ἐπιψαύονσαν*] A𝔅; *ἐπιψαύονσαι* G, mg. *παρὰ τὰν ἐπιψαύονσαν.*

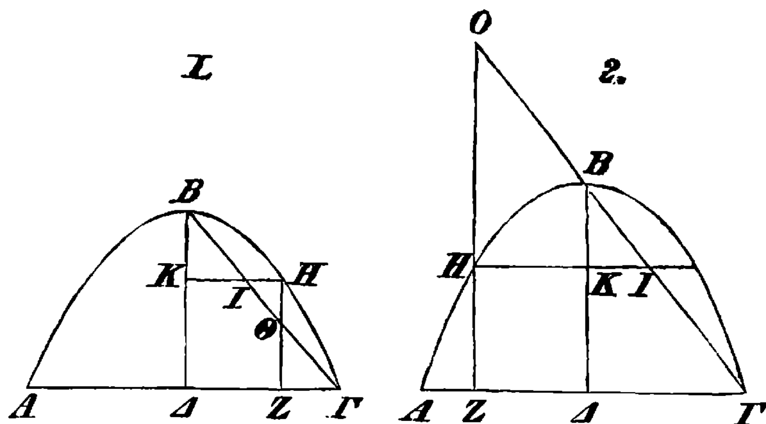
ουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐσσεῖται, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΖ, δυνάμει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

ἀποδέδεικται δὲ ταῦτα ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

δʹ.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ, ἁ δὲ ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ ΒΓ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. εἰ δή κα ἀχθῇ τις ἄλλα ἁ ΖΘ παρὰ τὰν ΒΔ τέμνουσα τὰν διὰ τῶν Β, Γ εὐθεῖαν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ.

ἄχθω γὰρ διὰ τοῦ Η παρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΚ μάκει, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ τὰν ΚΗ δυνάμει· ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο. ἐσσεῖται



ἄρα, ὡς ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει, οὕτως ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει· ἴσαι γὰρ αἱ ΔΖ, ΚΗ· ἀνάλογον ἄρα ἐντὶ αἵ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ γραμμαί. ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ, ὃν ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΙ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, οὕτως ἁ ΘΖ

rectae in B sectionem coni contingenti parallelae, erit $B\Delta : BZ = A\Delta^2 : EZ^2$.[1])

Haec autem in elementis conicis demonstrata sunt.[2])

IV.

Sit $AB\Gamma$ segmentum linea recta sectioneque coni rectanguli comprehensum, et a media recta $A\Gamma$ ducatur $B\Delta$ diametro parallela, uel ipsa diametrus sit, ducta autem recta BI producatur.[3]) si igitur alia recta $Z\Theta$ rectae $B\Delta$ parallela ducitur, ita ut rectam per B, Γ ductam secet, erit $Z\Theta : \Theta H = \Delta A : \Delta Z$.

ducatur enim per punctum H recta KH rectae $A\Gamma$ parallela; erit igitur $B\Delta : BK = \Delta\Gamma^2 : KH^2$; hoc enim demonstratum est[4]) [prop. 3]. erit igitur

$$B\Gamma : BI = B\Gamma^2 : B\Theta^2;\ \text{nam}\ \Delta Z = KH;^{5)}$$

itaque rectae $B\Gamma$, $B\Theta$, BI proportionales sunt [Eucl. V

---

1) Apollon. I, 20; ZMP. XXV p. 50 nr. 12.

2) In elementis conicis Aristaei et Euclidis; ibid. p. 42.

3) Respicitur ad fig. 2 solam; sed cfr. ZMP. XXV p. 58**. in 𝔅 ad figuras adscribitur: in utroque (in ras.) exemplari erant duae figurationes.

4) Sc. a prioribus, ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις; neque enim in prop. 3 demonstratum est. sed fortasse ἀποδέδεικται γὰρ τοῦτο lin. 14 interpolata sunt. ceterum debuit esse $A\Delta^2 : KH^2$; sed $A\Delta = \Delta\Gamma$.

5) Itaque $\Delta\Gamma : KH = \Delta\Gamma : Z\Delta = B\Gamma : B\Theta$; et

$$B\Delta : BK = B\Gamma : BI$$

(Eucl. VI, 2).

---

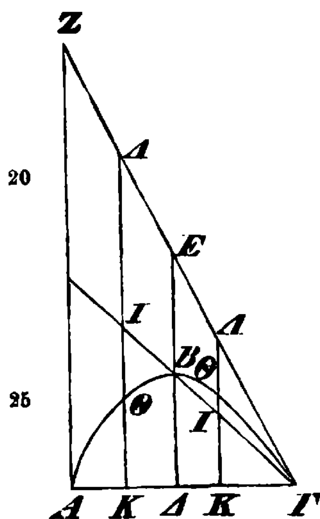
1 $B\Delta$] A, *bd* longitudine 𝔅. 2 BZ] A, BZ μάκει e corr. G, *bz* ita 𝔅. 3 δὲ] 𝔅, δη A. 6 τό] A, om. 𝔅. 9 κα ἀχθῇ] scripsi, καταχθειη A, producatur 𝔅. 10 B] 𝔅, A A. 12 H] 𝔅, I A. KH] A, KI G, *hk* supra scr. at *ki* 𝔅 13 ἄρα] A, autem 𝔅. 14 KH] *Basil.*, KI A𝔅, in alio *kh* mg. 𝔅. 15 ποτὶ (alt.) — 17 $B\Gamma$] 𝔅, om. A. 19 ΔZ — p. 270, 1 ΘH] 𝔅, ΘH seq. lac. magna A.

ποτὶ τὰν ΘΗ. τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἐστὶν ἁ ΔΑ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ, ὃν ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.

ε΄.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΖΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ ἁ ΓΖ. εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παρὰ τὰν ΑΖ, τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ἀχθεῖσα τετμήσεται ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς καὶ ἁ ΑΓ ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας [ἀνάλογον], ὁμόλογον δὲ ἐσσεῖται τὸ τμᾶμα τᾶς ΑΓ τὸ ποτὶ τῷ Α τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ Α.

ἄχθω γάρ τις ἁ ΔΕ παρὰ τὰν ΑΖ, καὶ τεμνέτω πρῶτον ἁ ΔΕ τὰν ΑΓ δίχα. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ καὶ ἀγμένα ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι, ἐσσεῖται τᾷ ΑΓ παράλληλος ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. πάλιν, ἐπεὶ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν ἁ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΕ ἄκται ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ δὲ ΔΓ παράλληλος τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαυούσᾳ, ἴσα ἐστὶν ἁ ΕΒ τᾷ ΒΔ· ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΕ. εἰ μὲν οὖν δίχα τέμνει ἁ ἀχθεῖσα τὰν ΑΓ, δέδεικται· εἰ δὲ μή, ἄχθω τις ἄλλα ἁ ΚΛ



def. 9]. quare erit $B\Gamma : B\Theta = \Gamma\Theta : \Theta I$;[1]) erit igitur

$$\Gamma\Delta : \Delta Z = \Theta Z : \Theta H.^{2})$$

sed $\Delta A = \Delta\Gamma$; ergo adparet, esse

$$\Delta A : \Delta Z = Z\Theta : \Theta H.$$

V.

Sit $AB\Gamma$ segmentum linea recta sectioneque coni rectanguli comprehensum, et a puncto A diametro parallela ducatur recta ZA, a Γ autem recta ΓZ sectionem coni in puncto Γ contingens. iam si in triangulo $ZA\Gamma$ rectae AZ parallela recta aliqua ducitur, in eadem ratione et recta ducta a sectione coni rectanguli et $A\Gamma$ a ducta recta secta erit, pars autem rectae $A\Gamma$ ad A sita respondebit parti ductae rectae ad A sitae.

ducatur enim recta aliqua ΔE rectae AZ parallela, et primum recta ΔE rectam $A\Gamma$ in duas partes aequales secet. iam quoniam $AB\Gamma$ sectio est coni rectanguli, $B\Delta$ autem diametro parallela, et $A\Delta = \Delta\Gamma$, recta in puncto B sectionem coni rectanguli contingens rectae $A\Gamma$ parallela erit [prop. 1 b]. rursus, quoniam recta ΔE diametro parallela est, a puncto Γ autem recta ΓE ducta est sectionem coni rectanguli in Γ contingens, et recta $\Delta\Gamma$ rectae in puncto B contingenti parallela est, erit $EB = B\Delta$ [prop. 2]; quare $A\Delta : \Delta\Gamma = \Delta B : BE$. si igitur recta ducta rectam $A\Gamma$ in duas partes aequales diuidit, demonstratum est propositum; si minus, alia recta KA rectae AZ parallela ducatur; de-

1) Quia $B\Gamma : B\Theta = B\Theta : BI$ siue (Eucl. V, 16)

$$BI : B\Theta = B\Theta : B\Gamma,$$

erit (Eucl V, 18) $I\Theta : B\Theta = \Theta\Gamma : B\Gamma$; tum u. Eucl. V, 16.

2) Nam $B\Gamma : B\Theta = \Gamma\Delta : \Delta Z$, et $\Gamma\Theta : \Theta I = \Theta Z : \Theta H$ (Eucl. VI, 2).

4 ε′] om. A𝔅; et sic deinceps. 11 ἀνάλογον] A, om. 𝔅; delendum cum *Basil.* et *Torellio.* 12 τὸ ποτὶ τῷ] scripsi, ποτι το A𝔅. 13 τῷ (tert.)] scripsi, τα A, τὸ (𝔅). 14 παρὰ] 𝔅, ποτι A.

παρὰ τὰν *ΑΖ*· δεικτέον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ *ΑΚ* ποτὶ τὰν *ΚΓ*, ὃν ἁ *ΚΘ* ποτὶ τὰν *ΘΛ*. ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ *ΒΕ* τᾷ *ΒΔ*, ἴσα ἐστὶ καὶ ἁ *ΙΛ* τᾷ *ΚΙ*· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ *ΛΚ* ποτὶ τὰν *ΚΙ*, ὃν ἁ *ΑΓ* ποτὶ τὰν *ΔΑ*. ἔχει δὲ καὶ ἁ *ΚΙ* ποτὶ τὰν *ΚΘ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *ΔΑ* ποτὶ τὰν *ΑΚ*· δέδεικται γὰρ ἐν τῷ πρότερον· ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ *ΚΘ* ποτὶ τὰν *ΘΛ*, ὃν ἁ *ΑΚ* ποτὶ τὰν *ΚΓ*. δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν.

ϛʹ.

Νοείσθω δὲ τὸ [ὅτε ἐστὶν τὸ ἐν τᾷ θεωρίᾳ] προκείμενον [δρώμενον] ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καὶ τᾶς *ΑΒ* γραμμᾶς [ἔπειτα] τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Δ* κάτω νοείσθω, τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἄνω, τὸ δὲ *ΒΔΓ* τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τῷ *Β* γωνίαν καὶ τὰν *ΒΓ* πλευρὰν ἴσαν τᾶ ἡμισεία τοῦ ζυγοῦ [δηλονότι ἴσης οὔσης τᾶς *ΑΒ* τῇ *ΒΓ*], κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν *Β*, *Γ* σαμείων, κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ *Ζ* ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ *Α*, καὶ ἰσορροπείτω τὸ *Ζ* χωρίον κατὰ τὸ *Α* κρεμάμενον τῷ *ΒΔΓ* τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. φαμὶ δή, τὸ *Ζ* χωρίον τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου μέρος τρίτον εἶμεν.

ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἰσορροπέων ὁ ζυγός, εἴη κα ἁ *ΑΓ* γραμμὰ παρὰ τὸν ὁρίζοντα, αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς ἀγόμεναι τᾷ *ΑΓ* ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρί-

2 τὰν (pr.)] G, e corr. E, τον A. 4 ἁ *ΛΚ*] 𝔅, om. A. 7 ὥστε] 𝔅, ως A. 11 τὸ (pr.) — 12 δρώμενον] A, propositum 𝔅. 12 ἐπίπεδον ὀρθὸν] scripsi, επι ορθου A𝔅. 13 ἔπειτ] A, om. 𝔅. τὰ] A, hoc 𝔅. 14 κάτω νοεισθω] G, κατανοεισθω A𝔅. τὰ] A, hoc 𝔅. 15 τῷ] scripsi, τα A, τὸ

monstrandum igitur, esse $\varDelta K : K\Gamma = K\Theta : \Theta\varDelta$. nam quoniam $BE = B\varDelta$, erit etiam $I\varDelta = KI$;[1]) itaque

$$\varDelta K : KI = \varDelta\Gamma : \varDelta A.$$

uerum etiam $KI : K\Theta = \varDelta A : \varDelta K$; hoc enim in praecedenti demonstratum est;[2]) quare erit $K\Theta : \Theta\varDelta = \varDelta K : K\Gamma$.[3]) ergo constat propositum.

VI.

Fingatur autem planum suppositum[4]) ad horizontem perpendiculare, et quae in eadem parte rectae AB sunt, in qua est punctum $\varDelta$, infra esse fingantur, quae in altera, supra, triangulus autem $B\varDelta\Gamma$ sit rectangulus angulum ad B positum rectum habens et latus $B\Gamma$ dimidiae librae aequale,[5]) suspendatur autem triangulus ex punctis B, Γ, et in altera parte librae aliud spatium Z ex puncto A suspendatur, spatiumque Z ex A suspensum cum triangulo $B\varDelta\Gamma$ ita se habenti, uti nunc positus est, aequilibritatem seruet. dico igitur, spatium Z tertiam partem esse trianguli $B\varDelta\Gamma$.

nam quoniam suppositum est, libram aequilibritatem seruare, recta $A\Gamma$ horizonti parallela erit, et rectae ad $A\Gamma$ perpendiculares in plano ad horizontem perpendiculari ductae ad horizontem perpendiculares erunt.[6]) secetur igitur

---

1) ZMP. XXIV p. 178 nr. 3.

2) Ex prop. 4 erit $KI : I\Theta = A\varDelta : K\varDelta$; tum u. Eucl. V, 19 coroll.

3) Erit enim (Eucl. V, 22) $K\varDelta : K\Theta = \varDelta\Gamma : \varDelta K$; tum u. Eucl. V, 17 et 7 coroll.

4) De toto hoc loco u. Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. V p. 67.

5) Uerba inepta δηλονότι — $B\Gamma$ lin. 17 sine dubio interpolata sunt.

6) Nam $A\Gamma$ ei rectae, secundum quam planum perpendiculare horizontem secat, parallela erit (Eucl. XI, 16); quare rectae ad $A\Gamma$ perpendiculares etiam ad illam rectam perpendiculares erunt (Eucl. I, 29). tum u. Eucl. XI def. 4.

Torellius. 21 ἔχοντι] *Torellius*, εοντι A𝕭. 24 εἴη κα] scripsi, εηκα A, assimilatur 𝕭. 25 παρὰ τὸν ὁρίζοντα, αἱ] *Torellius*, αυτον οριζονται A, ipsi orizonti 𝕭.

ζοντα καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. τετμάσθω δὴ ἁ ΒΓ γραμμὰ κατὰ τὸ Ε οὕτως, ὥστε διπλασίονα εἶμεν τὰν ΓΕ τᾶς ΕΒ, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΒ ἁ ΚΕ καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ· τοῦ δὴ ΒΔΓ τριγώνου κέντρον βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς Μηχανικοῖς. εἴ κα οὖν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου ἁ μὲν κατὰ τὰ Β, Γ κρέμασις λυθῇ, κατὰ δὲ τὸ Ε κρεμασθῇ, μενεῖ τὸ τρίγωνον, ὡς νῦν ἔχει· ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων, ἐξ οὗ σαμείου κα κατασταθῇ, μένει, ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου· δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. ἐπεὶ οὖν τὰν αὐτὰν ἕξει κατάστασιν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγόν, ἰσορροπήσει ὁμοίως τὸ Ζ χωρίον. ἐπεὶ δὲ ἰσορροπέοντι τὸ μὲν Ζ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, τὸ δὲ ΒΔΓ κατὰ τὸ Ε, δῆλον, ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσιν, καί ἐστιν, ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. τριπλασία δὲ ἁ ΑΒ τᾶς ΒΕ· καὶ τὸ ΒΔΓ ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ Ζ χωρίου.

φανερὸν δὲ [ὅτι] καί, εἴ κα τριπλάσιον ᾖ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ Ζ χωρίου, ὅτι ἰσορροπήσει.

ζʹ.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἁ ΑΓ γραμμά, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔστω τὸ Β, καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β [τὸ ΓΔΗ τρίγωνον], τὸ δὲ ΓΔΗ ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔΗ, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ

recta $B\Gamma$ in puncto E ita, ut sit $\Gamma E = 2\,EB$, et ducatur recta KE rectae ΔB parallela seceturque in puncto Θ in duas partes aequales; itaque punctum Θ trianguli $B\Delta\Gamma$ centrum grauitatis est; hoc enim in Mechanicis demonstratum est [De plan. aequil. I, 14].[1]) iam si trianguli $B\Delta\Gamma$ ex punctis B, Γ suspendium soluitur, et ex E suspenditur, triangulus manebit, ut nunc se habet; omnia enim suspensa, in quocunque puncto posita sunt, ita manent, ut punctum suspendii centrumque grauitatis suspensi in perpendiculari posita sint; nam hoc quoque demonstratum est.[2]) quoniam igitur triangulus $B\Gamma\Delta$ eandem positionem habebit ad libram, ut antea cum eo aequilibritatem seruabit spatium Z. et quoniam spatium Z ex A suspensum triangulusque $B\Delta\Gamma$ ex E suspensus aequilibritatem seruant, adparet, ea in contraria longitudinum proportione esse [De plan. aequil. I, 6—7], et esse $B\Delta\Gamma : Z = AB : BE$. sed $AB = 3\,BE$; ergo etiam $B\Delta\Gamma = 3\,Z$.

et manifestum est etiam, si triangulus $B\Delta\Gamma$ triplo maior sit spatio Z, aequilibritatem ea seruatura esse.

VII.

Rursus recta $A\Gamma$ libra sit, mediumque eius sit B, et ex B suspendatur,[3]) $\Gamma\Delta H$ autem triangulus sit obtusiangulus basim habens rectam ΔH, altitudinem uero rectam dimi-

1) Cfr. ZMP. XXIV p. 179 nr. 6.

2) Sine dubio ab Archimede ipso in libro de centro grauitatis olim edito.

3) Sc. libra; cfr. p. 276, 16. nam triangulus $\Gamma\Delta H$ non ex B, sed ex B et Γ suspenditur (p. 276, 1).

1 καθέτοι] 𝕭, καθετοις A. 10 ά] *Torellius*, ο A. 11 λυθῇ] scripsi, λυθειη A. 12 μενεῖ] manet 𝕭. 13 κα καταστᾳθῇ] scripsi, κατασταθεν A, statutum est 𝕭 (-atu- in ras.). 16 γὰρ] 𝕭, ουν A. 17 $B\Gamma\Delta$] A, *bdg* 𝕭. 18 ἰσορροπέοντι] E, ισορροπεωντι A. 24 ὅτι] A𝕭, deleo. 28 τὸ $\Gamma\Delta H$ τρίγωνον] A𝕭, deleo.

ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ, καὶ κρεμάσθω τὸ ΔΓΗ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ Α ἰσορροπὲς ἔστω τῷ ΓΔΗ τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται τὸ Ζ χωρίον τρίτον μέρος τοῦ ΓΔΗ τριγώνου.

κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τοῦ Α τρίτον μέρος ἐὸν τοῦ ΒΓΗ τριγώνου· ἰσορροπήσει δὴ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῷ ΖΛ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΒΓΗ τρίγωνον ἰσορροπεῖ τῷ Α, τὸ δὲ ΒΓΔ τῷ ΖΛ, καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ ΒΓΔ τὸ ΖΛ, φανερόν, ὅτι καὶ τὸ ΓΔΗ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ.

η'.

Ἔστω ζυγὸς ὁ ΑΒΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β, τὸ δὲ ΓΔΕ τρίγωνον ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τῷ Ε γωνίαν, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Ε, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΓΔΕ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. φαμὶ δή, τὸ Ζ χωρίον τοῦ μὲν ΓΔΕ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ Κ μεῖζον.

λελάφθω γὰρ τοῦ ΔΕΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος καὶ ἔστω τὸ Θ, καὶ ἁ ΘΗ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΕ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον τῷ Ζ

1 ΔΓΗ] A, gdh 𝔅. 3 τῷ] GH, το A. 4 δὴ] scripsi, δε A𝔅. 5 τρίτον] A, esse tertia 𝔅. 6 τι] 𝔅DE, τοι GH. 8 δὴ] scripsi, δε A𝔅. 11 Α] 𝔅, Δ A. 12 καὶ —

diae librae aequalem, et triangulus $\Delta\Gamma H$ ex punctis B, Γ suspendatur, spatium Z autem ex A suspensum cum triangulo $\Gamma\Delta H$ ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibritatem seruet. iam eodem modo demonstrabimus, spatium Z tertiam partem esse trianguli $\Gamma\Delta H$.

suspendatur enim etiam aliud spatium $\langle\Lambda\rangle$ ex puncto A, quod tertia pars sit trianguli $B\Gamma H$; triangulus igitur $B\Delta\Gamma$ cum spatio $Z+\Lambda$ aequilibritatem seruabit.[1]) iam quoniam triangulus $B\Gamma H$ cum spatio Λ triangulusque $B\Gamma\Delta$ cum $Z+\Lambda$ aequilibritatem seruant, et tertia pars trianguli $B\Delta\Gamma$ est spatium $Z+\Lambda$,[2]) manifestum est, triangulum $\Gamma\Delta H$ triplo maiorem esse spatio Z.

VIII.

Libra sit $AB\Gamma$ mediumque eius punctum B, et ex puncto B suspendatur, $\Gamma\Delta E$ autem triangulus sit rectangulus angulum ad E positum rectum habens, et in libra ex punctis Γ, E suspendatur, spatium uero Z ex A suspendatur et cum $\Gamma\Delta E$ ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibritatem seruet, sit autem

$$AB : BE = \Gamma\Delta E : K.$$

dico igitur, spatium Z minus esse triangulo $\Gamma\Delta E$, maius autem spatio K.

sumatur enim trianguli $\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis et sit Θ [p. 274, 1 sqq.], rectae autem ΔE parallela ducatur ΘH. iam quoniam triangulus $\Gamma\Delta E$ cum spatio Z aequilibritatem seruat, erit

1) Nam suppositum est, Z et $\Gamma\Delta H$ aequilibritatem seruare, et Λ cum $BH\Gamma$ aequilibritatem seruat (prop. 6 b). hinc autem hoc quoque sequitur, esse $B\Delta\Gamma = 3\,(Z+\Lambda)$ (prop. 6).

2) Est enim etiam $\Lambda = \frac{1}{3}\,B\Gamma H$.

13 $Z\Lambda$] A, om. 𝔅. 13 $Z\Lambda$] G, $Z\Delta$ A. 14 τριπλάσιον] A, triplum est 𝔅. 16 $AB\Gamma$] 𝔅, AB A, $A\Gamma$ *Riualtus*. κρεμάσθω] GH, κεκρεμάσθω A𝔅. 17 δὲ] addidi (cfr. p. 275 not. 3), om. A𝔅. 18 τῷ] scripsi, ταν A, τὸ *Torellius*. 25 $\Delta E\Gamma$] A, *gde* 𝔅.

χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ΓΔΕ χωρίον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ· ὥστε ἔλασσόν ἐστι τὸ Ζ τοῦ ΓΔΕ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ μὲν τὸ Ζ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ, ποτὶ δὲ τὸ Κ, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, δῆλον, ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ ἢ ποτὶ τὸ Ζ· ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ Ζ τοῦ Κ.

θʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΓΔΚ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔΚ, ὕψος δὲ τὰν ΕΓ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Ε, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΓΚ τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΚ τρίγωνον ποτὶ τὸ Λ. φαμὶ δή, τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ ΔΓΚ ἔλασσον.

δειχθήσεται ὁμοίως τῷ πρότερον.

ιʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΒΓ ζύγιον καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΒΔΗΚ τραπέζιον τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΚΔ πλευρὰν ἐπὶ τὸ Γ νεύουσαν, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν

---

5 *ἔχει*] 𝔅, *εχον* A. 14 *ἀμβλυγώνιον*] A, sit ambligonium 𝔅. 15 *κρεμάσθω*] *Basil.*, *κεκρεμασθω* A. 16 *κρεμάσθω*] *Basil.*,

$$\Gamma\Delta E : Z = AB : BH$$ [De plan. aequil. I, 6—7];

quare $Z < \Gamma\Delta E$. et quoniam est

$$\Gamma\Delta E : Z = BA : BH,$$

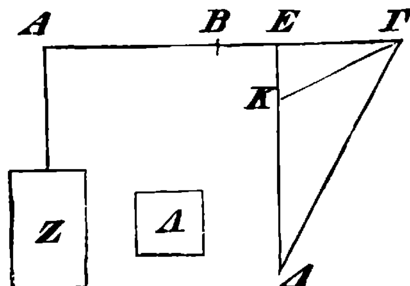
et $\Gamma\Delta E : K = BA : BE$ [ex hypothesi], adparet, esse

$$\Gamma\Delta E : K > \Gamma\Delta E : Z$$

ergo $Z > K$ [Eucl. V, 10].

IX.

Rursus sit $A\Gamma$ libra mediumque eius punctum B et $\Gamma\Delta K$ triangulus obtusiangulus basim habens ΔK, altitudinem autem $E\Gamma$, et in libra ex Γ, E suspendatur, Z autem spa-



tium ex A suspendatur et cum triangulo $\Delta\Gamma K$ ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibritatem seruet, sit autem

$$\Gamma\Delta K : \Lambda = AB : BE.$$

dico igitur, spatium Z maius esse spatio Λ, minus autem triangulo $\Delta\Gamma K$.

demonstrabitur eodem modo, quo praecedens propositio.

X.

Rursus sit $AB\Gamma$ libra mediumque eius punctum B et $B\Delta HK$ trapezium angulos ad puncta B, H positos rectos habens latusque $K\Delta$ ad Γ uergens, et sit

$$B\Delta KH : \Lambda = AB : BH,$$

κεκρεμασθω A. 17 $\Delta\Gamma K$] 𝕭, ΔEK A. 22 ὁμοίως] A, autem similiter 𝕭. 25 τὸ B] A, sit b 𝕭. τραπέζιον] scripsi, τραπεζειον A; et sic deinceps. 27 AB] 𝕭, BA A.

ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ *ΒΔΚΗ* τραπέζιον ποτὶ τὸ *Δ*, κρεμάσθω δὲ τὸ *ΒΔΗΚ* τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ *Β*, *Η* σαμεῖα, κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ *Ζ* χωρίον κατὰ τὸ *Α* καὶ ἰσορροπείτω τῷ *ΒΔΚΗ* τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν ὑπόκειται. φαμί, τὸ *Ζ* χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ *Λ*.

τετμάσθω γὰρ ἁ *ΑΓ* κατὰ τὸ *Ε* οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον ἁ διπλασία τᾶς *ΔΒ* καὶ ἁ *ΚΗ* ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς *ΚΗ* καὶ τὰν *ΒΔ*, τοῦτον ἔχειν τὰν *ΕΗ* ποτὶ τὰν *ΒΕ*, καὶ διὰ τοῦ *Ε* παρὰ τὰν *ΒΔ* ἀχθεῖσα ἁ *ΕΝ* τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ *Θ*· τοῦ δὴ *ΒΔΗΚ* τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ *Θ*· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς Μηχανικοῖς. ἦν οὖν τὸ *ΒΔΗΚ* τραπέζιον κατὰ μὲν τὸ *Ε* κρεμασθῇ, ἀπὸ δὲ τῶν *Β*, *Η* σαμείων λυθῇ, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον καὶ ἰσορροπεῖ τῷ *Ζ* χωρίῳ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ *ΒΔΗΚ* τραπέζιον κατὰ τὸ *Ε* κρεμάμενον τῷ *Ζ* χωρίῳ κατὰ τὸ *Α* κρεμαμένῳ, ἐσσεῖται, ὡς ἁ *ΑΒ* ποτὶ τὰν *ΒΕ*, τὸ *ΒΔΗΚ* τραπέζιον ποτὶ τὸ *Ζ* χωρίον· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ *ΒΔΗΚ* τραπέζιον ποτὶ τὸ *Ζ* ἤπερ ποτὶ τὸ *Λ*, ἐπεὶ καὶ ἁ *ΑΒ* ποτὶ τὰν *ΒΕ* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ποτὶ τὰν *ΒΗ*· ὥστε ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ *Ζ* τοῦ *Λ*.

ιαʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν *ΑΓ* ζύγιον καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ *Β*, τὸ δὲ *ΚΔΤΡ* τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν *ΚΔ*,

trapezium autem $B\Delta HK$ in libra ex punctis B, H suspendatur, spatium uero Z ex A suspendatur et cum trapezio $B\Delta KH$ ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet. dico, spatium Z minus esse spatio Λ.

secetur enim recta $A\Gamma$ in puncto E ita, ut sit

$$2\Delta B + KH : 2KH + B\Delta = EH : BE \text{ [Eucl. VI, 10]},$$

et recta EN per E rectae $B\Delta$ parallela ducta in puncto Θ in duas partes aequales secetur; itaque trapezii $B\Delta HK$ centrum grauitatis est Θ; hoc enim in Mechanicis demonstratum est [De plan. aequil. I, 15]. si igitur trapezium $B\Delta HK$ ex puncto E suspenditur, a B, H autem punctis soluitur, manet eandem positionem habens propter eadem, quae supra [p. 274, 12 sqq.], et cum spatio Z aequilibritatem seruat. iam quoniam trapezium $B\Delta HK$ ex E suspensum cum spatio Z ex A suspenso aequilibritatem seruat, erit

$$AB : BE = B\Delta HK : Z \text{ [De plan. aequil. I, 6—7]};$$

quare $B\Delta HK : Z > B\Delta HK : \Lambda$, quia etiam

$$AB : BE > AB : BH \text{ [Eucl. V, 8]};$$

ergo $Z < \Lambda$ [Eucl. V, 10].

XI.

Rursus sit $A\Gamma$ libra mediumque eius punctum B, et $K\Delta TP$ trapezium sit latera $K\Delta$, TP ad punctum Γ uergentia habens, latera autem ΔP, KT ad $B\Gamma$ perpendicu-

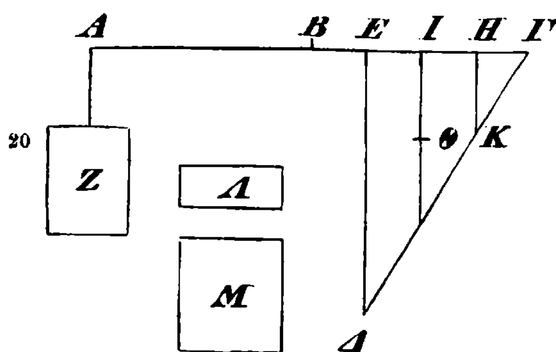
---

2 *κρεμάσθω*] *κεκρεμασθω* A. 3 *τὰ B, H σαμεῖα*] 𝕭, *των B H σαμειων* A. *κρεμασθω*] *κεκρεμασθω* A. 7 *AΓ*] A𝕭; debuit dici *BH*. 9 *τὰν* (pr.)] scripsi, *της* A𝕭. *ἔχειν*] 𝕭, *ον εχει* A. 19 *λυθῇ*] scripsi, *λυθειη* A. *ἔχον*] GH, *εχοντα* A. 20 *διὰ τὰ αὐτὰ*] scripsi, *δι' αυτα* A, propter hec (h') 𝕭. 20 *ἰσορροπεῖ*] 𝕭, *ισορροπειτω* A, *ισορροπησει* *Basil.* 23 *AB*] 𝕭, *BA* A. 24 *ἄρα*] *Basil.*, om. A𝕭. *ἔχει*] *Basil.*, *εχον* A𝕭. 29 *καὶ μέσον*] A, medium autem 𝕭.

ΤΡ πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ Γ νευούσας, τὰς δὲ ΔΡ, ΚΤ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ, καὶ ἁ ΔΡ ἐπὶ τὸ Β πιπτέτω, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ, τὸ δὲ ΔΚΤΡ τραπέζιον κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Η καὶ τὸ Ζ κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τὸ Ζ τῷ ΔΚΡΤ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἔλασσον τὸ Ζ χωρίον τοῦ Λ.

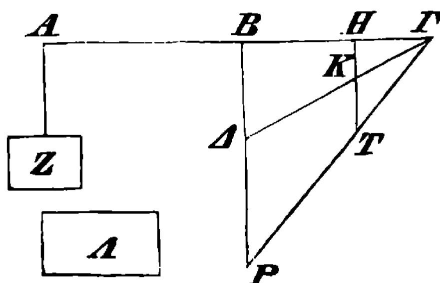
ιβ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΔΕΚΗ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Ε, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ ΚΔ, ΕΗ γραμμὰς ποτὶ τὸ Γ νευούσας, καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ, κρεμάσθω δὲ τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Ε, Η, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν ὑπόκειται. φαμὶ δή, τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.



ἔλαβον γὰρ τοῦ ΔΚΕΗ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, ἔστω δὲ τὸ Θ· λαφθήσεται δὲ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν ΘΙ παρὰ τὰν ΔΕ. ἂν οὖν τὸ

laria, et ΔP in B cadat, sit autem $AB : BH = \Delta KTP : \Lambda$, et trapezium ΔKTP in libra ex B, H suspendatur, Z autem ex A, et spatium Z cum trapezio ΔKPT ita se habenti, ut



nunc positum est, aequilibritatem seruet. eodem igitur modo, quo in praecedentibus propositionibus, demonstrabitur $Z < \Lambda$.

XII.

Rursus sit $A\Gamma$ libra, medium autem eius punctum B, et ΔEKH trapezium sit angulos ad puncta E, H positos rectos habens rectasque $K\Delta$, EH ad punctum Γ uergentes, sit autem

$$AB : BH = \Delta KEH : M, \text{ et } AB : BE = \Delta KEH : \Lambda,$$

et trapezium ΔKEH in libra ex punctis E, H suspendatur, Z autem spatium ex A suspendatur et cum trapezio ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet. dico igitur, esse $M > Z > \Lambda$.

sumpsi enim trapezii ΔKEH centrum grauitatis, et sit Θ; sumetur autem eodem modo, quo supra [p. 280, 7 sqq.]; et duco ΘI rectae ΔE parallelam. si igitur trapezium in libra

5 κρεμάσθω] κεκρεμασθω A. 6 τὸ Z] 𝔅, e corr. EG, τῳ Z A. 8 ἔλασσον τὸ Z χωρίον] A, spatium z minus esse 𝔅 12 σαμείοις] A, om. 𝔅. 17 κρεμάσθω] κεκρεμασθω A. 21 κρεμάσθω] scripsi, εκκρεμασθω A, κεκρεμάσθω *Torellius*. 28 ἔλαβον] A, accipio 𝔅. 30 ΘI] A, in ras. 𝔅.

τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμασθῇ κατὰ τὸ Ι, ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Η λυθῇ, μενεῖ τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν καὶ ἰσορροπήσει τῷ Ζ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ τὸ τραπέζιον κρεμάμενον κατὰ τὸ Ι τῷ Ζ κρεμαμένῳ κατὰ τὸ Δ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΙ· δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ΔΚΕΗ ποτὶ μὲν τὸ Λ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ποτὶ τὸ Ζ, ποτὶ δὲ τὸ Μ ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ Ζ· ὥστε τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζόν ἐστι, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

ιγ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, κατὰ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ Γ, τὰς δὲ ΔΤ, ΚΡ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ, κρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Ε, Η, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΚΤΡ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ χωρίον, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

ιδ'.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ΒΓ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β σαμείου ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ

---

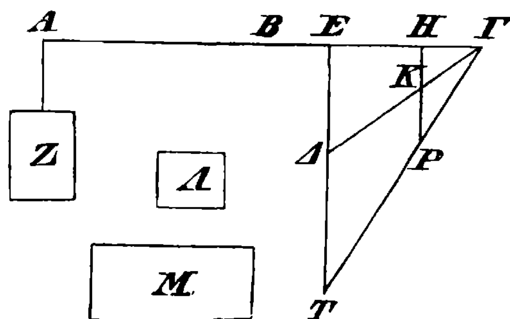
1 *κρεμασθῇ*] scripsi, *κρεμασθησεται* A. 2 *μενεῖ*] manet 𝔅. 3 *τῷ*] G, *τα* A. 7 *Λ*] 𝔅, *Α* A. 12 *τραπέζιον*] *τρα-*

ex puncto I suspenditur, a punctis E, H autem soluitur, manebit eandem positionem habens et cum Z aequilibritatem seruabit propter eadem, quae supra [p. 274, 12 sqq.]. et quoniam trapezium ex I suspensum cum Z ex A suspenso aequilibritatem seruat, erit $\Delta KEH : Z = AB : BI$; adparet igitur, esse $\Delta KEH : \Lambda > \Delta KEH : Z$ et

$\Delta KEH : M < \Delta KEH : Z$ [Eucl. V, 8; cfr. p. 282, 13 sq.]; ergo erit [Eucl. V, 10] $M > Z > \Lambda$.

XIII.

Rursus sit $A\Gamma$ libra punctumque B in media ea positum et $K\Delta TP$ trapezium eiusmodi, ut latera $K\Delta$, TP ad Γ uergant, latera autem ΔT, KP ad $B\Gamma$ perpendicularia sint, et



suspendatur in libra ex punctis E, H, spatium Z autem ex A suspendatur et cum trapezio ΔKTP ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet, et sit

$$AB : BE = \Delta KTP : \Lambda, \text{ et } AB : BH = \Delta KTP : M.$$

eodem igitur modo, quo supra, demonstrabitur, esse $M > Z > \Lambda$.

XIV.

Sit $B\Theta\Gamma$ segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum. prius igitur $B\Gamma$ ad diametrum perpendicularis sit, et ducatur a puncto B diametro parallela

---

πεζειον A, sit trapezale 𝔅. 14 καθέτους] A, sint katheti 𝔅. κρεμάσθω] κεκρεμασθω A. 15 H] 𝔅G, om. A. κρεμάσθω] κεκρεμασθω A.

ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ· ἐσσεῖται δὴ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον. διῃρήσθω δὴ ἁ ΒΓ ἐς ἴσα τμάματα ὁποσαοῦν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ, καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ, ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΒΔΓ τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ καὶ τοῦ ΙΟΓ τριγώνου μεῖζον [ἐστιν] ἢ τριπλάσιον.

διάχθω γὰρ εὐθεῖα ἁ ΑΒΓ, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΑΒ ἴσα τᾷ ΒΓ, καὶ νοείσθω ζύγιον τὸ ΑΓ· μέσον δὲ αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ Β· καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ Β, κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΒΔΓ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Γ, ἐκ δὲ τοῦ θατέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθω τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, $Δ_5$ χωρία κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τὸ μὲν Ρ χωρίον τῷ ΔΕ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ, τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ, τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ, τὸ δὲ $Δ_5$ τῷ ΞΙΓ τριγώνῳ· ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ· ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ ΡΧΨΩ$Δ_5$ χωρίου. καὶ ἐπεί ἐστιν τμᾶμα τὸ ΒΓΘ, ὃ περιέχεται ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἆκται ἁ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἆκται δέ τις καὶ ἄλλα παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΣΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΕ, ὃν ἁ ΣΕ ποτὶ τὰν ΕΦ· ὥστε καὶ ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται ἁ ΑΒ

recta $B\Delta$, a Γ autem recta $\Gamma\Delta$ sectionem coni in puncto I contingens; itaque triangulus $B\Gamma\Delta$ rectangulus erit [Eucl. I, 29; cfr. p. 284, 25 sq.]. diuidatur igitur $B\Gamma$ in partes aequales quotlibet BE, EZ, ZH, HI, $I\Gamma$, et a punctis diuisionum diametro parallelae ducantur $E\Sigma$, ZT, $H\Upsilon$, $I\Xi$, a punctis autem, in quibus eae sectionem coni secant, rectae ducantur ad Γ et producantur. dico igitur, triangulum $B\Delta\Gamma$ minorem esse quam triplo maiorem trapeziis KE, ΛZ, MH, NI cum triangulo $\Xi I\Gamma$, maiorem autem quam triplo maiorem trapeziis $Z\Phi$, $H\Theta$, $I\Pi$ cum triangulo $IO\Gamma$.

ducatur enim recta $AB\Gamma$, et abscindatur AB rectae $B\Gamma$ aequalis, et fingamus, $A\Gamma$ libram esse, cuius medium erit punctum B, et ex B suspendatur, suspendatur autem etiam $B\Delta\Gamma$ in libra ex punctis B, Γ, et in altera parte librae ex puncto A suspendantur spatia P, X, Ψ, Ω, $\underset{5}{\Delta}$, et aequilibritatem seruet spatium P cum trapezio ΔE ita se habenti, X autem cum trapezio $Z\Sigma$, Ψ autem cum trapezio TH, Ω autem cum trapezio ΥI, et $\underset{5}{\Delta}$ cum triangulo $\Xi I\Gamma$; quare etiam totum cum toto aequilibritatem seruabit; itaque triangulus $B\Delta\Gamma$ triplo maior erit spatio

$$P + X + \Psi + \Omega + \underset{5}{\Delta} \text{ [prop. 6]}.$$

et quoniam $B\Gamma\Theta$ segmentum est linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et a B diametro parallela ducta est recta $B\Delta$, a puncto Γ autem recta $\Gamma\Delta$ sectionem coni in Γ contingens, et alia quoque recta ΣE diametro parallela ducta est, erit $B\Gamma : BE = \Sigma E : E\Phi$ [prop. 5];

---

3 ἴσα] scripsi praeeunte *Nizzio*, τα A𝔅. 4 $I\Gamma$] *Nizzius*, om. A𝔅. τᾶν τομᾶν] *Torellius*, τας τομας A𝔅. 7 ἐπὶ] scripsi, κατα A𝔅. 11 ἐστιν] A, esse 𝔅; deleo. 14 κρεμάσθω (pr.)] D, κεκρεμασθω A. κρεμάσθω (alt.)] κεκρεμασθω A. 16 κρεμασθω] κεκρεμασθω A. 17 $\underset{5}{\Delta}$] scripsi, Δ A𝔅. 20 $\underset{5}{\Delta}$] Δ A𝔅. $\Xi I\Gamma$] 𝔅G, $ZI\Gamma$ A. καὶ] A, om. 𝔅. 22 $PX\Psi\Omega\Delta$ A𝔅. 23 $B\Gamma\Theta$] A, *btg* 𝔅.

ποτὶ τὰν ΒΖ τὸν αὐτὸν ἔχουσα λόγον, ὃν τὸ ΣΖ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΔΖ, ποτὶ δὲ τὰν ΒΗ, ὃν τὸ ΤΗ ποτὶ τὸ ΜΗ, ποτὶ δὲ τὰν ΒΙ, ὃν τὸ ΥΙ ποτὶ τὸ ΝΙ. ἐπεὶ οὖν ἐστι τραπέζιον τὸ ΔΕ τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Ε σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ πλευρὰς ἐπὶ τὸ Γ νευούσας, ἰσορροπεῖ δέ τι χωρίον αὐτῷ τὸ Ρ κρεμάμενον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α οὕτως ἔχοντος τοῦ τραπεζίου, ὡς νῦν κεῖται, καὶ ἔστιν, ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ, μεῖζον ἄρα ἐστὶν τὸ ΚΕ χωρίον τοῦ Ρ χωρίου· δέδεικται γὰρ τοῦτο. πάλιν δὲ καὶ τὸ ΖΣ τραπέζιον τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Ζ, Ε γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΣΤ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Γ, ἰσορροπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ Χ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α οὕτως ἔχοντος τοῦ τραπεζίου, ὡς νῦν κεῖται, καὶ ἔστιν, ὡς μὲν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΖΦ, ὡς δὲ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΔΖ· εἴη οὖν κα τὸ Χ χωρίον τοῦ μὲν ΔΖ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΖΦ μεῖζον· δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ χωρίον τοῦ μὲν ΜΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΘΗ μεῖζον, καὶ τὸ Ω χωρίον τοῦ μὲν ΝΟΙΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΠΙ μεῖζον,

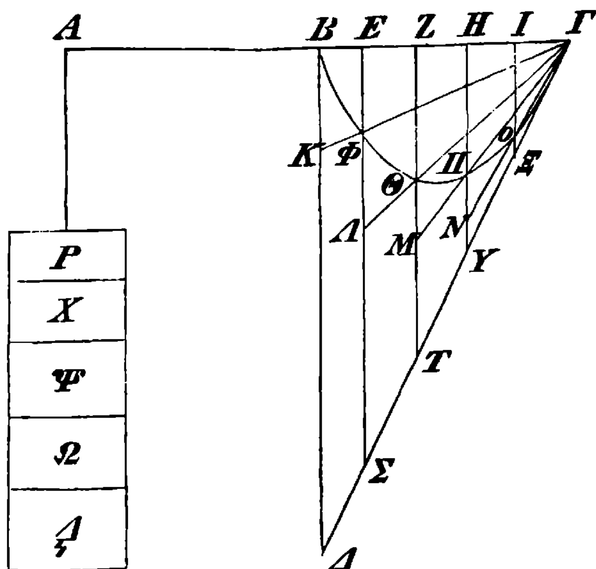
1 ἔχουσα] G, εχοντι A, habere 𝔅. 2 ΔΖ] 𝔅, ΑΖ A. 3 ΒΙ] 𝔅, ΒΗ A. 6 τὸ] EH, τω A. 11 τραπέζιον] 𝔅, τραπεζειον A; auditur ἐστιν. 12 ἔχον] G, εχων A. 14 ἔχοντος τοῦ τραπεζίου] 𝔅, εχοντι τω τραπεζειω A; cfr. lin. 7. 15 ΑΒ] 𝔅, ΒΑ A. 18 οὖν κα] scripsi; αν και A𝔅, quod fortasse retinendum inserto ἐπεὶ post δὲ lin. 11. 22 ΝΟΙΗ] A, ni 𝔅. In fig. pro Δ̣ hab. Δ A, 𝔇 𝔅.

1) Nam ΒΔ = ΒΓ et ΔΕ : ΚΕ = ΣΕ : ΕΦ; u. ZMP. XXIV p. 180 nr. 11.

quare etiam $BA : BE = \varDelta E : KE$.[1]) et eodem modo demonstrabitur, esse $AB : BZ = \Sigma Z : \varLambda Z$ et

$$AB : BH = TH : MH \text{ et } AB : BI = \Upsilon I : NI.$$

iam quoniam trapezium est $\varDelta E$ angulos ad puncta B, E positos rectos habens, latera autem ad Γ uergentia, et spatium aliquod P in libra ex A suspensum cum eo ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruat, et est $BA : BE = \varDelta E : KE$, erit $KE > P$; hoc enim demonstra-



tum est [prop. 10]. rursus autem etiam $Z\Sigma$ trapezium est angulos ad Z, E positos rectos habens latusque ΣT ad Γ uergens, et cum trapezio ita se habenti, ut nunc positum est, spatium X in libra ex A suspensum aequilibritatem seruat, est autem

$$AB : BE = Z\Sigma : Z\Phi \text{ et } AB : BZ = Z\Sigma : \varLambda Z;$$

quare erit $\varLambda Z > X > Z\Phi$; nam hoc quoque demonstratum est [prop. 12]. eadem igitur de causa erit etiam

$$MH > \Psi > \Theta H$$

et $NOIH > \Omega > \Pi I$, et eodem modo etiam $\Xi I\Gamma > \varDelta > \Gamma IO$ [prop. 8]. iam quoniam est

ὁμοίως δὲ καὶ τὸ Δ̧ χωρίον τοῦ μὲν ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΓΙΟ μεῖζον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΚΕ τραπέζιον μεῖζόν ἐστι τοῦ Ρ χωρίου, τὸ δὲ ΛΖ τοῦ Χ, τὸ δὲ ΜΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΞΙΓ τρίγωνον τοῦ Δ̧, φανερόν, ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα χωρία μείζονά ἐστι τοῦ ΡΧΨΩΔ̧ χωρίου. ἔστιν δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ̧ τρίτον μέρος τοῦ ΒΓΔ τριγώνου· δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ τραπεζίων καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου. πάλιν, ἐπεὶ τὸ μὲν ΖΦ τραπέζιον ἔλασσόν ἐστι τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΙΠ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΙΟΓ τρίγωνον τοῦ Δ̧, φανερόν, ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ Δ̧ΩΨΧ χωρίου· φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ τραπεζίων καὶ τοῦ ΙΓΟ τριγώνου, ἔλασσον δὲ ἢ τριπλάσιον τῶν προγεγραμμένων.

ιε'.

Ἔστω πάλιν τὸ ΒΘΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ΒΓ μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ· ἀναγκαῖον δὴ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ Β σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ Γ ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν ΒΓ. ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ ποτὶ τῷ Β, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ Β ἁ ΒΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, καὶ διῃρήσθω ἁ ΒΓ εἰς τμάματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ, ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Ζ, Η, Ι παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ΕΣ,

$$KE > P,\ AZ > X,\ MH > \Psi,\ NI > \Omega,\ \Xi I\Gamma > \Delta_5,$$

manifestum est, etiam omnia spatia illa maiora esse spatio $P + X + \Psi + \Omega + \Delta_5$. sed

$$P + X + \Psi + \Omega + \Delta_5 = \tfrac{1}{3}\, B\Gamma\Delta \text{ [prop. 6]};$$

adparet igitur, esse

$$B\Gamma\Delta < 3\,(KE + AZ + MH + NI + \Xi I\Gamma).$$

rursus, quoniam est $Z\Phi < X$, $\Theta H < \Psi$, $I\Pi < \Omega$, $IO\Gamma < \Delta_5$, manifestum est, etiam omnia illa spatia minora esse spatio $\Delta_5 + \Omega + \Psi + X$; manifestum est igitur, etiam triangulum $B\Delta\Gamma$ maiorem esse quam triplo maiorem trapeziis ΦZ, ΘH, $I\Pi$ cum triangulo $I\Gamma O$,[1]) minorem autem quam triplo maiorem spatiis supra nominatis.

XV.

Sit rursus $B\Theta\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, $B\Gamma$ uero ad diametrum perpendicularis ne sit; necesse est igitur, aut rectam a puncto B in eandem partem ductam, in qua est segmentum, diametro parallelam aut rectam a Γ ductam obtusum angulum cum recta $B\Gamma$ facere. recta igitur obtusum angulum faciens ea sit, quae ad B est, et a puncto B diametro parallela ducatur $B\Delta$, a Γ autem recta $\Gamma\Delta$ sectionem coni in Γ contingens, et recta $B\Gamma$ in partes aequales quotlibet diuidatur BE, EZ, ZH, HI, $I\Gamma$, a punctis autem E, Z, H, I dia-

1) Nam $B\Delta\Gamma > 3\,(\Delta_5 + \Omega + \Psi + X)$.

1 δὲ] scripsi, δη A𝔅. Δ_5] Δ A𝔅. 5 Δ_5] Δ A𝔅. 6 $PX\Psi\Omega\Delta$ A𝔅. 7 $PX\Psi\Omega\Delta$ A𝔅. $B\Gamma\Delta$] *Nizzius*, $A\Gamma\Delta$ A; *bdg* 𝔅, *b-* in ras. 12 Δ_5] Δ A𝔅. 13 $\Delta_5\Omega\Psi X$] D, $\Delta\Omega\Psi X$ 𝔅EG, $\Theta\Omega\Psi X$ H. 21 δὴ] scripsi, δε A𝔅. 22 ἀγμέναν] 𝔅G, αγμενων A. 23 αὐτά] 𝔅G, om. A. 24 ἔστω] A, et sit 𝔅. 25 ποτὶ τῷ] A𝔅, πρὸς τὸ G, ἀπὸ τοῦ *Nizzius*. 28 τά] τᾷ *Basil.*, ταν A, om. 𝔅.

ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ, καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. φαμὶ δὴ καὶ νῦν, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΒΦ, ΔΖ, ΜΗ, ΝΙ καὶ τοῦ ΓΙΞ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ καὶ τοῦ ΓΟΙ τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

ἐκβεβλήσθω ἁ ΔΒ ἐπὶ θάτερα. ἀγαγὼν οὖν κάθετον τὰν ΓΚ τᾷ ΓΚ ἴσαν ἀπέλαβον τὰν ΔΚ. νοείσθω δὴ πάλιν ζύγιον τὸ ΔΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ Κ, κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΓΚΔ τρίγωνον ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Κ ἔχον, ὡς νῦν κεῖται, καὶ ἐκ τοῦ θατέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ Α τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, $\underset{\varsigma}{\Delta}$ χωρία, καὶ τὸ μὲν Ρ τῷ ΔΕ τραπεζίῳ ἰσορροπείτω οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ, τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ, τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ, τὸ δὲ $\underset{\varsigma}{\Delta}$ τῷ ΓΙΞ τριγώνῳ· ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ· ὥστε εἴη ἂν καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ ΡΧΨΩ$\underset{\varsigma}{\Delta}$ χωρίου. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθήσεται τό τε ΒΦ τραπέζιον τοῦ Ρ χωρίου μεῖζον, καὶ τὸ μὲν ΘΕ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΖΦ ἔλαττον, καὶ τὸ μὲν ΜΗ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ χωρίου, τὸ δὲ ΗΘ ἔλασσον, καὶ ἔτι τὸ μὲν ΝΙ τραπέζιον

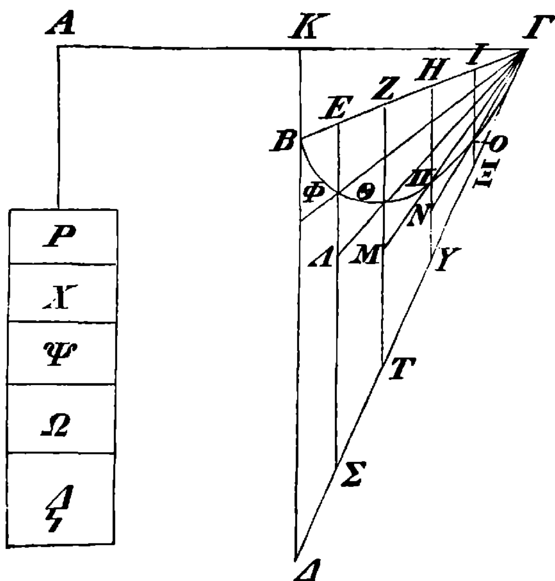
---

1 ἃ] G, ο A, ubi 𝔅. 2 ἐπεζεύχθωσαν] G, *επιζευχθωσαν* A. 4 *τῶν μὲν*] GH, e corr. E, *τω μεν* A. *ΜΗ, ΝΙ*] 𝔅, *ΘΗ ΠΙ* A. 8 *οὖν*] addidi, om. A𝔅. 9 *ἀπέλαβον*] A, accipio 𝔅. 11 *κρεμάσθω*] *κεκρεμασθω* A. 13 *καὶ*] addidi, om. A𝔅. *ἐκ τοῦ θατέρου*] A, ex altera autem 𝔅. 14 *τὰ*] mg. G, *των* A. $\underset{\varsigma}{\Delta}$] G², *Δ* A𝔅. 15 *τὸ*] GH, e corr. E, *τῳ* A. 17 *τὸ* (pr.)] EG, *τῳ* A. $\underset{\varsigma}{\Delta}$] DG, *Δ* 𝔅E, *Θ* H. 18 *δὴ*] 𝔅,

metro parallelae ducantur $E\Sigma$, ZT, $H\Upsilon$, $I\Xi$, et a punctis, in quibus eae sectionem coni secant, ad punctum Γ rectae ducantur producanturque. dico igitur, sic quoque esse

$$3(B\Phi + \Lambda Z + MH + NI + \Gamma I\Xi) > B\Delta\Gamma$$
$$> 3(Z\Phi + H\Theta + I\Pi + \Gamma OI).$$

producatur ΔB in alteram partem.[1]) ducta igitur recta ΓK perpendiculari posui AK rectae ΓK aequalem. fingamus igitur rursus, libram esse $A\Gamma$ mediumque eius punctum K, et ex K suspendatur, suspendatur autem etiam triangulus $\Gamma K\Delta$ in dimidia libra ex punctis Γ, K ita se habens, ut nunc positus est, et in altera parte librae ex puncto A suspendantur spatia P, X, Ψ, Ω, $\underset{5}{\Delta}$, spatium uero P cum trapezio ΔE ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet, et spatium X cum trapezio $Z\Sigma$ et Ψ cum TH et Ω cum ΥI et $\underset{5}{\Delta}$ cum triangulo $\Gamma I\Xi$; quare etiam totum cum toto aequilibritatem seruabit; itaque erit [prop. 7]



$$\Delta B\Gamma = 3(P + X + \Psi + \Omega + \underset{5}{\Delta}).$$

eodem igitur modo, quo supra,[2]) demonstrabimus, esse

1) H. e. non in eam partem, in qua segmentum est.
2) Prop. 14, sed pro propp. 10, 12, 8 usurpandae sunt propp. 11, 13, 9.

δε A. 19 $PX\Psi\Omega\Delta$] rqψωd B, $OX\Psi\Omega\Delta$ A. 21 P] B, PX A. In fig. $\underset{5}{\Delta}$ G², Δ A, D B.

μεῖζον ἐὸν τοῦ Ω χωρίου, τὸ δὲ ΠΙ ἔλασσον, καὶ τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον μεῖζον τοῦ Δ_{ς} *χωρίου, τὸ δὲ ΓΙΟ ἔλασσον· δῆλον οὖν ἐστιν.*

ις'.

Ἔστω πάλιν τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω διὰ μὲν τοῦ Β ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἔστω δὲ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου τρίτον μέρος τὸ Ζ χωρίον. φαμὶ δὴ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ζ χωρίῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον· ἁ δὴ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου, συντιθεμένα αὐτὰ ἑαυτᾷ ἐσσεῖται μείζων τοῦ ΒΓΔ τριγώνου. δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν τι χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ἔστω δὴ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσόν τε τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου· ἐσσεῖται δὲ τὸ αὐτὸ ἁ ΒΕ μέρος τᾶς ΒΔ. διῃρήσθω οὖν ἁ ΒΔ ἐς τὰ μέρεα, καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρεσίων σαμεῖα τὰ Η, Ι, Κ, καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ι, Κ σαμείων ἐπὶ τὸ Γ εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· τέμνοντι δὴ αὗται τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεὶ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσά ἐντι αὐτᾶς κατὰ τὸ Γ· καὶ διὰ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν τομὰν αἱ εὐθεῖαι,

1 *τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον*] A, trigonum autem *xig* 𝔅. 2 Δ_{ς}] G², *Δ* A𝔅. 3 *ἐστιν*] A𝔅, *ἐστιν τὸ προτεθέν Torellius*; fort. *ἐστιν* $\overline{οι}$ (h. e. *ὃ ἔδει δεῖξαι*). 12 *ἁ δὴ*] scripsi, autem 𝔅, *α* A. 13 *ΒΘΓ*] 𝔅, *ΒΓΔ* A. 16 *δὴ*] scripsi, *δε* A𝔅. 18 *τὸ αὐτὸ*] A, om. 𝔅. 21 *ἐπὶ τὸ Γ*] apud *g* 𝔅, *επι τα ΓΕ* A. *εὐθεῖαι*] G, *ευθεια* A. 22 *δὴ*] A𝔅, fort. *δὲ*. 23 *καὶ διὰ τῶν σαμείων*] A, a signis autem 𝔅. 24 *καθ' ἃ*] ubi 𝔅, om. A. In fig. pro *O* hab. *Σ* A𝔅; mg. 𝔅: ponende autem alique littere que male erant in exemplari.

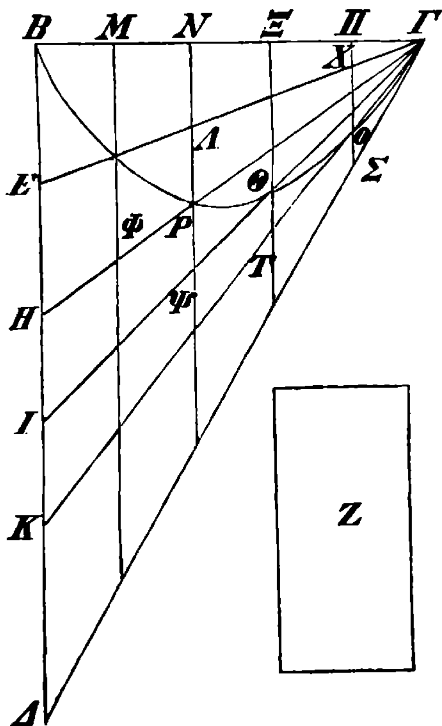
$$B\Phi > P,\ \Theta E > X > Z\Phi,\ MH > \Psi > H\Theta,$$
$$NI > \Omega > \Pi I,\ \Xi I\Gamma > \Delta > \Gamma IO;$$

ergo constat ⟨propositum⟩.

XVI.

Rursus $B\Theta\Gamma$ segmentum sit linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, per B autem ducatur $B\Delta$ diametro parallela et a Γ puncto recta $\Gamma\Delta$ sectionem coni in Γ puncto contingens, spatium uero Z tertia pars sit trianguli $B\Delta\Gamma$. dico igitur, segmentum $B\Theta\Gamma$ aequale esse spatio Z.

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit; excessus igitur, quo segmentum $B\Theta\Gamma$ spatium Z excedit, sibi ipse additus maior erit triangulo $B\Gamma\Delta$ [p. 264, 9]. et fieri potest, ut sumatur spatium aliquod excessu minus, quod pars sit trianguli $B\Delta\Gamma$. sit igitur triangulus $B\Gamma E$ et excessu illo minor et pars trianguli $B\Delta\Gamma$; eadem autem pars rectae $B\Delta$ erit recta BE [Eucl. VI, 1]. diuidatur igitur recta $B\Delta$ in partes illas, et puncta diuisionum sint H, I, K, a punctis H, I, K autem ad punctum Γ rectae ducantur; secant igitur sectionem coni, quoniam recta $\Gamma\Delta$ eam in puncto Γ contingit; et per puncta, in quibus rectae illae sectionem secant, diametro parallelae ducantur rectae



$M\Phi$, NP, $\Xi\Theta$, ΠO; eae autem etiam rectae $B\Delta$ parallelae erunt [Eucl. I, 30]. iam quoniam est $B\Gamma E < B\Theta\Gamma \div Z$,

ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΜΦ, ΝΡ, ΞΘ, ΠΟ· ἐσσοῦνται δὲ αὗται καὶ παρὰ τὰν ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου, δῆλον, ὡς τὰ συναμφότερα τό τε Ζ χωρίον καὶ τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἐλάσσονά ἐντι τοῦ τμάματος. καὶ τῷ ΒΓΕ τριγώνῳ ἴσα τὰ τραπέζιά ἐντι, δι' ὧν ἁ τοῦ κώνου τομὰ πορεύεται, τὰ ΜΕ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ, καὶ τὸ ΓΟΣ τρίγωνον· τὸ μὲν γὰρ ΜΕ τραπέζιον κοινόν, τὸ δὲ ΜΛ ἴσον τῷ ΦΛ καὶ τὸ ΛΞ ἴσον τῷ ΘΡ καὶ τὸ ΧΞ ἴσον τῷ ΟΘ καὶ τὸ ΓΧΠ τρίγωνον τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ· τὸ δὴ Ζ χωρίον ἔλασσόν ἐστι τῶν τραπεζίων τῶν ΜΛ, ΞΡ, ΠΘ καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου. καί ἐστι τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ χωρίου· τὸ δὴ ΒΔΓ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν ΜΛ, ΡΞ, ΘΠ τραπεζίων καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν ἢ τριπλάσιον. οὐκοῦν οὐ μεῖζόν ἐστι τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου.

λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν ἄρα ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμάματος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ἔστω οὖν τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμάματος, τὸ ΒΕΓ τρίγωνον καὶ

---

1 *ΠΟ*] *Torellius*, *ΠΣ* AB. 3 *ΒΘΓ*] B, *ΒΘΙ* A. 8 *ΘΡ*, *ΘΟ*] A, *rt ts* B. 10 *ΟΘ*] A, *ts* B. 20 *ἄρα*] addidi, om. AB. 25 *ΒΔΓ*] A, *bgd* B. 27 *ΒΓΕ*] A, *beg* B.

adparet, esse $Z + B\Gamma E < B\Theta\Gamma$. triangulo $B\Gamma E$ autem aequalia sunt trapezia, per quae coni sectio ducta est, ME, $\Phi\Lambda$, ΘP, ΘO, cum triangulo $\Gamma O\Sigma$; nam trapezium ME commune est, et

$$M\Lambda = \Phi\Lambda,\ \Lambda\Xi = \Theta P,\ X\Xi = O\Theta,^{1)}\ \Gamma X\Pi = \Gamma O\Sigma;^{2)}$$

itaque erit

$$Z < M\Lambda + \Xi P + \Pi\Theta + \Pi O\Gamma.^{3)}$$

et $B\Delta\Gamma = 3\,Z$; itaque erit

$$B\Delta\Gamma < 3\,(M\Lambda + P\Xi + \Theta\Pi + \Pi O\Gamma);$$

quod fieri non potest; nam demonstratum est, maiorem eum esse quam triplo maiorem [prop. 14—15]. itaque segmentum $B\Theta\Gamma$ maius non est spatio Z.

dico igitur, id ne minus quidem esse. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur excessus, quo spatium Z segmentum $B\Theta\Gamma$ excedit, sibi ipse additus etiam triangulum $B\Delta\Gamma$ excedet [p. 264, 9]. et fieri potest, ut sumatur spatium excessu minus, ita ut pars sit trianguli $B\Delta\Gamma$. sit igitur triangulus $B\Gamma E$ et minor excessu et pars trianguli $B\Delta\Gamma$, et cetera eodem modo, quo supra [p. 294, 19], comparentur. quoniam igitur triangulus $B\Gamma E$ minor est excessu, quo spatium Z segmentum $B\Theta\Gamma$ excedit, triangulus

1) Nam $M\Lambda : \Phi\Lambda = N\Lambda : \Lambda P$ (ZMP. XXIV p. 180 nr. 11); et $N\Lambda = \Lambda P$, quia

$$N\Lambda : \Lambda P = BE : EH \text{ (ibid. p. 178 nr. 3)},$$

et $BE = EH$.

2) Nam $\Pi X = O\Sigma$, quia $BE = K\Delta$ (ibid. p. 178 nr. 3), et altitudo communis est.

3) Nam $ME + N\Phi + \Xi\Psi + \Pi T + \Pi\Sigma\Gamma > B\Theta\Gamma$ et

$$ME + \Phi\Lambda + \Theta P + \Theta O + \Gamma O\Sigma = B\Gamma E,$$

unde subtrahendo

$$M\Lambda + \Xi P + \Pi\Theta + \Pi O\Gamma > B\Theta\Gamma \div B\Gamma E.$$

et $B\Theta\Gamma \div B\Gamma E > Z$.

τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ἀμφότερα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ Ζ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου· ἔστιν γὰρ τὸ ΒΔΓ τοῦ μὲν Ζ τριπλάσιον, τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλασσον ἢ τριπλάσιον, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη· ἔλασσον ἄρα τὸ ΒΓΕ τρίγωνον καὶ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. ὥστε κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ τμάματος ἔλασσον εἴη κα καὶ τὸ ΓΒΕ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ ἴσον ἐὸν τὸ ΒΕΓ τρίγωνον τοῖς τραπεζίοις τοῖς ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ καὶ τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ, ἅ ἐντι μείζονα τῶν περιλειπομένων χωρίων. οὐκ ἄρα ἔλασσον τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον· ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα τῷ Ζ χωρίῳ.

ιζ'.

Τούτου δεδειγμένου φανερόν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον.

ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ Θ σαμεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΒΘΓ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ Θ σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος, ἁ ἀπὸ τοῦ Θ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν ΒΓ, καὶ ἁ ΒΓ ἐστι παρὰ τὰν ἐπιψαύουσαν τᾶς

---

6 ἄρα] A, ergo est 𝔅. 9 κα] addidi, om. A𝔅, ἂν G. ΓΒΕ] A, *bge* 𝔅. 10 ὅπερ] A, quod 𝔅. 12 ΘΡ] A, *rt*

$BE\Gamma$ et segmentum $B\Theta\Gamma$ simul sumpta minora sunt spatio Z. uerum etiam $Z < EM + \Phi N + \Psi\Xi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma$; nam $B\Delta\Gamma = 3Z$, et

$$B\Delta\Gamma < 3(EM + \Phi N + \Psi\Xi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma),$$

ut in propositione praecedenti[1]) demonstratum est; itaque

$$B\Gamma E + B\Theta\Gamma < EM + \Phi N + \Xi\Psi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma.$$

quare ablato, quod commune est, segmento triangulus ΓBE minor erit spatiis reliquis; quod fieri non potest; nam demonstratum est, triangulum $BE\Gamma$ aequalem esse trapeziis $EM + \Phi\Lambda + \Theta P + \Theta O + \Gamma O\Sigma$ triangulo [p. 296, 6], quae maiora sunt spatiis reliquis. itaque segmentum $B\Theta\Gamma$ minus non est spatio Z. at demonstratum est, id ne maius quidem esse; ergo segmentum aequale est spatio Z.

XVII.

Hoc demonstrato manifestum est, quoduis segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.

sit enim segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, uertex autem eius sit punctum Θ, et in eo inscribatur triangulus $B\Theta\Gamma$ eandem basim habens, quam segmentum, altitudinemque aequalem. iam quoniam punctum Θ uertex est segmenti, recta a puncto Θ diametro parallela ducta rectam $B\Gamma$ in duas partes aequales diuidit,[2]) et recta $B\Gamma$ rectae in Θ sectionem contingenti parallela est

1) H. e. prop. 14—15, quae fortasse in unum coniungendae erant.

2) Per conuersam prop. 18. mirum est, Archimedem iam hoc loco nomina *βάσις τοῦ τμάματος* et *κορυφὰ τοῦ τμάματος* usurpasse, quae infra demum (p. 300, 12) definiuntur.

𝔅. 15 δέ] A, ergo 𝔅. ἄρα] A, est ergo 𝔅. 17 τούτου] A, hoc autem 𝔅. 27 καί] A𝔅, ἐπεί *Nizzius*.

τομᾶς κατὰ τὸ Θ. ἄχθω δὲ ἁ ΕΘ παρὰ τὰν διάμετρον, ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν ΚΘ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, ἁ δὲ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ δὲ ΕΓ παράλληλός ἐστι τᾷ ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΘΓ τριγώνου. ἐπεὶ δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ μὲν ΒΘΓ τμάματος τριπλάσιόν ἐστι, τοῦ δὲ ΒΘΓ τριγώνου τετραπλάσιον, δῆλον, ὡς ἐπίτριτόν ἐστι τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ ΒΘΓ τριγώνου.

Τῶν τμαμάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλέω τὰν εὐθεῖαν, ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν κάθετον ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα κάθετος ἄγεται.

ιη'.

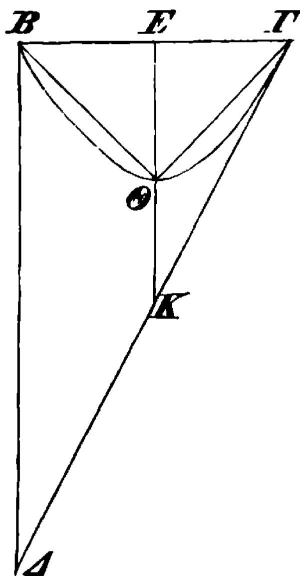
Εἴ κα ἐν τμάματι, ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον, κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.

ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΒΓ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ ἄχθω ἁ ΔΒ παρὰ τὰν διάμετρον. ἐπεὶ οὖν

---

7 Θ] A, *t* equalis est quae *te* ipsi *tk* 𝔅. τὸ ΒΔΓ τρίγωνον] A, trigonum ergo *bdg* 𝔅. 10 τμᾶμα] 𝔅, om. A. 11 ΒΘΓ] mg. 𝔅, ΒΔΓ A𝔅. 14 ἀπὸ] 𝔅EG, απο επι A. 15 ἀγομέναν] 𝔅G, απτομεναν A.

[prop. 1, b]. ducatur autem $E\Theta$ diametro parallela, et etiam a puncto B diametro parallela ducatur $B\Delta$, a Γ autem recta $\Gamma\Delta$ coni sectionem in puncto Γ contingens. quoniam igitur recta $K\Theta$ diametro parallela est, $\Gamma\Delta$ autem sectionem in Γ contingit, et $E\Gamma$ rectae sectionem in Θ contingenti parallela est, erit $B\Delta\Gamma = 4\ B\Theta\Gamma$.[1]) et quoniam triangulus $B\Delta\Gamma$ triplo maior est segmento $B\Theta\Gamma$ [prop. 16], triangulo autem $B\Theta\Gamma$ quadruplo maior, adparet, segmentum $B\Theta\Gamma$ tertia parte maius esse triangulo $B\Theta\Gamma$.



Segmentorum linea recta et curua aliqua linea comprehensorum basim uoco lineam rectam, altitudinem autem maximam earum rectarum, quae a curua linea ad basim perpendiculares ducantur, uerticem uero punctum, unde perpendicularis maxima ducatur.

XVIII.

Si in segmento linea recta et coni rectanguli sectione comprehenso a media basi recta diametro parallela ducitur, uertex segmenti erit punctum, in quo recta diametro parallela coni sectionem secat.[2])

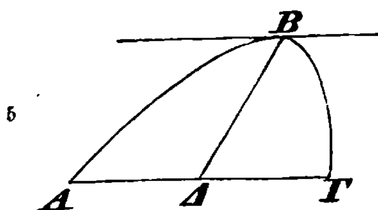
sit enim $AB\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et a media recta $A\Gamma$ ducatur ΔB diametro parallela. quoniam igitur in sectione coni rect-

---

1) Nam $EK : B\Delta = E\Gamma : B\Gamma$ [Eucl. VI, 4] $= 1 : 2$. sed $E\Theta = \Theta K$ (prop. 2); quare $E\Theta : B\Delta = 1 : 4 = B\Theta\Gamma : B\Gamma\Delta$ (ZMP. XXIV p. 178 nr. 7).

2) Recta ΔB diametrus segmenti erit (cfr. ZMP. XXV p. 44 et p. 51 nr. 14). tum cfr. Apollon. Con. I def. 4: κορυφὴν δὲ τῆς γραμμῆς τὸ πέρας τῆς εὐθείας (h. e. τῆς διαμέτρου) τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ.

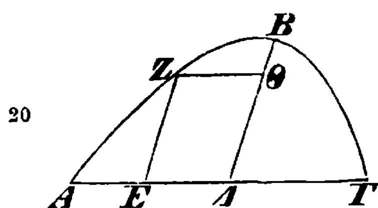
ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἁ ΒΔ ἆκται παρὰ τὰν διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΔ, ΔΓ, δῆλον, ὡς παραλλήλοι ἐντι ἅ τε ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. φανερὸν οὖν, ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομενᾶν καθέτων μεγίστα ἐσσεῖται ἁ ἀπὸ τοῦ Β ἀγομένα· κορυφὰ οὖν ἐστιν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον.



ιθ'.

Ἐν τμάματι περιεχομένῳ ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἁ μὲν ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ, ἁ δὲ ΕΖ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΔ, ἄχθω δὲ καὶ ἁ ΖΘ παρὰ ΑΓ. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἆκται, καὶ αἱ ΑΔ, ΖΘ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσάν ἐντι, δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΖΘ δυνάμει· τετραπλασία ἄρα ἐστὶν καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπίτριτός ἐστιν ἁ ΒΔ τᾶς ΕΖ μάκει.



κ'.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐ-

anguli recta $B\varDelta$ diametro parallela ducta est, et $A\varDelta = \varDelta\Gamma$, adparet, rectam $A\Gamma$ rectamque in puncto B sectionem coni contingentem parallelas esse [prop. 1, b]. itaque manifestum est, rectarum, quae a sectione ad rectam $A\Gamma$ perpendiculares ducantur, maximam fore rectam a puncto B ductam;[1]) ergo punctum B uertex est sectionis [p. 300, 15].

XIX.

In segmento linea recta et sectione coni rectanguli comprehenso recta a media basi ⟨diametro parallela⟩ ducta tertia parte maior est longitudine quam recta a media basi dimidia ⟨eodem modo⟩ ducta.

sit enim $AB\Gamma$ segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, et diametro parallelae ducantur a media recta $A\Gamma$ recta $B\varDelta$, a media autem recta $A\varDelta$ recta EZ, et ducatur etiam $Z\Theta$ rectae $A\Gamma$ parallela. quoniam igitur in sectione coni rectanguli $B\varDelta$ diametro parallela ducta est, et rectae $A\varDelta$, $Z\Theta$ rectae in B contingenti parallelae sunt,[2]) adparet, esse $B\varDelta : B\Theta = A\varDelta^2 : Z\Theta^2$ [prop. 3]; itaque etiam $B\varDelta = 4\,B\Theta$.[3]) ergo manifestum est, esse $B\varDelta = \frac{4}{3}\,EZ$.[4])

XX.

Si in segmento linea recta et coni rectanguli sectione comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens,

1) Nam, si ullius puncti sectionis distantia maior esset, pars sectionis extra rectam in B contingentem caderet; itaque coni sectionem secaret, quod contra hypothesim est.

2) Quia $A\varDelta = \varDelta\Gamma$; tum u. prop. 1, b.

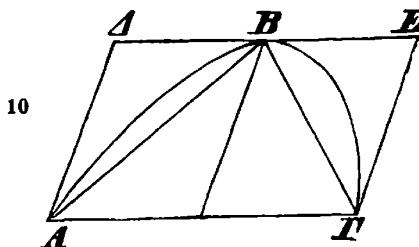
3) Nam $A\varDelta = 2\,Z\Theta$.

4) Nam $\Theta\varDelta = 3\,B\Theta = EZ$.

1 *κώνου*] *Torellius*, om. A𝔅. 2 *παραλλήλοι*] G, *παραλληλος* A𝔅. 6 *τᾶν*] *Torellius*, om. A. 7 *ἀγομενᾶν*] 𝔅, *αγομενας* A. *καθέτων*] scripsi, *καθετος* A𝔅. 11 *ἐν τμάματι περιεχομένῳ*] 𝔅, *εικα τμημα περιεχομενον* A. 22 *κατὰ τὸ Β*] A, om. 𝔅. 23 *ἐντι*] 𝔅, *αι μεν τι* A. *τὸν αὐτὸν*] e corr. G, *ταν αυταν* A. *ἔχει*] 𝔅, *εχοντι* A.

τὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, μεῖξον ἐσσεῖται τὸ ἐγγραφὲν τρίγωνον ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ τὰν αὐτὰν ἔχον βάσιν τῷ ὅλῳ καὶ ὕψος ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον τῷ τμάματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἀναγκαῖον, τὸ Β σαμεῖον κορυφὰν εἶμεν τοῦ τμάματος· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψανούσᾳ τᾶς τομᾶς. ἄχθω ἁ ΔΕ διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ αἱ ΑΔ, ΓΕ παρὰ τὰν διάμετρον· πεσοῦνται δὴ αὗται ἐκτὸς τοῦ τμάματος. ἐπεὶ οὖν ἥμισύ ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΔΕΓ παραλληλογράμμου, φανερόν, ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ τμάματος.



ΠΟΡΙΣΜΑ.

Δεδειγμένου δὲ τούτου δῆλον, ὅτι ὡς ἐς τοῦτο τὸ τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ περιλειπόμενα τμάματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου· ἀφαιρουμένου γὰρ ἀεὶ μείζονος τοῦ ἡμίσεος διὰ τοῦτο φανερόν, ὅτι ἐλασσοῦντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμάματα ποιήσομες ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

10 *ἄχθω*] A, ducatur autem 𝔅. 11 *ΔΕ*] A, *ze* 𝔅. 12 *τῶν*] *Basil.*, *ταν* A. 13 *ΑΔ*] A, *az* 𝔅. 15 *ΑΔΕΓ*] A, *azeg* 𝔅. 18 *πόρισμα*] om. A𝔅. 19 *δεδειγμένου δὲ τούτου*] 𝔅, *δεδειγμενου* A, *τούτου δεδειγμένου* G. *ὅτι ὡς*] A, quod 𝔅; fort. *ὅτι*; cfr. p. 308, 20. 21 *περιλειπόμενα*] 𝔅G, *περιπομενα* D, *περιεπόμενα* EH.

quam segmentum, altitudinemque eandem, triangulus inscriptus maior erit dimidia parte segmenti.

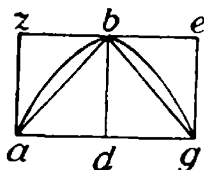
sit enim $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et in eo inscribatur triangulus $AB\Gamma$ eandem basim habens, quam totum segmentum, altitudinemque aequalem. quoniam igitur triangulus eandem basim habet, quam segmentum, altitudinemque eandem, necesse est, punctum B uerticem esse segmenti;[1]) itaque $A\Gamma$ rectae in B sectionem contingenti parallela est.[2]) ducatur per punctum B rectae $A\Gamma$ parallela recta ΔE, et a punctis A, Γ diametro parallelae rectae $A\Delta$, ΓE; cadent igitur extra segmentum.[4]) quoniam igitur triangulus $AB\Gamma = \frac{1}{2} A\Delta E\Gamma$ [Eucl. I, 41], manifestum est, maiorem eum esse dimidia parte segmenti.

COROLLARIUM.

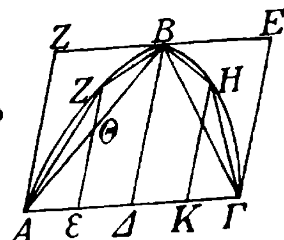
Hoc autem demonstrato adparet, fieri posse, ut in tali segmento polygonum inscribatur, ita ut segmenta reliqua minora sint quouis spatio dato; nam si semper spatium, quod propter hanc propositionem [20] maius est parte dimidia, abstulerimus, manifestum est, nos spatia reliqua semper minuentes ⟨aliquando⟩ ea minora facturos esse quouis spatio dato [Eucl. X, 1].

1) Nam altitudo trianguli recta est a B ad $A\Gamma$ perpendicularis, quae cum etiam segmenti sit altitudo, maxima erit rectarum a sectione ad $A\Gamma$ perpendicularium (p. 300, 14); tum u. p. 300, 15.
2) Nam recta a B diametro parallela ducta rectam $A\Gamma$ in duas partes aequales diuidet (per conuersam prop. 18; cfr. prop. 17 p. 298, 25); tum u. prop. 1, b.
3) De conoid. 16; ZMP. XXV p. 53 nr. 19.

In 𝔅 fig. haec est



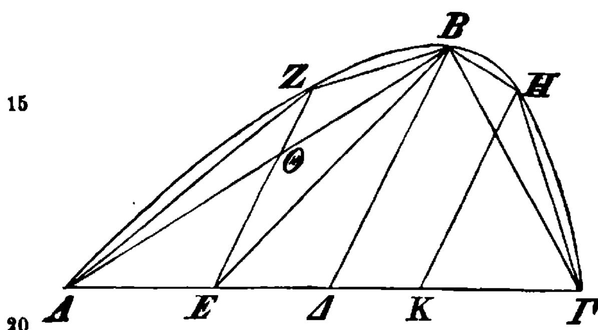
In D uero haec



κα'.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμάματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων ὀκταπλάσιον ἐσσεῖται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμᾶμα ἐγγραφέν.

ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἴρηται, καὶ τετμάσθω ἁ ΑΓ δίχα τῷ Δ, ἁ δὲ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον· τὸ Β ἄρα σαμεῖον κορυφά ἐστιν τοῦ τμάματος.



τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. πάλιν τετμάσθω δίχα ἁ ΑΔ τῷ Ε, καὶ ἄχθω ἁ ΕΖ παρὰ τὰν διάμετρον, τετμάσθω δὲ ἁ ΑΒ κατὰ τὸ Θ· τὸ ἄρα Ζ σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος τοῦ ΑΖΒ. τὸ δὴ ΑΖΒ τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ [ΑΖΒ] τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. δεικτέον, ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΖΒ τριγώνου.

ἔστιν οὖν ἁ ΒΔ τᾶς μὲν ΕΖ ἐπίτριτος, τᾶς δὲ ΕΘ διπλασία· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΕΘ τᾶς ΘΖ. ὥστε καὶ τὸ ΑΕΒ τρίγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΖΒΑ· τὸ μὲν γὰρ ΑΕΘ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΘΖ, τὸ δὲ ΘΒΕ τοῦ ΖΘΒ. ὥστε τὸ ΑΒΓ τοῦ ΑΖΒ ἐστιν ὀκταπλάσιον.

XXI.

Si in segmento linea recta et coni rectanguli sectione comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, altitudinemque eandem, et etiam in segmentis reliquis alii trianguli inscribuntur eandem basim habentes, quam segmenta, altitudinemque eandem, triangulus in toto segmento inscriptus aequalis erit utriuis triangulorum in segmentis reliquis inscriptorum octies sumpto.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et recta $A\Gamma$ in puncto Δ in duas partes aequales diuidatur, $B\Delta$ autem diametro parallela ducatur; punctum B igitur uertex est segmenti [prop. 18]. itaque triangulus $AB\Gamma$ eandem basim habet, quam segmentum, altitudinemque eandem.[1] rursus recta $A\Delta$ in puncto E in duas partes aequales diuidatur, diametro autem parallela ducatur EZ, et recta AB ab ea in Θ secetur; punctum Z igitur uertex est segmenti AZB.[2] quare triangulus AZB eandem basim habet, quam segmentum AZB, altitudinemque eandem. demonstrandum est, esse

$$AB\Gamma = 8\,ABZ.$$

est igitur $B\Delta = \frac{4}{3}\,EZ$ [prop. 19] $= 2\,E\Theta$;[3] itaque $E\Theta = 2\,\Theta Z$.[4] quare etiam $AEB = 2\,ZBA$; nam

$$AE\Theta = 2\,A\Theta Z \text{ et } \Theta BE = 2\,Z\Theta B \text{ [Eucl. VI, 1]}.$$

---

1) Nam altitudo trianguli recta est ab B ad $A\Gamma$ perpendicularis, quae eadem altitudo est segmenti, quia B uertex est (p. 300, 15).

2) Nam $E\Theta \parallel B\Delta$ [Eucl. I, 30]; itaque $AE : E\Delta = A\Theta : \Theta B$ [Eucl. VI, 2]. et $AE = E\Delta$; quare $A\Theta = \Theta B$; tum u. prop. 18.

3) Nam $AE : A\Delta = E\Theta : B\Delta$ [Eucl. VI, 4] $= 1 : 2$.

4) Nam $E\Theta = \frac{2}{3}\,EZ$; itaque $\Theta Z = \frac{1}{3}\,EZ$.

---

21 Θ] A, *t* in duo equa 𝔅. In fig. ducta est BK in 𝔅, sed *k* expunctum et mg. adscr. male figurata. **23** τῷ] GH, το A. AZB] A, om. 𝔅; fort. delendum. **25** AZB] 𝔅, ABZ A.

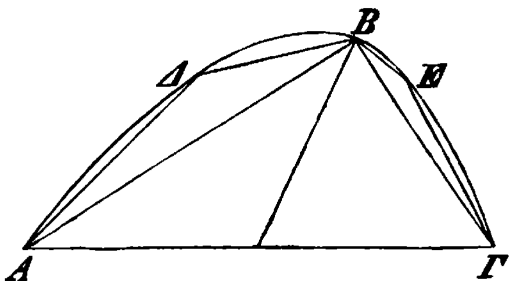
ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τοῦ εἰς τὸ ΒΗΓ τμᾶμα ἐγγραφέντος.

κβʹ.

Εἴ κα ᾖ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, ᾖ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμάματος.

ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΔΒΕΓ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, χωρία δὲ ἔστω ὁποσαοῦν ἑξῆς κείμενα τὰ Ζ, Η, Θ, Ι, τετραπλάσιον δὲ ἔστω τὸ ἀγούμενον τοῦ ἑπομένου, μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἔστω τὸ Ζ ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον. λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τῶν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων μεῖζόν ἐστιν.

ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κορυφὰ τὸ Β, τῶν δὲ περιλειπομένων τμαμάτων τὰ Δ, Ε. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὀκταπλάσιόν ἐστιν ἑκατέρου τῶν ΑΔΒ, ΒΕΓ τριγώνων, δῆλον, ὅτι ὡς ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐστι τετραπλάσιον. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ Ζ χωρίῳ, κατὰ ταῦτα δὴ καὶ τὰ ΑΔΒ, ΒΕΓ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ Η χωρίῳ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι καὶ τὰ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ ἴσα ἐντὶ τῷ Θ καὶ τὰ ἐς



ergo $AB\Gamma = 8\,AZB$.[1]) et eodem modo demonstrabimus, esse etiam $AB\Gamma = 8\,BH\Gamma$.

XXII.

Si datum est segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et ponuntur spatia quotlibet, quae deinceps in quadrupla proportione sunt, maximumque spatium aequale est triangulo basim habenti eandem, quam segmentum, et altitudinem eandem, omnia simul spatia minora erunt segmento.

sit enim $A\Delta BE\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et ponantur quotlibet spatia deinceps Z, H, Θ, I, praecedens autem quadruplo maius sit sequenti, maximumque sit Z, et Z aequale sit triangulo basim eandem habenti, quam segmentum, altitudinemque aequalem. dico, segmentum maius esse spatiis Z, H, Θ, I.

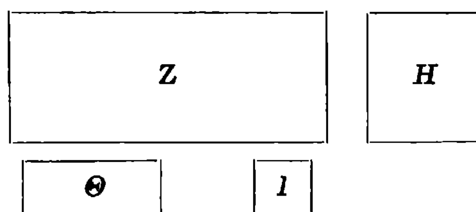
totius segmenti uertex sit B et segmentorum reliquorum uertices Δ, E. quoniam igitur

$$AB\Gamma = 8\,AB\Delta = 8\,BE\Gamma \text{ [prop. 21]},$$

adparet, esse $AB\Gamma = 4\,(AB\Delta + BE\Gamma)$. et quoniam

$$AB\Gamma = Z,$$

ideo erit $A\Delta B + BE\Gamma = H$. similiter autem demonstra-



bimus, etiam triangulos in reliquis segmentis inscriptos eandem basim habentes, quam segmenta, altitudinemque eandem

1) Nam $AB\Gamma = 2\,AB\Delta = 2\,(ABE + BE\Delta) = 4\,ABE$.

1 τμᾶμα] τμῆμα 𝔅G, τμηματος A. 19 $A\Delta B$] 𝔅, $AB\Delta$ A. 20 ὅτι ὡς] A, quod 𝔅, ὡς H; fort. ὡς delendum; cfr. p. 304, 19. 24 ταῦτα δὴ] scripsi, τα αυτα δε A𝔅. 30 ἴσα ἐντὶ] 𝔅G, ισων οντων A. τὰ ἐς] scripsi, ες A.

τὰ ὕστερον γενόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴσα τῷ Ι χωρίῳ· σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴσα ἐσσοῦνται πολυγώνῳ τινὶ ἐγγραφέντι εἰς τὸ τμᾶμα. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐλάσσονά ἐστι τοῦ τμάματος.

κγ'.

Εἴ κα μεγέθεα τεθέωντι ἑξῆς ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, τὰ πάντα μεγέθεα καὶ ἔτι τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος ἐς τὸ αὐτὸ συντεθέντα ἐπίτριτα ἐσσοῦνται τοῦ μεγίστου.

ἔστω οὖν ὁποσαοῦν μεγέθεα ἑξῆς κείμενα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε τετραπλασίονα ἕκαστον τοῦ ἑπομένου, μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Α, ἔστω δὲ τὸ μὲν Ζ τρίτον τοῦ Β, τὸ δὲ Η τοῦ Γ, τὸ δὲ Θ τοῦ Δ, τὸ δὲ Ι τοῦ Ε. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ζ τοῦ Β τρίτον μέρος ἐστίν, τὸ δὲ Β τοῦ Α τέταρτον μέρος ἐστίν, ἀμφότερα τὰ Β, Ζ μέρος τρίτον ἐστὶ τοῦ Α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ Η, Γ τοῦ Β καὶ τὰ Θ, Δ τοῦ Γ καὶ τὰ Ι, Ε τοῦ Δ· καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι τρίτον μέρος ἐστὶ τῶν συμπάντων τῶν Α, Β, Γ, Δ. ἐντὶ δὲ καὶ αὐτὰ τὰ Ζ, Η, Θ τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν Β, Γ, Δ· καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ι τοῦ λοιποῦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ Α. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε καὶ τὸ Ι, τουτέστι τὸ τρίτον τοῦ Ε, τοῦ Α ἐστιν ἐπίτριτα.

---

2 *Ι*] 𝕭G, ϙω̅ι̅ A. *προτεθέντα*] A, premissa 𝕭. 4 *ἐλάσσονά*] 𝕭, *ελασσον* A. 6 *τεθέωντι*] scripsi, *συντεθεωντι* A𝕭. 11 *τετραπλασίονα*] A; *τετραπλάσιον* 𝕭, *Nizzius*. 16 *δὴ*] A𝕭, fort. *δὲ*. 18 *Η, Θ, Ι*] 𝕭G; *Ε, Θ, Γ* A. 19 *Δ*] *Torellius*; *Δ, Ε* A𝕭.

aequales esse spatio Θ, et triangulos in segmentis deinde ortis inscriptos aequales spatio I; omnia igitur simul spatia data aequalia erunt polygono cuidam in segmento inscripto. ergo manifestum est, minora ea esse segmento.

XXIII.

Si magnitudines quaedam ponuntur in quadrupla deinceps proportione, omnes magnitudines et praeterea tertia pars minimae simul sumptae tertia parte maiores erunt maxima.[1])

ponantur igitur deinceps quotlibet magnitudines A, B, Γ, Δ, E, singulae quadruplo maiores sequenti, et maxima sit A, sit autem $Z = \frac{1}{3} B$, $H = \frac{1}{3} \Gamma$, $\Theta = \frac{1}{3} \Delta$, $I = \frac{1}{3} E$. quoniam igitur est $Z = \frac{1}{3} B$ et $B = \frac{1}{4} A$, erit $B + Z = \frac{1}{3} A$. eadem de causa etiam

$$H + \Gamma = \tfrac{1}{3} B,\ \Theta + \Delta = \tfrac{1}{3} \Gamma,\ I + E = \tfrac{1}{3} \Delta;$$

erit igitur etiam

$$B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta + I = \tfrac{1}{3}(A + B + \Gamma + \Delta).$$

A B Γ Δ E Z H Θ I

est autem etiam $Z + H + \Theta = \frac{1}{3}(B + \Gamma + \Delta)$ [ex hypothesi]; quare etiam $B + \Gamma + \Delta + E + I = \frac{1}{3} A$. ergo adparet, esse $A + B + \Gamma + \Delta + E + I$, h. e.

$$A + B + \Gamma + \Delta + E + \tfrac{1}{3} E = \tfrac{4}{3} A.$$

---

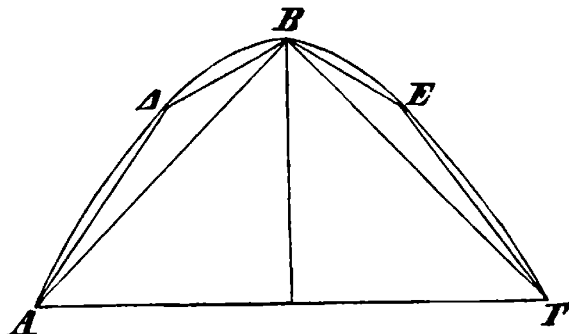
1) Cfr. Quaest. Arch. p. 57—58. idem generaliter demonstrat Euclides Elem. IX, 35 (monente Ludouico Oppermann).

κδʹ.

Πᾶν τμᾶμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

ἔστω γὰρ τὸ *ΑΔΒΕΓ* τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ δὲ *ΑΒΓ* τρίγωνον ἔστω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, τοῦ δὲ *ΑΒΓ* τριγώνου ἔστω ἐπίτριτον τὸ *Κ* χωρίον. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ *ΑΔΒΕΓ* τμάματι.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον τὸ *ΑΔΒΕΓ* τμᾶμα τοῦ *Κ* χωρίου. ἐνέγραψα δὴ τὰ *ΑΔΒ*, *ΒΕΓ* τρίγωνα,



ὡς εἴρηται, ἐνέγραψα δὲ καὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἄλλα τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὕστερον γινόμενα τμάματα ἐγγράφω δύο τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἐσσοῦνται δὴ τὰ καταλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ *ΑΔΒΕΓ* τμᾶμα τοῦ *Κ* χωρίου. ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μεῖζον ἐσσεῖται τοῦ *Κ*· ὅπερ ἀδύνατον. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ἑξῆς κεί-

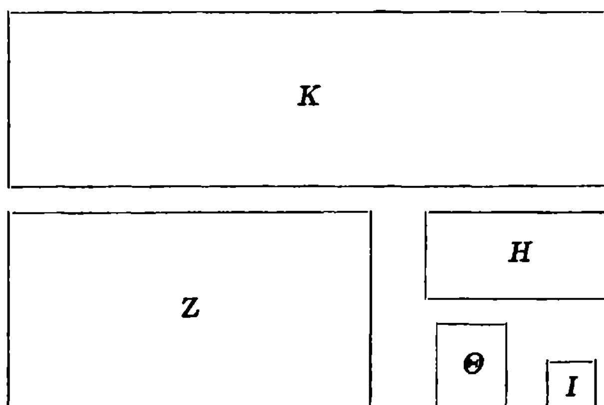
XXIV.

Quoduis segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum tertia parte maius est triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, altitudinemque aequalem.

sit enim $A\Delta BE\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et $AB\Gamma$ triangulus sit eandem basim habens, quam segmentum, altitudinemque aequalem, sit autem $K = \frac{4}{3} AB\Gamma$. demonstrandum est, esse

$$K = A\Delta BE\Gamma.$$

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius,



si fieri potest, segmentum $A\Delta BE\Gamma$ maius sit spatio K. inscripsi igitur triangulos $A\Delta B$, $BE\Gamma$ ita, ut diximus, et etiam in segmentis reliquis alios triangulos inscripsi eandem basim habentes, quam segmenta, altitudinemque eandem, et semper in segmentis deinde ortis triangulos inscribo eandem basim habentes, quam segmenta, altitudinemque eandem; erunt igitur ⟨aliquando⟩ segmenta reliqua minora excessu, quo segmentum $A\Delta BE\Gamma$ spatium K excedit [prop. 20 coroll.]. itaque polygonum inscriptum maius erit spatio K; quod

9 τῷ] G, e corr. E, το A. 12 $A\Delta BE\Gamma$] B, $A\Delta EB\Gamma$ A. 17 δύο] AB; melius abesset. 20 $A\Delta BE\Gamma$] B, $A\Delta EB\Gamma$ A. 22 γάρ] addidi, om. AB.

μενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, πρῶτον μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τῶν ΑΔΒ, ΒΕΓ τριγώνων, ἔπειτα δὲ αὐτὰ ταῦτα τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἑπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων καὶ ἀεὶ οὕτω, δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐστιν ἢ ἐπίτριτα τοῦ μεγίστου, τὸ δὲ Κ ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ μεγίστου χωρίου. οὐκ ἄρα ἐστὶν μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου.

ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. κείσθω δὴ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ Ζ, τοῦ δὲ Ζ τέταρτον τὸ Η, καὶ ὁμοίως τοῦ Η τὸ Θ, καὶ ἀεὶ ἑξῆς τιθέσθω, ἕως κα γένηται τὸ ἔσχατον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾅ ὑπερέχει τὸ Κ χωρίον τοῦ τμάματος, καὶ ἔστω ἔλασσον τὸ Ι· ἔστιν δὴ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία καὶ τὸ τρίτον τοῦ Ι ἐπίτριτα τοῦ Ζ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Κ τοῦ Ζ ἐπίτριτον· ἴσον ἄρα τὸ Κ τοῖς Ζ, Η, Θ, Ι καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ Ι. ἐπεὶ οὖν τὸ Κ χωρίον τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ Ι, τοῦ δὲ τμάματος μείζονι τοῦ Ι, δῆλον, ὡς μείζονά ἐντι τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμάματος· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γάρ, ὅτι, ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν χωρία ἑξῆς κείμενα ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ᾖ τῷ εἰς τὸ τμᾶμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμάματος. οὐκ ἄρα τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Κ χωρίου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον· ἴσον ἄρα ἐστὶν τῷ Κ. τὸ δὲ Κ χωρίον ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ· καὶ τὸ ΑΔΒΕΓ ἄρα τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

---

2 *τρίγωνον*] A, om. 𝔅. 3 *δὲ*] A, om. 𝔅. *αὐτὰ ταῦτα*] scripsi, *τα αυτα* A, ipsa 𝔅. 8 *δὴ*] A, itaque corr. ex autem 𝔅. *τὸ* — 9 *τῷ* Z] A𝔅; debuit esse *τῷ μὲν ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον τὸ Ζ*. 10 *ἕως κα γένηται*] scripsi, *ωστε καταγε-*

fieri non potest. nam quoniam deinceps posita sunt spatia quaedam in quadrupla proportione, primum triangulus $AB\Gamma$ quadruplo maior triangulis $A\Delta B$, $BE\Gamma$ [prop. 21; cfr. p. 308, 20], deinde hi ipsi quadruplo maiores triangulis in segmentis sequentibus inscriptis, et semper hoc modo, adparet, omnia simul spatia minora esse quam tertia parte maiora maximo [prop. 23], spatium autem K tertia parte maius est maximo spatio. itaque segmentum $A\Delta BE\Gamma$ maius non est spatio K.

sit autem, si fieri potest, minus. ponatur igitur

$$Z = AB\Gamma,\ H = \tfrac{1}{4} Z,\ \Theta = \tfrac{1}{4} H,$$

et deinceps spatia ponantur, dum fiat ultimum spatium minus excessu, quo spatium K segmentum excedit [Eucl. X, 1], sitque ⟨hoc excessu⟩ minus I; sunt igitur

$$Z + H + \Theta + I + \tfrac{1}{3} I = \tfrac{4}{3} Z \text{ [prop. 23].}$$

erat autem etiam $K = \frac{4}{3} Z$; itaque

$$K = Z + H + \Theta + I + \tfrac{1}{3} I.$$

iam quoniam spatium K spatia Z, H, Θ, I excedit spatio minore, quam est spatium I, segmentum uero spatio maiore, quam est I, adparet, spatia Z, H, Θ, I maiora esse segmento; quod fieri non potest; nam demonstratum est, si spatia quotlibet deinceps data sint in quadrupla proportione, et maximum triangulo in segmento inscripto aequale sit, omnia simul spatia minora fore segmento [prop. 22]. itaque segmentum $A\Delta BE\Gamma$ minus non est spatio K. demonstratum autem est, id ne maius quidem esse; itaque spatio K aequale est. uerum spatium K tertia parte maius est triangulo $AB\Gamma$; ergo etiam segmentum $A\Delta BE\Gamma$ tertia parte maius est triangulo $AB\Gamma$.

νηται A, ut fiat 𝔅. **13** *δὴ*] scripsi, *δε* A𝔅. **15** *ἄρα*] A, ergo est 𝔅. **16** *τῶν*] GH, *τῳ* A. **20** *ἐὰν*] A, om. 𝔅. **26** *ἄρα*] 𝔅, om. A. In fine: *Αρχιμηδους τετραγωνισμος* A (*παραβολης* add. D), 'explicit liber qui dicitur quadratura parabole (in ras.) 𝔅. Deinde add. D: ΕΥΤΥΧΟΙΗΣ | ΛΕΟΝ ΓΕΩΜΕΤΡΑ · — | + *πολλοὺς ἐς λυκάβαντας ἴοις πολὺ φίλτατε μούσαις*: ∼

DE CORPORIBUS FLUITANTIBUS

LIBRI I—II.

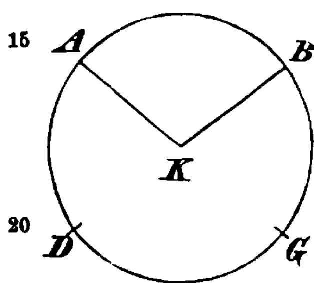
88v col. 2

Ἀρχιμήδους Ὀχουμένων α'.

Ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν φύσιν ἔχον | τοιαύταν, ὥστε τῶν μερέων αὐτοῦ | τῶν ἐξ ἴσου κειμένων καὶ συνε- | χέων ἐόντων ἐξωθεῖσθαι τὸ ἧσσον | θλιβόμενον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον θλι|βλομένου, καὶ ἕκαστον δὲ τῶν μερέων | αὐτοῦ θλίβεσθαι τῷ ὑπεράνω αὐ|τοῦ ὑγρῷ κατὰ κάθετον ἐόντι, εἴ | κα μὴ τὸ ὑγρὸν ᾖ καθειργμένον ἔν | τινι καὶ ὑπὸ ἄλλου τινὸς θλιβόμε|νον.

α'.

Εἴ κα ᾖ ἐπιφάνειά τις ἐπιπέ|δῳ τεμνομένα διά τινος ἀεὶ τοῦ | αὐτοῦ σαμείου τὰν τομὰν ποιέοντι | *circuli periferiam centrum habentem signum, per quod plano secatur, sperae erit superficies.*



sit enim superficies aliqua secta per signum K plano semper sectionem faciente circuli periferiam, centrum autem ipsius K. si igitur ipsa superficies non est sperae superficies, non erunt omnes quae a centro ad superficiem occurrentes lineae aequales. sint itaque quae A, B, G, D signa in superficie, et inaequales quae AK, KB, per ipsas autem KA,

---

C𝔅.

1 liber Archimedis de insidentibus aque 𝔅. 4 ἧσσον C. 7 ἐόντι] 𝔅, Arabs (Wiedemann, Sitzungsber. d. physik.-med. Sozietät in Erlangen XXXVIII p. 154), διότι C. μὴ] C, Arabs; om. 𝔅. καθειργμένον] Arabs, καθιέμενον 𝔅C. 10 Εἴ κα ᾖ] scripsi, καὶ C, si 𝔅. 11 ποιέοντι] des. C.

De corporibus fluitantibus liber I.

Supponatur, humidum eius modi esse naturae, ut ex partibus eius ex aequo positis continuisque minus pressa a magis pressa propellatur, et praeterea singulae partes eius humido supra perpendiculariter posito premantur, nisi humidum uase aliquo contineatur et ab alia aliqua re prematur.

I.

Si superficies est aliqua plano per idem semper punctum secta, quod sectionem facit

---

KB planum educatur et faciat sectionem in superficie lineam DABG; circuli ergo est ipsa, centrum autem ipsius K, quoniam supponebatur superficies talis. non sunt ergo inaequales lineae KA, KB; necessarium igitur est, superficiem esse sperae superficiem.

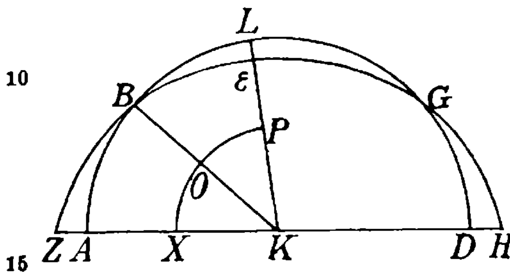
II.

Omnis humidi consistentis ita, ut maneat inmotum, superficies habebit figuram sperae habentis centrum idem cum terra.

Intelligatur enim humidum consistens ita, ut maneat non motum, et secetur ipsius superficies plano per centrum terrae, sit autem terrae centrum K, superficiei autem sectio linea ABGD. dico itaque, lineam ABGD circuli esse periferiam, centrum autem ipsius K.

si enim non est, rectae a K ad lineam ABGD occurrentes non erunt aequales. sumatur itaque aliqua recta, quae est quarundam quidem a K occurrentium ad lineam ABGD maior, quarundam autem minor, et centro quidem K, distantia autem sumptae lineae circulus describatur; cadet igitur periferia circuli habens hoc quidem extra lineam ABGD, hoc autem intra, quoniam quae ex centro quarundam quidem a K

occurrentium ad lineam ABGD est maior, quarundam autem minor. sit igitur descripti circuli periferia quae ZBH, et a B ad K recta ducatur, et copulentur quae ZK, KEL aequales facientes angulos, describatur autem et centro K periferia quaedam quae XOP in plano et in humido; partes itaque humidi quae secundum XOP periferiam ex aequo sunt positae et continuae inuicem. et premuntur quae quidem secundum XO periferiam humido quod secundum ZB locum, quae autem secundum periferiam OP humido quod secundum BE locum; inaequaliter igitur premuntur partes humidi quae secundum periferiam XO ei quae



56r col. 1 [ἢ] κατὰ τὰν ΟΠ· ὥστε ἐξωθήσον|ται τὰ ἧσσον θλιβόμενα ὑπὸ τῶν | μᾶλλον θλιβομένων· οὐ μένει ἄρα | τὸ ὑγρόν. ὑπέκειτο δὲ καθεστα|κὸς εἶμεν ὥστε μένειν ἀκίνη|τον· ἀναγκαῖον ἄρα τὰν ΑΒΓΔ | γραμμὰν κύκλου περιφέρειαν εἶ|μεν καὶ κέντρον αὐτᾶς τὸ Κ. ὁμοί|ως δὴ δειχθήσεται καί, ὅπως κα | ἄλλως ἁ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐ|πιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου | τᾶς γᾶς, ὅτι ἁ τομὰ ἐσσεῖται κύ|κλου περιφέρεια, καὶ κέντρον | αὐτᾶς ἐσσεῖται, ὃ καὶ τᾶς γᾶς | ἐστι κέντρον. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ ἐπιφά|νεια τοῦ ὑγροῦ καθεστακότος | ἀκινήτου σφαίρας ἔχει τὸ σχῆ|μα τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσας τᾷ | γᾷ, ἐπειδὴ τοιαύτα ἐστίν, ὥστε | ⟨διὰ τοῦ
49v col. 1 αὐτοῦ σαμείου τμαθεῖσ⟩|αν τὰν τομὰν ποιεῖν περιφέρει|αν κύκλου κέντρον ἔχοντος τὸ | σαμεῖον, δι' οὗ τέμνεται τῷ ἐπιπέδῳ.

γ'.

Τῶν στερεῶν μεγεθέων τὰ | ἰσοβαρέοντα τῷ ὑγρῷ ἀφεθέν|τα εἰς τὸ ὑγρὸν καταβασοῦνται, | ὥστε τᾶς ἐπι-

secundum *ΟΠ*; quare minus pressa a magis pressis expellentur [p. 318, 1 sqq.]; itaque humidum non manet. supposuimus autem, id ita constare, ut immotum maneat; itaque necesse est, lineam *ΑΒΓΔ* ambitum circuli esse centrumque eius *K*. similiter igitur demonstrabimus, quocunque alio modo superficies humidi plano per centrum terrae secta fuerit, sectionem sic quoque ambitum circuli fore centrumque eius idem fore, quod etiam terrae centrum sit. ergo adparet, superficiem humidi immoti constantis sphaerae figuram habere idem centrum habentis, quod terra, quoniam eius modi est, ut per idem punctum secta sectionem efficiat ambitum circuli centrum habentis punctum, per quod plano secatur [prop. I].

III.

Solidarum magnitudinum quae eandem grauitatem habent ac humidum, in humidum demissae ita mergentur, ut super-

---

3 *ZK*] *hk*[z] 𝔅. 7 et (alt.)] addidi, om. 𝔅. 9 *ZB*] 𝔅, mg. *xoba*. 12 *BE*] 𝔅, mg. *pobl*. 16 ἢ] inc. C; si uerum est, aliam huius loci formam significat, quam quae in 𝔅 est. ὥστε] C, quare n̄ 𝔅 (n̄ del.). 17 οὐ — ἄρα] C, non ergo constare fecimus aliquod 𝔅, mg. ου μη⸔τι. 18 εἶμεν] C, om. 𝔅. 21 δὴ] C, autem 𝔅. ὅπως κα ἄλλως] scripsi, ọ̔πως καὶ̣ ἄλλως C; quo 𝔅 seq. lac., in qua postea ins. modocumque aliter, mg. και πως ϛ̀ αλλως. 25 ὅτι] quod 𝔅, om. C. 27 τᾷ γᾷ] 𝔅, τᾶς γᾶς C. διὰ — 28 τμαθεῖσαν] secta per idem signum 𝔅. 29 κέντρον] C, mg. 𝔅. 30 seq. fig. in C. 31 γ′] 𝔅, euan. C. 32 ἰσοβαρέοντα] aequalis molis et aequalis ponderis 𝔅. 33 καταβασοῦνται] scripsi, καταβαροῦνται C, demergentur 𝔅.

φανείας τᾶς τοῦ ὑ|γροῦ μὴ ὑπερέχειν μηδέν, καὶ | οὐκέτι οἰσθήσονται ἐπὶ τὰ κάτω.

56r col. 2 ἀφείσθω γάρ τι στερεὸν μέ|γεθος εἰς τὸ ὑγρὸν τῶν ἰσοβαρέων | τῷ ὑγρῷ, καί, εἰ δυνατόν, ὑπερεχέ|τω τι αὐτοῦ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφα|νείας, καθεστάτω δὲ τὸ ὑγρόν, ὥστε | μένειν ἀκίνητον. νοείσθω δή τι ἐ|πίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε | τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ τοῦ ὑγροῦ | καὶ διὰ τοῦ στερεοῦ μεγέθεος, τομὰ | δὲ ἔστω τᾶς μὲν ἐπιφανείας τοῦ ὑ|γροῦ ἁ ΑΒΓΔ περιφέρεια, τοῦ δὲ στερεοῦ μεγέθεος τὸ ΕΖΗΘ σχῆ|μα, κέντρον δὲ τᾶς γᾶς τὸ Κ. ἔστω | δὴ τοῦ μὲν στερεοῦ τὸ μὲν ΒΓΗΘ | ἐν τῷ ὑγρῷ, τὸ δὲ ΒΕΖΓ ἐκτός. νο-|είσθω δὴ τὸ στερεὸν σχῆμα περιλαμ|βανόμενον πυραμοειδεῖ βάσιν | μὲν ἔχοντι τὸ παραλληλόγραμ|μον τὸ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ὑ|γροῦ, κορυφὰν δὲ τὸ κέντρον τᾶς γᾶς, | ⟨τομὰ δὲ ἔστω τοῦ τε ἐπιπ⟩έδου, ἐν ᾧ | 49v col. 2 ἐστιν ἁ ΑΒΓΔ περιφέρεια, καὶ τῶν | τᾶς πυραμίδος ἐπιπέδων αἱ | ΚΑ, ΚΜ. γεγράφθω τις ἄλλας σφαί-|ρας ἐπιφάνεια περὶ κέντρον | τὸ Κ ἐν τῷ ὑγρῷ τῷ ὑπὸ τοῦ ΕΖΗΘ | καὶ τεμνέσθω ἐπιπέδῳ, λελάφθω | δέ τις καὶ ἄλλα πυραμὶς ἴσα καὶ ὁ|μοία τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ | στερεὸν συνεχὴς αὐτᾷ, τομὰ δὲ | ἔστω τῶν ἐπιπέδων αὐτᾶς αἱ | ΚΜ, ΚΝ, καὶ ἐν τῷ ὑγρῷ νοείσθω | τι μέγεθος τοῦ ὑγροῦ ἀπολαμ|βανόμενον τὸ ΡΣΤΥ ἴσον καὶ ὅ|μοιον τῷ στερεῷ τῷ κατὰ τὰ | Β,

---

3 στερεὸν] C, om. 𝔅. 4 τι αὐτοῦ] C, ipsa 𝔅. 6 δή] C, autem 𝔅. 8 δὲ] 𝔅, om. C. 9 περιφέρεια] C, om. 𝔅. 10 σχῆμα] σχᾶμα C; insidentia 𝔅, mg. σχημα. 11 δὴ] C, autem 𝔅. μὲν στερεοῦ] C, solidae quidem magnitudinis 𝔅. 13 δὴ] C, et 𝔅. πυραμοειδεῖ] C, pyramide 𝔅. 16 τομὰ — ᾧ] sectio autem sit plani in quo 𝔅. 17 πυραμίδος] 𝔅, πυραμίδας C. 18 τις] C, autem quaedam 𝔅. 19 ἐπιφά-

ficiem humidi non excedant, nec ultra ad inferiora ferentur.[1])

demittatur enim in humidum solida aliqua magnitudo earum, quae eandem grauitatem habent ac humidum, et, si fieri potest, pars eius superficiem humidi excedat, humidum autem ita constet, ut immotum maneat. iam uero planum et per centrum terrae humidique et per magnitudinem solidam eductum fingatur, et sit superficiei humidi sectio arcus $AB\Gamma\Delta$, solidae autem magnitudinis figura $EZH\Theta$, centrum uero terrae K. solidae igitur magnitudinis pars $B\Gamma H\Theta$ in humido sit, $BEZ\Gamma$ autem extra. fingatur igitur solida magnitudo quasi quadam pyramide comprehensa basim habenti parallelogrammum in superficie humidi, uerticem autem centrum terrae, et sectio plani, in quo est arcus $AB\Gamma\Delta$, planorumque pyramidis sit $K\Lambda$, KM. describatur superficies aliqua alius sphaerae circum centrum K in humido, quod est sub $EZH\Theta$, planoque secetur, sumatur autem etiam alia quaedam pyramis ei, quae solidam magnitudinem comprehendit, aequalis et similis cum ea continue coniuncta, sectio autem planorum eius sit KM, KN, et in humido magnitudo quaedam humidi seclusa fingatur $P\Sigma T\Upsilon$ solidae mag-

1) Cfr. Hero, Pneum. I p. 24, 11: *ἀπεδείχθη γὰρ Ἀρχιμήδει ἐν τοῖς Ὀχουμένοις, ὅτι τὰ ἰσοβαρῆ τῷ ὑγρῷ σώματα ἀφεθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν οὔτε ὑπερέξει τοῦ ὑγροῦ οὔτε καταδύσεται, οὐδ' ἄρα θλίψει τὰ ὑποκείμενα.*

νεια] 𝔅, *ἐπιφανείας* C. *τῷ* (alt.)] C, om. 𝔅. 20 *καὶ τεμνέσθω ἐπιπέδῳ*] *καὶ τεμνέσθω ἐπιπέδου* C, quae *xop* secetur (corr. ex secentur) hoc a superficie plani (mg. add. secundum *xop*) 𝔅. *δέ*] 𝔅, om. C. 22 *αὐτᾷ*] 𝔅, *αὐτᾶς* C. 23 *ἐν*] 𝔅, om. C. 25 *τῷ στερεῷ τῷ*] 𝔅, *τῶν στερεῶν* C. fig. a 𝔅 sumpta.

Η, Θ, Γ, ὅ ἐστιν αὐτοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ· | τὰ δὴ μέρεα 56r col. 1 *τοῦ ὑγροῦ τά τε ἐν | τᾳ πρώτᾳ πυραμίδι τὰ ὑπὸ | τὰν ἐπιφάνειαν, ἐν ᾱ ἐστιν ἁ ΞΟ | περιφέρεια, καὶ τὰ ἐν τᾳ ἑτέρᾳ, | ἐν ᾱ ἐστιν ἁ ΠΟ, ἐξ ἴσου τέ ἐντι κεί-| μενα καὶ συνεχέα. οὐχ ὁμοίως δὲ | θλίβονται· τὸ μὲν γὰρ κατὰ τὰν | ΞΟ θλίβεται τῷ στερεῷ τῷ ΘΗ|ΕΖ καὶ τῷ ὑγρῷ τῷ μεταξὺ τᾶν | ἐπιφανειᾶν τᾶν κατὰ τὰς ΞΟ, | ΛΜ καὶ τῶν τᾶς πυραμίδος ἐ|πιπέδων, τὸ δὲ κατὰ τὰν ΠΟ τῷ | ὑγρῷ τῷ μεταξὺ τᾶν ἐπιφα|νειᾶν τᾶν κατὰ τὰς ΠΟ, ΜΝ καὶ | τῶν τᾶς πυραμίδος ἐπιπέδων. ἔλασσον δὲ ἐσσεῖται τὸ βάρος τοῦ ὑ|γροῦ τοῦ κατὰ τὰς ΜΝ, ΟΠ· τὸ | μὲν γὰρ κατὰ τὸ ΡΣΤΥ ἔλασσόν | ἐστι τοῦ ΕΖΗΘ στερεοῦ· αὐτῷ γὰρ | τῷ κατὰ τὸ ΗΒΓΘ ἴσον ἐστὶν διὰ | τὸ τῷ μεγέθει ἴσον* 49r col. 1 *εἶμεν καὶ ἰ|σοβαρὲς ὑποκεῖσθαι τὸ στερεὸν | ⟨τῷ ὑγρῷ· τὸ δὲ λοιπὸν τῷ λοιπῷ⟩ | ἴσον ἐστί. δῆλον οὖν, ὅτι ἐξω-| θήσεται τὸ μέρος τὸ κατὰ τὰν | ΟΠ περιφέρειαν ὑπὸ τοῦ κατὰ | τὰν ΟΞ περιφέρειαν, καὶ οὐκ ἐσσεῖ|ται τὸ ὑγρὸν ἀκίνητον. ὑ|πόκειται δὲ ἀκίνητον ἐόν· οὐκ ἄ-| ρα ὑπερέξει τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπι|φανείας οὐδὲν τοῦ στερεοῦ με|γέθεος. καταδὺν δὲ τὸ στερε|ὸν οὐκ οἰσθήσεται ἐς τὰ κάτω· | ὁμοίως γὰρ πάντα θλιβησοῦντι | τὰ μέρεα τοῦ ὑγροῦ τὰ ἐξ ἴσου | κείμενα διὰ τὸ ἰσοβαρέα εἶμεν | τὸ στερεὸν καὶ τὸ ὑγρόν.*

δ'.

56v col. 2 *Τῶν στερεῶν μεγεθέων ὅ κα | κουφότερον ᾖ τοῦ ὑγροῦ, ἀφεθὲν | ἐς τὸ ὑγρὸν οὐ καταδύσεται ὅλον, |*

---

1 *δὴ*] C, autem 𝔅. 2 *τὰ*] *τα·* C. 3 *ΞΟ*] 𝔅, *ΞΘ* C. *περιφέρεια*] C, om. 𝔅. *τὰ*] 𝔅, *τὸ* C. 4 *ἐστιν*] C, om. 𝔅. 5 *οὐχ*] C, mg. 𝔅. *τὸ*] C, quae 𝔅. 6 *τὰν*] scripsi, *τῶ|* C.

nitudini *BHΘΓ* aequalis et similis, quae est pars eius in humido posita; partes igitur humidi, quae in prima pyramide sunt sub ea superficie positae, in qua est *ΞO* arcus, et quae in altera sunt, in qua est *ΠO*, ex aequo positae sunt et continuae. dissimiliter autem premuntur; nam, quod ad *ΞO* positum est, premitur magnitudine solida *ΘHEZ* humidoque inter superficies ad *ΞO*, *ΛM* et plana pyramidis posito, quod uero ad *ΠO* positum est, humido inter superficies ad *ΠO*, *MN* planaque pyramidis posito. minor autem erit grauitas humidi inter *MN*, *OΠ* positi; nam, quod ad *PΣTΥ* positum est, minus est magnitudine solida *EZHΘ* (parti enim eius ad *HBΘΓ* positae aequale est, quia magnitudine est aequale solidaque magnitudo eiusdem grauitatis supponitur ac humidum), et reliquum reliquo aequale est. adparet igitur, partem ad arcum *OΠ* positam a parte ad arcum *OΞ* posita propelli [p. 318, 1 sq.], nec humidum immotum erit. supposuimus autem, immotum id esse; ergo nulla pars solidae magnitudinis superficiem excedet. demersa uero magnitudo solida ad inferiora non feretur; nam omnes partes humidi ex aequo positae similiter prementur, quia solida magnitudo humidumque aequalis grauitatis sunt.

IV.

Solidarum magnitudinum quae leuior est humido, in humidum demissa non demergetur tota, sed pars eius extra superficiem humidi erit.

---

7 *τὰς*] scripsi, *ταν* C. 8 *ΞO*] 𝔅, *ΞΘ* C. *τὸ*] C, quae 𝔅. 9 *ΠO*] C, *po* solido *rscy* et 𝔅. *τῷ* (alt.)] 𝔅, *ταν* C. 11 *ἔλασσον*] *ἐλάσσων* C. *δὲ*] 𝔅, *δὴ* C. 12 *OΠ*] C, *op* eo quod secundum *lm xo* 𝔅. 13 *αὐτῷ*] C, ipsius 𝔅. 15 *εἶμεν*] C, om. 𝔅. *τῷ ὑγρῷ* — 16 *λοιπῷ*] cum humido, reliquum autem reliquo 𝔅. 16 *ἴσον*] scripsi, *ἄνισον* 𝔅C. *οὖν*] C, igitur mg. 𝔅. 17 *OΠ*] 𝔅, *NOΠ* C. 22 *θλιβησοῦντι*] scripsi, prementur 𝔅, *ἐσσοῦνται* C. 23 *ἰσοβαρέα*] *ἰσοβαρῃ* C, aeque graue 𝔅. 24 *τὸ στερεὸν*] 𝔅, *τὸ ὑγρὸν* C. *καὶ τὸ ὑγρὸν*] C?, om. 𝔅. seq. fig. C. 26 *ὅ*] 𝔅, *εἴ* C.

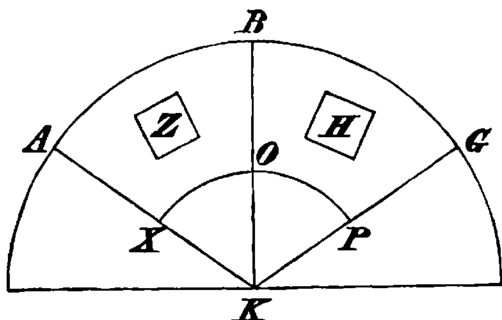
ἀλλὰ ἐσσεῖταί τι αὐτοῦ ἐκτὸς τᾶς | τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας.

ἔστω γὰρ | στερεὸν μέγεθος κουφότερον | τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν | δεδυκέτω ὅλον, εἰ δυνατόν, καὶ μη|δὲν αὐτοῦ ἔστω ἐκτὸς τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, κατεστακέτω | δὲ τὸ ὑγρόν, ὥστε μένειν ἀκίνητον. | νοείσθω δή τι ἐπίπεδον ἐκβε|βλημένον διὰ τοῦ κέντρου τᾶς | γᾶς καὶ διὰ τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ | στερεοῦ μεγέθεος, τεμνέσθω | δὲ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τούτου ἡ μὲν | τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνεια κατὰ τὰν | ΑΒΓ περιφέρειαν, τὸ δὲ στερεὸν | μέγεθος κατὰ τὸ σχῆμα, ἐν ᾧ Ζ, κέν|τρον δὲ ἔστω τᾶς γᾶς τὸ Κ, νοείσθω | 49r col. 2 *δέ τις πυραμὶς περιλαμβάνου|σα τὸ Ζ σχῆμα, καθ' ἃ καὶ πρότε|ρον, κορυφὰν ἔχουσα τὸ Κ σαμεῖ|ον, τεμνέσθω δὲ αὐτᾶς τὰ ἐπίπε|δα ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ΑΒΓ κατὰ | τὰς ΑΚ, ΚΒ, λελάφθω δέ τις καὶ | ἄλλα ἴσα πυραμὶς καὶ ὁμοία ταύ|τα, τεμνέσθω δὲ αὐτᾶς τὰ ἐπίπε|δα ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὰς | ΚΒ, ΚΓ, γεγράφθω δέ τις καὶ ἄλλας | σφαίρας ἐπιφάνεια ἐν τῷ ὑγρῷ | περὶ κέντρον τὸ Κ, ὑποκάτω δὲ τοῦ | στερεοῦ μεγέθεος, τεμνέσθω δ' αὔ|τα ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου κα|τὰ τὰν ΞΟΠ περιφέρειαν, νοείσθω | δὲ καὶ μέγεθος ἀπολαμβανό|μενον τοῦ ὑγροῦ τὸ κατὰ* 55r col. 1 *τὸ Η ἐν τᾷ | ὕστερον πυραμίδι ἴσον τῷ κατὰ | τὸ Ζ στερεῷ· τὰ δὴ μέρεα τοῦ ὑ|γροῦ τοῦ ἐν τᾷ πρώτᾳ πυρα|μίδι τὰ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν τὰν | κατὰ τὰν ΞΟ περιφέρειαν καὶ τοῦ | ἐν τᾷ δευτέρᾳ τὰ ὑπὸ τὰν ἐπι-| φάνειαν τὰν κατὰ τὰν ΟΠ περι|φέρειαν ἐξ ἴσου τέ ἐντι κείμενα | καὶ συνεχέα ἀλλάλοις. οὐχ ὁμοίως | δὲ*

---

7 *δή*] C, autem 𝔅. 10 *ΑΒΓ περιφέρειαν*] C, superficiem *abgd* 𝔅. 12 *κέντρον* — 13 *τις*] centrum autem

sit enim solida magnitudo leuior humido et in humidum demissa demergatur tota, si fieri potest, neue ulla pars eius extra superficiem humidi sit, constet autem humidum ita, ut immotum maneat. fingatur igitur eductum planum aliquod per centrum terrae et per humidum solidamque magnitudinem, seceturque hoc plano superficies humidi secundum arcum *ΑΒΓ*, solida autem magnitudo secundum figuram, in qua *Z*, et centrum terrae sit *K*, fingatur autem pyramis quaedam figuram *Z* comprehendens, sicut etiam antea [p. 322, 12 sqq.], uerticem habens punctum *K*, plana autem eius plano *ΑΒΓ* secundum *AK*, *KB* secentur, et alia quoque pyramis illi aequalis et similis sumatur, planaque eius plano secundum *KB*, *ΚΓ* secentur, describatur autem in humido alius quoque sphaerae superficies aliqua circa centrum *K*, solida autem magnitudine inferius, et secetur eodem plano secundum arcum *ΞΟΠ*, fingatur autem etiam magnitudo humidi, in qua *H*, in altera pyramide seclusa solidae magnitudini, in qua *Z*, aequalis; partes igitur humidi in priore pyramide comprehensi, quae sub superficie ad arcum *ΞO* positae sunt, partesque humidi in altera pyramide comprehensi, quae sub superficie ad arcum *ΟΠ* positae sunt, ex aequo sunt positae et inter se continuae. dissimiliter autem premuntur; nam



terrae sit *k*, intelligatur autem quaedam 𝔅. 13 *καθ' ἃ*] C, secundum quod 𝔅. 15 *ὑπὸ*] C, a superficie 𝔅. 18 *ἐπιπέδου*] C, plano *abg* 𝔅. 21 *τεμνέσθω δ'*] C, seceturque 𝔅. 22 *περιφέρειαν*] C, om. 𝔅. 23 *τὸ*] 𝔅, om. C. 24 *τῷ*] 𝔅, *τὸ* C. 25 *στερεῷ*] 𝔅, *στερεόν* C. *δὴ*] scripsi, *δὲ* 𝔅C. 26 *τὰν ἐπιφάνειαν*] C, superficiebus 𝔅. *τὰν*] 𝔅, *τὰ* C. 27 *περιφέρειαν*] C, superficiem 𝔅. *τοῦ*] scripsi, *τὸ* 𝔅C. *τὰ*] 𝔅, *τῶν* C. *τὰν ἐπιφάνειαν*] C, superficiebus 𝔅. 28 *τὰν* (alt.)] *τὸν* C. *περιφέρειαν*] C, superficiem 𝔅. fig. a 𝔅 sumpta.

θλίβονται· τὸ μὲν γὰρ ἐν τᾷ πρώ|τα πυραμίδι θλίβεται τῷ κατὰ | τὸ Z στερεῷ μεγέθει καὶ τῷ περιέ-| χοντι ὑγρῷ αὐτὸ καὶ ἐόντι ἐν τῷ | τόπῳ τᾶς πυραμίδος τῷ κατὰ | τὰ A, B, O, Ξ, τὸ δ' ἐν τᾷ ἑτέρα πυρα-| μίδι θλίβεται τῷ ὑγρῷ τῷ πε|ριέχοντι αὐτὸ καὶ ἐόντι τᾶς πυρα|μίδος ἐν τῷ τόπῳ τῷ κατὰ | τὰ Π, O, B, Γ, 50r col. 1 *ἔστι δὲ τὸ βάρος τὸ κατὰ | ⟨τὸ Z ἔλασσον τοῦ βάρεος τοῦ κατὰ τὸ⟩ H, ἐπειδὴ τῷ μὲν μεγέθει ἴσον | ἐστίν, κουφότερον δὲ ὑπόκειται | τὸ στερεὸν μέγεθος εἶμεν τοῦ ὑ|γροῦ, τὰ δὲ τοῦ περιέχοντος ὑγροῦ τὰ | Z, H μεγέθεα ἐν ἑκατέρα τᾶν πυρα|μίδων ἴσα· μᾶλλον οὖν θλιβή|σεται τὸ μέρος τοῦ ὑγροῦ τὸ ὑπὸ | τὰν ἐπιφάνειαν τὰν κατὰ τὰν | OΠ περιφέρειαν· ἐξωθήσει οὖν | τὸ ἧσσον θλιβόμενον, καὶ οὐ με|νεῖ τὸ ὑγρὸν ἀκίνητον. ὑπέκει|το δέ· οὐκ ἄρα καταδύσεται ὅλον, | ἀλλ' ἐσσεῖταί τι αὐτοῦ ἐκτὸς τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας.*

ε΄.

55r col. 2 *Τῶν στερεῶν μεγεθέων ὅ κα ᾖ κου|φότερον τοῦ ὑγροῦ, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑ|γρὸν ἐς τοσοῦτο καταδύσεται, ὥστε | ταλικοῦτον ὄγκον τοῦ ὑγροῦ, ἁλίκος | ἐστὶν ὁ τοῦ καταδεδυκότος ὄγκος, | ἴσον βάρος ἔχειν ὅλῳ τῷ μεγέθει.*

κατεσκευάσθω ταὐτὰ τοῖς πρότε|ρον, καὶ ἔστω τὸ ὑγρὸν ἀκίνητον, | ἔστω δὲ κουφότερον τοῦ ὑγροῦ τὸ EZ|HΘ μέγεθος. ἐπεὶ οὖν ἀκίνητόν ἐστιν | τὸ ὑγρόν, ὁμοίως θλιβήσεται τὰ | μέρεα αὐτοῦ τὰ ἐξ ἴσου κείμενα· | ὁμοίως ἄρα θλιβήσεται τὸ ὑγρὸν | τὸ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν τὰν κα|τὰ τὰς ΞO καὶ ΠO περιφερείας·

---

1 τὸ] C, quae 𝔅. 4 τῷ] C, quae 𝔅. τὸ] C, quae 𝔅. 5 a solida magnitudine quae secundum *hb* mg. 𝔅. αὐ-

quod in prima pyramide est, premitur solida magnitudine *Z* humidoque eam comprehendenti et in spatio pyramidis ad *A*, *B*, *O*, *Ξ* posito, quod autem in altera pyramide est, premitur humido id comprehendenti et in spatio pyramidis ad *Π*, *O*, *B*, *Γ* posito, grauitas autem magnitudinis *Z* minor est grauitate magnitudinis *H*, quoniam magnitudine aequales sunt, et supposuimus, solidam magnitudinem leuiorem esse humido, grauitates autem humidi magnitudines *Z*, *H* comprehendentis in utraque pyramide aequales sunt; itaque pars humidi sub superficie ad arcum *OΠ* posita magis premetur; quare partem minus pressam propellet, nec humidum manebit immotum [p. 318, 1 sq.]. at hoc supposuimus; ergo non demergetur tota, sed pars eius extra superficiem humidi erit.

V.

Solidarum magnitudinum quae leuior est humido, in humidum demissa usque eo demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est moles partis demersae, aequalem grauitatem habeat toti magnitudini.

eadem comparentur, quae antea, et humidum immotum sit, magnitudo autem *EZHΘ* leuior sit humido. quoniam igitur humidum immotum est, partes eius ex aequo positae similiter prementur [p. 318, 1 sq.]; itaque humidum sub superficie ad arcus *ΞO*, *ΠO* positum similiter premitur;

τὸ] C, ipsam 𝕭. 6 τὰ] scripsi, τὸ C. 7 δὲ] autem et 𝕭. τὸ Z — 8 τὸ] *z* minor grauitate humidi quod secundum 𝕭. 8 *H*] 𝕭, *ZH* C. 10 τὰ δὲ — ὑγροῦ] τὰ δὲ περιέχοντος ὑγροῦ C; humidi continentis post lac. 7 litt. 𝕭, mg. ταϲ δε, postea add. autem. 11 ἐν ἑκατέρᾳ] scripsi, ἑκατέρα C, utraque 𝕭. ἴσα] aequalis 𝕭. 12 τὰν ἐπιφάνειαν] τὴν ἐπιφάνειαν C, superficiebus 𝕭. 14 ἧσσον] 𝕭, ἴσον C. 15 δέ] C, autem non motum 𝕭. 16 ἐσσεῖταί] ἔσσεται C. seq. fig. C. 19 ἐς τοσοῦτο] scripsi, τοσοῦτο C, in tanto 𝕭. 20 ὥστε] ut 𝕭, ὡς τὸν C. 23 κατεσκευάσθω] κατασκευάσθω C, disponantur autem 𝕭. 25 ἐπεὶ] C, si 𝕭. 27 τὰν ἐπιφάνειαν] C, superficiebus 𝕭. 28 τὰς *ΞO*] τα· *NΞO* C. περιφερείας] περιφέρειαν C.

ὥσ|τε ἴσον ἐστὶ τὸ βάρος, ᾧ θλίβον|ται. ἔστι δὲ καὶ τοῦ ὑγροῦ τὸ βάρος | τοῦ ἐν τᾷ πρώτᾳ πυραμίδι χωρὶς | τοῦ $BH\Theta\Gamma$ στερεοῦ ἴσον τῷ βάρει τῷ | ⟨τοῦ 50ʳ col. 2 ἐν τᾷ ἑτέρᾳ πυραμίδι⟩ | χωρὶς τοῦ $P\Sigma T\Upsilon$ ὑγροῦ· δῆλον οὖν, ὅτι | τὸ τοῦ $EZH\Theta$ μεγέθεος βάρος ἴσον | ἐστὶ τῷ τοῦ $P\Sigma T\Upsilon$ ὑγροῦ βάρει. φα|νερὸν οὖν, ὅτι ταλικοῦτος ὄγκος τοῦ | ὑγροῦ, ἁλίκον ἐστὶ τὸ δεδυκὸς τοῦ στε|ρεοῦ μεγέθεος, ἴσον βάρος ἔχει | ὅλῳ τῷ μεγέθει.

ϛ'.

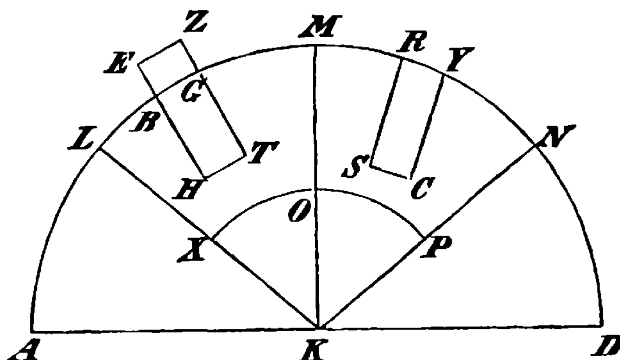
Τὰ κουφότερα στερεὰ τοῦ ὑγροῦ | βιασθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν ἀναφέρεται | τοσαύτᾳ βίᾳ ἐς τὸ ἄνω, ὅσον | ἐστὶ τὸ βάρος, ᾧ βαρύτερόν ἐστι τοῦ | μεγέθεος τὸ ὑγρὸν τὸ ἴσον ὄγκον | ἔχον τῷ μεγέθει.

ἔστω τι μέγεθος | τὸ A κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ἔστω | 55ʳ col. 1 δὲ τοῦ μὲν μεγέθεος τοῦ ἐν ᾧ A | βάρος τὸ B, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγ|κον ἔχοντος τῷ A τὸ $B\Gamma$. δεικτέον, ὅτι | τὸ A μέγεθος βιασθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν ἀν-|οισεῖται ἐς τὸ ἐπάνω τοσαύτᾳ βίᾳ, | ὅσον ἐστὶ τὸ βάρος τὸ Γ.

λελάφθω γάρ | τι μέγεθος τὸ ἐν ᾧ τὸ Δ βάρος ἴσον | ἔχον τῷ Γ· τὸ δὴ μέγεθος τὸ ἐξ ἀμ|φοτέρων τῶν ἐν οἷς A, Δ μεγεθέων | ἐς τὰ αὐτὰ συντεθέντων κουφότερόν | ἐστι τοῦ ὑγροῦ· ἔστι γὰρ τοῦ μὲν με|γέθεος τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων βάρος | τὸ $B\Gamma$, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον | ἔχοντος αὐτῷ μεῖζον τοῦ $B\Gamma$ δι|ὰ τὸ τοῦ

2 τοῦ (alt.)] τὸ C. 3 $BH\Theta\Gamma$] 𝔅, $BH\Theta$ C. τοῦ ἐν — 4 πυραμίδι] humidi quod in altera pyramide 𝔅. 9 seq. fig. C. fig. sumpta a 𝔅. 12 ὅσον ἐστὶ τὸ βάρος] C, om. 𝔅. 13 ᾧ] ὃ C, quanto 𝔅. 15 τι] C, enim 𝔅. 16 τοῦ μὲν — 17 ὑγροῦ]

quare grauitas, qua premuntur, aequalis est. uerum etiam grauitas humidi in prima pyramide comprehensi sine solida magnitudine $B H \Theta \Gamma$ aequalis est grauitati humidi in altera



pyramide comprehensi sine humido $P \Sigma T \Upsilon$; adparet igitur, grauitatem magnitudinis $E Z H \Theta$ aequalem esse grauitati humidi $P \Sigma T \Upsilon$. ergo manifestum est, tantam molem humidi, quanta sit pars demersa solidae magnitudinis, aequalem grauitatem habere toti magnitudini.

VI.

Solidae magnitudines, quae humido leuiores sunt, in humidum depressae sursum referuntur tanta ui, quanta est grauitas, qua humidum aequalem molem magnitudini habens magnitudine grauius est.

sit magnitudo aliqua A leuior humido, et B grauitas sit magnitudinis A, humidi autem molem habentis aequalem magnitudini A grauitas sit $B + \Gamma$. demonstrandum, magnitudinem A in humidum depressam sursum referri tanta ui, quanta sit grauitas Γ.

sumatur enim magnitudo aliqua Δ grauitatem aequalem habens grauitati Γ; magnitudo igitur $A + \Delta$ humido leuior est; nam magnitudinis $A + \Delta$ grauitas est $B + \Gamma$, humidi

---

magnitudinis quidem in qua *a* grauitas *b*, humidi autem 𝔅. 22 *δὴ*] C, autem 𝔅. 23 *τὰ αὐτὰ*] C, eandem 𝔅. *συντεθέντων*] scripsi, *συντεθὲν* C𝔅. 26 *αὐτῷ μεῖζον*] C, ipsis est maior 𝔅.

ἴσον ἔχοντος ὄγκον τῷ τοῦ | Α τὸ βάρος εἶμεν τὸ ΒΓ. ἀφε|θὲν οὖν ἐς τὸ ὑγρὸν τὸ μέγεθος | τὸ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Δ συγ|κείμενον ἐς τοσοῦτον δύσεται, |
50r col. 1 ⟨ἔστε κα ταλικοῦτος ὄγκος τοῦ⟩ | ὑγροῦ, ἁλίκον καὶ τὸ δεδυκὸς τοῦ | μεγέθεος, ἴσον βάρος ἔχῃ τῷ | ὅλῳ μεγέθει· δέδεικται γὰρ τοῦ|το..ἔστω δὴ ἐπιφάνειά τινος ὑ|γροῦ ἁ ΑΒΓΔ περιφέρεια. ἐπεὶ | οὖν ὁ ταλικοῦτος ὄγκος τοῦ ὑ|γροῦ, ἁλίκον ἐστὶ τὸ Α μέγεθος, | ἴσον βάρος ἔχει τοῖς Α, Δ μεγέθε|σιν, δῆλον, ὅτι τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ | ἐσσεῖται τὸ Α μέγεθος, τὸ δὲ λοιπὸν | αὐτοῦ, ἐν ᾧ Δ, ἐσσεῖται ὅλον ὑπὲρ | τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας· εἰ γὰρ α | ... δέδυκεν τὸ στερεόν, ἕπεται | .... τούτου δεδειγμένου. δῆ|λον οὖν, ὅτι ..... ἐς τὸ ἄνω φέρεται | τὸ Α μέγεθος .... |
55v col. 2 .... ὑπὸ τοῦ ἄνω τοῦ Δ | ἐς τὸ κάτω, ἐπεὶ οὐδέτερον ὑπ᾽ οὐ|δετέρου ἐξωθεῖτο. ἀλλὰ τὸ Δ ἐς τὸ | κάτω θλίβει τοσούτῳ βάρει, ἁλίκον | ἐστὶ τὸ Γ· ὑπέκειτο γὰρ τὸ βάρος | τοῦ ἐν ᾧ τὸ Δ εἶμεν ἴσον τῷ Γ· δῆ|λον οὖν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

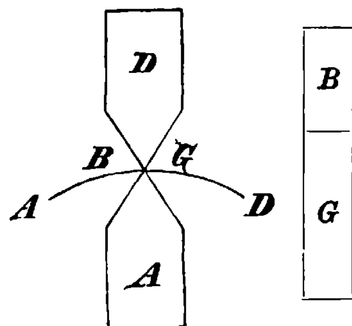
ζ΄.

Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ ἀφεθέντα | εἰς τὸ ὑγρὸν οἰσεῖται κάτω, ἔστ᾽ ἂν | καταβᾶντι, καὶ ἐσσοῦνται κου-

---

1 ἴσον — Α] C, habentis molem aequalem cum *a* 𝔅. 2 ἀφεθὲν οὖν ἐς] scripsi, ἀφεθὲν οὖν ἔστω C, dimittatur igitur in 𝔅. 3 συγκείμενον] 𝔅, συγκειμένων C. 4 ἔστε — τοῦ] donec tanta moles 𝔅. ἁλίκον] 𝔅, ἄδικον C. καὶ] C, est 𝔅. 5 ἔχῃ] 𝔅, ἔχει C. τῷ ὅλῳ μεγέθει] cum tota magnitudine 𝔅. 6 δὴ] scripsi, δὲ C𝔅. 7 περιφέρεια] 𝔅, περιφερείας C. 9 ὅτι] quod 𝔅. 11 αὐτοῦ — 12 ἐπιφανείας] in quo *d* erit totum desuper supra superficiem humidi 𝔅. 12 sqq. restitutio incerta. 12 εἰ γὰρ — 13 δεδειγμένου] si enim sequente spatio uacuo $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ lineae 𝔅, mg.

autem aequalem ei molem habentis maior quam $B + \Gamma$, quia $B + \Gamma$ grauitas est humidi aequalem molem habentis magnitudini A. itaque magnitudo $A + \Delta$ in humidum demissa usque eo demergetur, donec tanta moles humidi, quanta est pars demersa magnitudinis, grauitatem habet aequalem toti magnitudini; hoc enim demonstratum est [prop. V]. iam arcus $AB\Gamma\Delta$ superficies sit alicuius humidi. quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo A, grauitatem habet aequalem magnitudinibus $A + \Delta$, adparet, partem eius demersam fore magnitudinem A, reliquum autem eius, in quo Δ, totum supra superficiem humidi fore; si enim aliter demergitur magnitudo, ab iis, quae antea demonstrauimus, discrepat. adparet igitur, quanta ui magnitudo A sursum feratur, tanta eam magnitudine Δ supra posita deorsum premi, quoniam neutra ab altera propellebatur. Δ uero deorsum premit tanta grauitate, quanta est Γ; supposuimus enim, grauitatem magnitudinis Δ aequalem esse grauitati Γ; ergo constat, quod erat demonstrandum.



VII.

Magnitudines humido grauiores in humidum demissae deorsum ferentur, donec ad imum perueniant, et in humido

---

ει γαρ ταυτ^ς δεδυκραι (?) *τελειον εσειται δεδυκ^ο του δεδειγμενον.* **13** *δῆλον* — **15** *κάτω*] palam igitur quod quanta ui magnitudo *a* refertur ad superius tanta (del. que *d* ē superius) premitur (mg. add. ab eo quod supra scilicet *d*) ad inferius 𝔅. **15** *τὸ*] *τῷ* C. **18** *τοῦ*] 𝔅, *τὸ* C. **19** seq. *ἑξῆς ἡ καταγραφὴ τοῦ σχήματος* et fig. in eadem columna C. fig. sumpta a 𝔅; in C mg. recta perpendicularis, cui adscribitur: *βαρος του ῦ* et infra transuerse *βαρος / ογκον* **20** *ζ*] 𝔅, euan. C. **22** *ἑστὰν καταβαντι* mg. 𝔅.

φότε|ρα ἐν τῷ ὑγρῷ τοσοῦτον, ὅσον | εχει τὸ βάρος 50r col. 2 τοῦ ὑγροῦ τοῦ ταλικοῦ|τον ὄγκον ἔχοντος, ἁλίκος ἐστὶν | ὁ τοῦ στερεοῦ μεγέθεος ὄγκος.

ὅτι | μὲν οὖν οἰσεῖται ἐς τὸ κάτω, ἔστ' ἂν | καταβᾶντι, δῆλον· τὰ γὰρ ὑπο|κάτω αὐτοῦ μέρεα τοῦ ὑγροῦ θλι|βησοῦνται μᾶλλον τῶν ἐξ ἴσου αὐτοῖς | κειμένων μερέων, ἐπειδὴ βαρύ|τερον ὑπόκειται τὸ στερεὸν μέ|γεθος τοῦ ὑγροῦ· ὅτι δὲ κουφότερα | ἐσσοῦνται, ὡς εἴρηται, δειχθήσεται. |

ἔστω τι μέγεθος τὸ Α, ὅ ἐστι βαρύτερον τοῦ | ὑγροῦ, βάρος δὲ ἔστω τοῦ μὲν ἐν ᾧ | Α μεγέθεος τὸ ΒΓ, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ | ἴσον ὄγκον ἔχοντος τῷ Α τὸ Β. δει-|κτέον, ὅτι τὸ Α μέγεθος ἐν τῷ ὑγρῷ | ἐὸν βάρος ἕξει ἴσον τῷ Γ.

82r col. 1 λελά|φθω γάρ τι μέγεθος τὸ ἐν ᾧ τὸ Δ | ⟨κουφότερον τοῦ ὑγροῦ τοῦ ἴσον | ὄγκον ἔχοντος αὐτῷ, ἔστω⟩ | δὲ τοῦ μὲν ἐν ᾧ τὸ Δ μεγέθεος βάρος | ἴσον τῷ Β βάρει, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴ|σον ὄγκον ἔχοντος τῷ Δ μεγέθει | τὸ βάρος ἔστω ἴσον τῷ ΒΓ βάρει. | συντεθέντων δὴ ἐς τὸ αὐτὸ τῶν με|γεθέων, ἐν οἷς τὰ Α, Δ, τὸ τῶν συν|αμφοτέρων μέγεθος ἰσοβαρὲς | ἐσσεῖται τῷ ὑγρῷ· ἔστι γὰρ τῶν | μεγεθέων συναμφοτέρων τὸ βάρος | ἴσον συναμφοτέροις τοῖς βάρε|σιν τῷ τε ΒΓ καὶ τῷ Β, τοῦ δὲ ὑ|γροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος ἀμ|φοτέροις τοῖς μεγέθεσι τὸ βά|ρος ἴσον ἐστὶ τοῖς αὐτοῖς βάρε|σιν. ἀφεθέντων οὖν τῶν μεγε- | θέων ἐς τὸ ὑγρὸν ἰσορροπησοῦν|ται τῷ ὑγρῷ καὶ

---

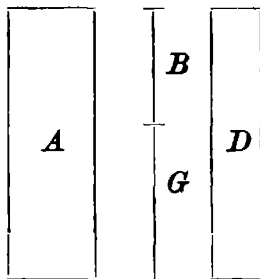
1 τὸ βάρος — 3 ἐστὶν] grauitas humidi habentis tantam molem quanta est 𝔅; expectaueris ἔχει βάρος τὸ ὑγρὸν τὸ ταλικοῦτον ὄγκον ἔχον. 4 εστου κατ'βαντι mg. 𝔅; in C καταβᾶντι satis incertum est. 5 αὐτοῦ] C, ipsis 𝔅; fort. αὐ-

tanto leuiores erunt, quanta est grauitas humidi tantam molem habentis, quanta est moles solidae magnitudinis.

iam deorsum eas ferri, donec ad imum perueniant, adparet; nam partes humidi sub ea positae magis prementur quam partes ex aequo iis positae, quoniam supposuimus, solidam magnitudinem humido grauiorem esse; leuiores autem eas fore, sicut dictum est, demonstrabimus.

sit magnitudo aliqua A, quae grauior est humido, grauitas autem sit $B + \Gamma$ magnitudinis A, B autem humidi molem habentis aequalem magnitudini A. demonstrandum, magnitudinem A in humido positam grauitatem habituram esse grauitati Γ aequalem.

sumatur enim magnitudo aliqua, in qua Δ, leuior humido aequalem ei molem habenti, sit autem grauitas magnitudinis, in qua Δ, grauitati B aequalis, humidi autem molem habentis aequalem magnitudini Δ grauitas sit aequalis grauitati $B + \Gamma$. magnitudinibus igitur, in quibus A, Δ, coniunctis in idem magnitudo ex utraque composita eandem grauitatem habebit quam humidum; nam grauitas magnitudinis ex utraque compositae aequalis est utrique grauitati $(B + \Gamma) + B$, humidi autem molem habentis utrique magnitudini aequalem grauitas aequalis est iisdem grauitatibus. itaque magnitudines in humidum demissae cum humido aequilibritatem seruabunt et neque sursum neque deorsum ferentur [prop. III]; qua de causa magnitudo, in qua A, deorsum feretur



τῶν. 6 θλιβησοῦνται] premuntur 𝔅. 10 τι] C, enim aliqua 𝔅. τὸ] 𝔅, om. C? ἐστι] 𝔅, comp. C? 11 ἐν ᾧ] in qua 𝔅. 13 τῷ ὑγρῷ ἐὸν] humido existens 𝔅. 15 λελάφθω] accipiatur 𝔅. τι] C, aliqua alia 𝔅. κουφότερον — 18 βάρει] leuior humido molis aequalis cum ipsa, sit autem magnitudinis quidem in qua *d* grauitas aequalis grauitati *b* 𝔅. 17 μεγέθεος βάρος] μέγεθος βάρει C. 18 βάρει] βάρος C. 20 δὴ] C, autem 𝔅. ἐς τὸ αὐτὸ] C, om. 𝔅. 23 ἴσον] aequalis 𝔅. 24 τοῦ (alt.)] huius 𝔅. 27 ἐς] C, et proiectis in 𝔅. ἰσορροπησοῦνται] C, aequerepentes erunt 𝔅. fig. sumpta a 𝔅.

οὔτε εἰς τὸ ἄνω | οἰσοῦνται οὔτε εἰς τὸ κάτω· διὸ τὸ μὲν ἐν ᾧ Α μέγεθος οἰσεῖ|⟨ται ἐς τὸ κάτω καὶ τοσ-
87r col. 1 αύτᾳ βίᾳ ὑ⟩|πὸ τοῦ ἐν ᾧ Δ μεγέθεος ἀν|έλκεται ἐς τὸ ἄνω, τὸ δὲ ἐν ᾧ Δ | μέγεθος, ἐπεὶ κουφότερόν ἐστι | τοῦ ὑγροῦ, ἀνοισεῖται εἰς τὸ ἄνω | τοσαύτᾳ βίᾳ, ὅσον ἐστὶ τὸ Γ βά|ρος· δέδεικται γάρ, ὅτι τὰ κουφότερα | τοῦ ὑγροῦ μεγέθεα στερεὰ βιασ|θέντα ἐς τὸ ὑγρὸν ἀναφέρονται | τοσαύτᾳ βίᾳ ἐς τὸ ἄνω, ὅσον ἐστὶ | τὸ βάρος, ᾧ βαρύτερόν ἐστι τοῦ | μεγέθεος τὸ ὑγρὸν τὸ ἴσογκον | τῷ μεγέθει. ἔστι δὲ τῷ Γ βάρει | βαρύτερον τοῦ Δ μεγέθεος τὸ ὑγρὸν | τὸ ἴσον ὄγκον ἔχον τῷ Δ· δῆλον οὖν, ὅτι καὶ | τὸ ἐν ᾧ Α μέγεθος ἐς τὸ κάτω οἰσεῖ|⟨ται τοσούτῳ βάρει, ὅσον ἐστὶ τὸ Γ⟩.

82r col. 2 Ὑποκεί⟨σθω, τῶν ἐν τῷ ὑγρῷ ἄνω⟩ | φερομένων ἕκαστον ἀναφέρεσθαι | κατὰ τὰν κάθετον τὰν διὰ τοῦ κέν|τρου τοῦ βάρεος αὐτοῦ ἀγμέναν.

η′.

Εἴ κα στερεόν τι μέγεθος κουφότε|ρον τοῦ ὑγροῦ σφαίρας τμάματος | ἔχον σχῆμα εἰς τὸ ὑγρὸν ἀφεθῇ οὕτως, | ὥστε τὰν βάσιν τοῦ τμάματος μὴ | ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ὀρθὸν κατα|στασεῖται τὸ σχῆμα οὕτως, ὥστε τὸν | ἄξονα τοῦ τμάματος κατὰ κά|θετον εἶμεν· καὶ εἴ κα ὑπό τινος | ἕλκηται τὸ σχῆμα οὕτως, ὥστε τὰν | βάσιν τοῦ τμάματος ἅπτεσθαι τοῦ | ὑγροῦ, οὐ μενεῖ κεκλιμένον, εἴ | κα ἀφεθῇ, ἀλλ' ὀρθὸν ἀποκα- | ταστασεῖται.

1 ἄνω] sursum 𝔅. οἰσοῦνται — κάτω] om. C (una linea), neque ad deorsum 𝔅. διὸ] C, quoniam 𝔅. 2 ἐς — 3 βίᾳ] ad deorsum et tanta ui 𝔅; exspectaueris διὸ ὅσᾳ βίᾳ τὸ ἐν ᾧ Α μέγεθος οἰσεῖται ἐς τὸ κάτω, τοσαύτᾳ καὶ κτλ. 3 ἐν] 𝔅, εν ἐν C. 4 ἐς τὸ ἄνω] C, om. 𝔅. 5 ἀνοισεῖται]

et eadem ui a magnitudine, in qua *Δ*, sursum trahitur, magnitudo autem, in qua *Δ*, quoniam leuior est humido, tanta ui sursum referetur, quanta est grauitas *Γ*; demonstrauimus enim, solidas magnitudines humido leuiores in humidum depressas tanta ui sursum referri, quanta sit grauitas, qua humidum molem habens aequalem magnitudini grauius sit magnitudine [prop. VI], humidum autem molem habens aequalem magnitudini *Δ* grauius est magnitudine *Δ* grauitate *Γ*. ergo adparet, etiam magnitudinem, in qua *A*, tanta grauitate deorsum ferri, quanta sit *Γ*.

Supponamus, omnes magnitudines, quae in humido sursum ferantur, secundum perpendicularem per centrum grauitatis earum ductam sursum ferri.

VIII.

Si solida aliqua magnitudo humido leuior, quae figuram segmenti sphaerae habet, in humidum ita demittitur, ut basis segmenti humidum non tangat, figura recta constituetur ita, ut axis segmenti perpendicularis sit; et si qua ui trahitur figura ita, ut basis segmenti humidum tangat, non manebit inclinata, si dimittitur, sed recta restituetur.

fingatur enim magnitudo aliqua, qualis dicta est, in humidum demissa, et per axem segmenti centrumque

C, eleuabitur 𝔅. 7 *στερεὰ*] C, solidae mg. 𝔅. 8 *ὅσον* — 9 *βάρος*] C, om. 𝔅. 9 *ᾧ*] scripsi, *ὡς* C, quanto 𝔅. 10 *ἴσογκον*] scripsi, *ἴσον ὄγκον* C, aeque molis 𝔅. *τῷ μεγέθει*] 𝔅, *τῷ Δ μεγέθει* C. 12 *καὶ* — *μέγεθος*] *καὶ ἐν ᾧ A μέγεθος* C, magnitudo in qua *a* 𝔅. 13 *ἐς* — *Γ*] fertur in deorsum tanta grauitate quanta est *g* 𝔅. 14 *ὑποκείσθω* — *ἄνω*] supponatur eorum quae in humido sursum 𝔅. 16 *αὐτοῦ*] ipsorum 𝔅. 17 *η'*] 𝔅, om. C. fig. sumpta a 𝔅. 18 *κουφότερον τοῦ ὑγροῦ*] C, om. 𝔅. 21 *καταστασεῖται*] *καταστασεῖτε* C, insidebit 𝔅. 25 *μενεῖ*] manet 𝔅. *εἴ*] 𝔅, *ὡς εἴ* C. *ἀποκαταστασεῖται*] C, restituatur 𝔅. Des. 𝔅, mg. /· et erat

νοείσθω γάρ τι μέγε|θος, οἷον εἴρηται, ἐς τὸ ὑγρὸν 87r col. 2 ἀφε|⟨θέν, καὶ διά τε τοῦ ἄξονος τοῦ⟩ | τμάματος καὶ τοῦ κέντρου τᾶς | γᾶς νοείσθω ἐπίπεδον ἐκβεβλ|ημένον, τομὰ δ' ἔστω τᾶς μὲν | ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἁ *ΑΒΓΔ*, | τοῦ δὲ σχήματος τοῦ ἐς τὸ ὑγρὸν ἀ|φεθέντος ἁ *ΕΖΗΘ* περιφέρει|α, ἄξων δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ὁ | *ΘΖ*· τὸ δὴ κέντρον τᾶς σφαίρας ἔστιν ἐπὶ τᾶς *ΘΖ*.

πρῶτον μέν, εἰ | μεῖζόν ἐστιν ἡμισφαιρίου τὸ τμᾶ-|μα, ἔστω τὸ *Κ*, καὶ ἔστω, εἰ δυνατόν, | κεκλιμένον τὸ σχῆμα ἤτοι ὑπό | τινος κλιθὲν ἢ καθ' αὑτό. δεικτέον | οὖν, ὅτι οὐ μενεῖ, ἀλλ' εἰς ὀρθὸν ἀποκα|τασταθεῖται, 82v col. 1 ὥστε τὰ *Ζ*, *Θ* κατὰ | κάθετον εἶμεν.

ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται κε|κλίσθαι τὸ σχῆμα, οὐκ ἔστι τὰ *Ζ*, *Θ* κα|τὰ κάθετον. ἄχθω δὴ διὰ τοῦ *Κ* καὶ | τοῦ *Λ* ἁ *ΚΛ*, τὸ δὲ *Λ* κέντρον ὑποκείσ|θω τᾶς γᾶς· τὸ δὴ σχῆμα τὸ ἐν τῷ | ὑγρῷ ἀπολελαμμένον ὑπὸ τᾶς | τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὸν ἄξονα | ἔχει ἐπὶ τᾶς *ΚΛ*· εἰ γάρ κα δύο σφαι|ρᾶν ἐπιφάνειαι τέμνωντι ἀλλήλας, ἁ | τομὰ κύκλος ἐστὶν ὀρθὸς ποτὶ τὰν | εὐθεῖαν τὰν ἐπιζευγνύουσαν τὰ | κέντρα τᾶν σφαιρᾶν. ἔστιν οὖν | τοῦ σχήματος τοῦ κατὰ τὰν *ΒΝΓ* | περιφέρειαν ἀπολαμβανομένου | ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ κέντρον τοῦ βάρε|ος ἐπὶ τᾶς *ΚΛ*· ἔστω τὸ *Ρ*. τοῦ δὲ τμά|ματος ὅλου τοῦ κατὰ τὰν *ΘΗΖΕ* περι|φέρειαν τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ 87r col. 1 βάρε|ος ἐπὶ τᾶς *ΖΘ*· ἔστω τὸ *Ξ*. τοῦ ἄρα | ⟨λοιποῦ σχήματος τοῦ ἐκτὸς⟩ | τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὸ κέν|τρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς *ΡΞ* ἐστιν ἐκβλη|θείσας

---

uacuum dimidium folium. probatio huius theorematis deficiebat in exemplari greco et erat finis quaterni

terrae planum eductum fingatur, sectio autem superficiei humidi sit $AB\Gamma\Delta$, figurae uero in humidum demissae arcus $EZH\Theta$, axis autem segmenti sit ΘZ; centrum igitur sphaerae in ΘZ positum est.

primum igitur, si segmentum hemisphaerio maius est, sit K, et, si fieri potest, figura inclinata sit, siue aliqua ui siue per se inclinatur. demonstrandum igitur, eam non manere, sed rectam restitui, ita ut Z, Θ secundum perpendicularem sint.

quoniam enim figura inclinata esse supponitur, puncta Z, Θ secundum perpendicularem non sunt. ducatur igitur per K et Λ recta $K\Lambda$, Λ autem centrum terrae supponatur;[1]) itaque figura in humido a superficie humidi abscisa axem in $K\Lambda$ habet; nam si duae superficies sphaerarum inter se secant, sectio circulus est ad rectam centra sphaerarum iungentem perpendicularis.[2]) centrum igitur grauitatis figurae ad arcum $BN\Gamma$ abscisae in $K\Lambda$ positum est; sit P. totius autem segmenti ad arcum ΘHZE positi centrum grauitatis in $Z\Theta$ positum est; sit Ξ. itaque reliquae figurae extra superficiem humidi positae centrum grauitatis in $P\Xi$ pro-

1) H. e. sit $K\Lambda$ κατὰ κάθετον.

2) Ductis enim $B\Gamma$, BK, ΓK, $B\Lambda$, $\Gamma\Lambda$ trianguli $KB\Lambda$, $K\Gamma\Lambda$ congruunt (Eucl. I, 8); quare $K\Lambda$ rectam $B\Gamma$ in duas partes aequales secat ad angulos rectos (Eucl. I, 4; I, 13). iam recta aliqua per medium punctum rectae $B\Gamma$ in plano sectionis ducta eodem modo demonstrabimus, eam a $K\Lambda$ ad rectos angulos in duas partes dimidiae rectae $B\Gamma$ aequales diuidi; tum u. Eucl. III, 9; XI, 4. — quod si ita est, $K\Lambda$ omnes rectas in figura abscisa rectae $B\Gamma$ parallelas ductas in binas partes aequales secat, h. e. axis est figurae.

---

et in principio sequentis quaterni stabant figure istius theorematis ut puto.

1 τὸ] τῷ C. 11 καθ' αὐτό] ταὐτό C. 15 Θ] E C. 16 Λ ἁ $K\Lambda$] $\Lambda\Lambda$ $K\Lambda$ C. 19 τέμνωντι] τέμνοντι C. 20 ὀρθὸς] ὀρθὸν C. 21 τᾶν σφαιρᾶν] τᾶς σφαίρας C. 22 $BN\Gamma$] $BH\Gamma$ C. 25 ΘHZE] ΘHZ C. 28 ἐστιν] om. C.

καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς τᾶς ΣΞ | ποτὶ τὰν ΞΡ τὸν αὐτὸν λόγον ἐχούσας, ὃν | ἔχει τὸ βάρος τοῦ κατὰ τὰν ΒΝΓ | περιφέρειαν τοῦ τμάματος ποτὶ | τὸ βάρος τοῦ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ· δέδει|κται γὰρ ταῦτα. ἔστω δὴ τὸ Σ κέν|τρον τοῦ εἰρημένου σχήματος. | ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν σχήματος, ὅ ἐστιν | ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ βάρος ἐς τὸ κάτω | φέρεται κατὰ τὰν εὐθεῖαν τὰν ΛΣ, | τὸ δὲ ἐν τῷ ὑγρῷ ἐς τὸ ἄνω κατὰ | τὰν εὐθεῖαν τὰν ΡΚ, δῆλον, ὡς | οὐ μενεῖ τὸ σχῆμα, ἀλλὰ τὰ πο|τὶ τῷ Ε μέρεα αὐτοῦ ἐς τὸ κάτω | οἰσοῦνται, τὰ δὲ ποτὶ τῷ Η
82ᵛ col. 2 ἐς τὸ | ἄνω, καὶ ἀεὶ ἐς τὸ αὐτὸ οἰσοῦνται, ἕ|ως κα ἁ ΖΘ κατὰ κάθετον γέ|νηται. κατὰ κάθετον δὲ γενομέ|νας τᾶς ΖΘ τὰ κέντρα τοῦ βά|ρεος ἐσσοῦνται τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ καὶ | τοῦ ἐκτὸς ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς καθέ- | του· ἐπὶ γὰρ τᾶς ΖΘ ἐσσοῦνται· | ἀντιθλιψοῦνται οὖν ἀλλήλοις τὰ | βάρεα κατὰ τὰν αὐτὰν κάθετον, τὸ | μὲν ἐς τὸ κάτω φερόμενον, τὸ δὲ ἐς | τὸ ἄνω. ὥστε μένει τὸ σχῆμα· | οὐδέτερον γὰρ ὑπ' οὐδετέρου ἐξωθή|σει.

τὰ δ' αὐτὰ ἐσσεῖται καί, εἴ κα | τὸ σχῆμα ἡμισφαίριον ᾖ ἢ ἔλασ|σον ἡμισφαιρίου.

θ΄.

87ʳ col. 2 Καὶ τοίνυν, εἴ κα τὸ σχῆμα κουφότερον ἐὸν | τοῦ ὑγροῦ ἀφεθῇ ἐς τὸ ὑγρὸν οὕτως, | ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν | ἐν τῷ ὑγρῷ, ὀρθὸν καταστασεῖται | τὸ σχῆμα οὕτως, ὥστε τὸν ἄξονα | αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν.

---

1 ΣΞ] ΕΞ C. 2 ἐχούσας] om. C. 4 ταῦτα] debuit esse τοῦτο. ἔστω] melius esset ἐσσεῖται. 7 κατὰ] κα C. 8 ἐν] ΕΝ C. ἐς τὸ ἄνω] ἔστω ἄν C. τὰν εὐθεῖαν τὰν] τᾶς εὐθείας τᾶς C. 9 τῷ Ε] τὰν ΕΗ C. 10 ἐς τὸ] ἔστω C. τῷ Η ἐς τὸ] τὰν Η ἔστω C. 13 ἐσσοῦνται] ἐσοῦνται C. 15 ἐπὶ γὰρ] ἐπιγραφὰς C. ἐσσοῦνται] ἐσσεῦνται C. 16 βάρεα]

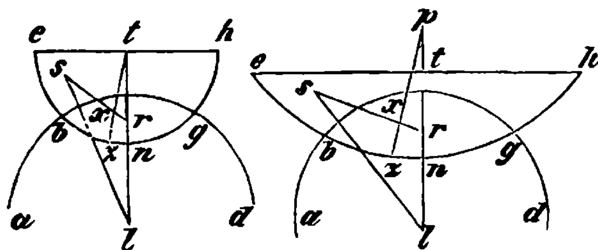
ducta positum est abscisa recta $\Sigma\Xi$, quae ad ΞP eandem rationem habeat, quam habet grauitas partis segmenti ad arcum $BN\Gamma$ positae ad grauitatem partis extra humidum positae; haec enim demonstrata sunt [De plan. aequil. I, 8]. sit igitur Σ centrum figurae, quam nominauimus. iam quoniam grauitas figurae extra humidum positae secundum rectam $\Lambda\Sigma$ deorsum fertur, figura autem in humido posita sursum secundum rectam PK [p. 336, 14 sq.], adparet, figuram non manere, sed partes eius ad E positas deorsum, partes uero ad H positas sursum ferri, et semper eodem uersus moueri, donec $Z\Theta$ secundum perpendicularem consistat. recta $Z\Theta$ autem secundum perpendicularem consistente centra grauitatis partis in humido positae partisque extra positae in eadem perpendiculari erunt; nam in $Z\Theta$ posita erunt; quare grauitates inter se in contrarium prementur secundum eandem perpendicularem altera deorsum altera sursum lata. ergo manet figura; neutra enim ab altera propelletur.

eadem autem etiam euenient, si figura hemisphaerium est uel minor hemisphaerio.

IX.

Iam uero etiam, si figura leuior humido in humidum ita demittitur, ut basis eius tota in humido sit, figura recta consistet ita, ut axis eius secundum perpendicularem sit.

$\overline{\beta.\alpha}$ C. 17 ἐς τὸ] ἔστω C. ἐς τὸ] ἔστω C. 19 κα] κατὰ C. 20 ἢ] τῇ C. ἔλασσον] ἐλάσσων C. seq. una fig. C; in 𝔅 hae quoque adsunt (cfr. ad p. 336, 25):



21 ϑ'] om. C. 22 inc. rursus 𝔅. εἴ κα] si 𝔅, εἰσ C. ἐὸν] 𝔅, bis C (extr. et init. lin.). 24 καταστασεῖται] καταταcεῖται C, insidebit 𝔅. 25 ὥστε] 𝔅, ἔστω C. κατὰ κάθετον] 𝔅, καθ' ἑαυτὸν C.

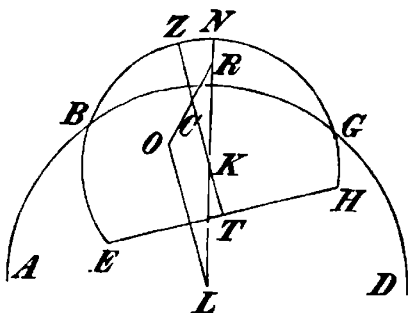
νοείσθω | γάρ τι μέγεθος, οἷον εἴρηται, ε̣ἰ̣ς̣ | τὸ
ὑγρὸν ἀφετωμένον, νοείσθω δ̣ὲ̣ | καὶ ἐπίπεδον ἀγό-
μενον διὰ τοῦ ἄξονος | τοῦ τμάματος καὶ διὰ τ̣ο̣ῦ̣ κέν-
17r col. 1 τρου | τᾶς γᾶς, τομὰ δ̣ὲ̣ ἔστω τᾶς μὲν ἐπι|φανείας
τοῦ ὑγροῦ ἁ ΑΒΓΔ πε|ριφέρεια, τοῦ δὲ σχήματος ἁ
ΕΖΗ | περιφέρεια καὶ ἁ ΕΗ εὐθεῖα, ἅ|ξων δὲ ἔστω
τοῦ τμάματος ἁ ΖΘ. | εἰ οὖν δυνατόν, μὴ κατὰ κάθ-
ετον | ἔστω ἁ ΖΘ· δεικτέον οὖν, ὅτι οὐ μενεῖ | τὸ
σχῆμα, ἀλλὰ ἐπ' ὀρθὸν κατασ|ταθεῖται.

ἔστι δὴ τὸ κέντρον τᾶς | σφαίρας ἐπὶ τᾶς ΖΘ· πά-
λιν γὰρ μεῖζον | ἡμισφαιρίου ἔστω πρῶτον τὸ σχῆμα· |
καὶ ἔστω τὸ Κ· διὰ δὲ τοῦ Κ καὶ τοῦ | κέντρου τᾶς
γᾶς τοῦ Λ̣ ἄχθω | ἁ ΚΛ· τὸ δὴ σχῆμα τὸ ἐκτὸς τοῦ
ὑ|γροῦ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ τᾶς | τοῦ ὑγροῦ ἐπι-
φανείας τὸν ἄξονα | ἔχει ἐπὶ τᾶς διὰ τοῦ Κ, καὶ διὰ
ταὐτὰ̣ | τοῖς πρότερον ἔστιν αὐτοῦ τὸ κέν|τρον τοῦ
βάρεος ἐπὶ τᾶς ΝΚ· ἔστω | [γὰρ] τὸ Ρ. τοῦ δὲ ὅλου
τμάματος τὸ κέν|⟨τρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΖΘ⟩ |
16v col. 1 μεταξὺ τῶν Κ, Ζ· ἔστω τὸ Τ. τοῦ ἄρα | λοιποῦ σχή-
ματος τοῦ ἐν τῷ ὑ|γρῷ τὸ κέντρον ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς |
ΤΡ εὐθείας ἐκβληθείσας καὶ ἀπολαφθείσας τινός, | ἃ
ἕξει ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν | ἔχει τὸ βάρος
τοῦ τμάματος τοῦ ἐκ|τὸς τοῦ ὑγροῦ ποτὶ τὸ βάρος
τοῦ σχή|ματος τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ· καὶ ἔστω | τὸ Ο κέν-
τρον τοῦ εἰρημένου σχήματος, καὶ | διὰ τοῦ Ο̣ κάθετος
ἔστω ἁ ΟΛ· οἰ|σεῖται οὖν τὸ βάρος τοῦ μὲν τμά- |

---

2 ἀφετωμένον] ἀφετώμενον C, dimissa 𝔅. δὲ] etiam 𝔅. 4 τᾶς γᾶς] 𝔅, τοῦ γλα C. δὲ] autem 𝔅. 7 κάθετον] 𝔅, ὀρθὸν C. 8 δεικτέον] 𝔅, εἰ κται C. μενεῖ] manet 𝔅. 10 δὴ] C, autem 𝔅. ἐπὶ] C, usque 𝔅. 11 μεῖζον] 𝔅 (rursum enim sit figura primo maior emisperio, mg.!), om. C. 12 καὶ ἔστω τὸ Κ] C, et sit centrum spere usque ad

fingatur igitur magnitudo aliqua, qualis dicta est, in humidum demissa, fingatur autem etiam planum per axem segmenti et per centrum terrae ductum, sectio autem sit superficiei humidi arcus *ΑΒΓΔ*, figurae uero arcus *EZH* rectaque *EH*, axis autem segmenti sit *ZΘ*. si igitur fieri potest, ne sit *ZΘ* secundum perpendicularem; demonstrandum igitur, figuram non manere, sed rectam consistere.



centrum igitur sphaerae in *ZΘ* est (rursus enim figura primum maior sit hemisphaerio), et sit *K*; per *K* autem centrumque terrae *Δ* ducatur *KΔ*; figura igitur extra humidum abscisa a superficie humidi axem in recta per *K* ducta habet, et eadem de causa, qua antea [p. 338, 19 sq.], centrum grauitatis eius in *NK* positum est; sit *P*. totius autem segmenti centrum grauitatis in *ZΘ* est inter *K*, *Z* positum; sit *T*. itaque reliquae figurae in humido positae centrum in recta *TP* producta positum erit abscisa recta, quae ad *TP* eandem rationem habeat, quam habet grauitas segmenti extra humidum positi ad grauitatem figurae in humido positae [De plan. aequil. I, 8]; et sit *O* centrum figurae, quam nominauimus, per *O* autem perpendicularis ducatur

---

emisperium scilicet *t*, in minori autem *p*, in maiori autem *k* 𝔅. 13 *Δ*] *l* 𝔅. *KΔ*] 𝔅, *κατά* C. *δή*] scripsi, om. C, autem 𝔅. 15 *ἔχει*] 𝔅C, mg. habens 𝔅. *τᾶς*] C, perpendiculari quae 𝔅. *καί*] addidi, om. 𝔅C. 17 *τᾶς NK*] 𝔅, *τασι* $\overline{IB}$ C. *γὰρ*] 𝔅C, deleo. 18 *τὸ κέντρον — ZΘ*] centrum grauitatis est in linea *zt* 𝔅. 19 *ἔστω*] C, et sit 𝔅. 21 *TP*] 𝔅, *T* C. *καὶ ἀπολαφθείσας*] 𝔅, om. C. *τινός*] C, lac. 7 litt. 𝔅. *ἃ ἕξει ποτὶ*] 𝔅, *δείξει* $\overset{\varepsilon}{\pi}$ C. 22 *τὰν*] *τὸν* C. *ὂν*] 𝔅, om. C. *βάρος*] 𝔅, *μέρος* C. 23 *τοῦ* (sec.)] 𝔅, om. C. *ὑγροῦ ποτὶ*] 𝔅, *ὑπο τὶ* C. 24 *καὶ ἔστω*] scripsi, *κατὰ* C, sit autem 𝔅. *κέντρον τοῦ*] 𝔅, *κέντρον* C. 25 *καὶ*] 𝔅, om. C. *O*] 𝔅, om. C. *κάθετος ἔστω ἁ OΔ*] scripsi, *κάθετος ἔστω τὸ ΘϹΔ* C, perpendiculari seq. lac. 20 litt. 𝔅. fig. sumpta a 𝔅.

ματος, ὅ ἐστιν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ, | κατὰ τὰν εὐθεῖαν
τὰν *ΡΛ* ἐς τὸ | κάτω, τοῦ δ' ἐν τῷ ὑγρῷ σχήματος |
κατὰ τὰν εὐθεῖαν τὰν *ΟΛ* ἐς τὸ | ἄνω. οὐκ ἄρα με-
17r col. 2 νεῖ τὸ σχῆμα, | ἀλλὰ τοῦ σχήματος τὰ μὲν | ποτὶ τῷ
Η μέρεα οἰσοῦνται ἐς τὸ κάτω, | τὰ δὲ ποτὶ τῷ *Ε* ἐς
τὸ ἄνω, καὶ ἀεὶ | τοῦτο ἐσσεῖται, ἔστε κα *ΘΖ* κατὰ
κά|θετον γένηται.

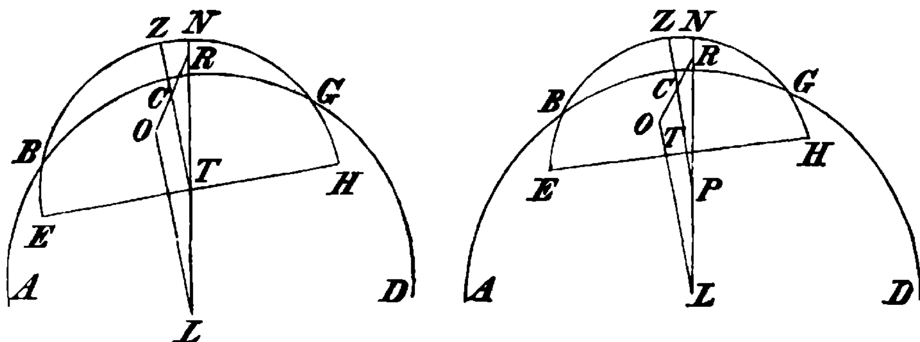
---

1 τὰν εὐθεῖαν τὰν] 𝔅, τᾶς εὐθείας τᾶς C. 2 *ΡΛ*] C; *ro'* 𝔅, mg. *ra*. ἐς τὸ] 𝔅, ἔστω C. 3 τὰν εὐθεῖαν τὰν] 𝔅, τᾶς εὐθείας τᾶς C. *ΟΛ*] 𝔅, *ΕΛ* C. ἐς τὸ] 𝔅, ἔστω C. ἄνω] 𝔅, ἄν·ω C. μενεῖ] manet 𝔅. 4 τοῦ — μὲν] scripsi, τὰ μ̄ τοῦ σχάματος τὰ μὲν C, partes quidem figurae quae 𝔅. 5 μέρεα] μέρει C. οἰσοῦνται] οἰσοῦται C. ἐς τὸ] 𝔅, ἔστω C. τῷ] τὸ C. ἐς] 𝔅, ἔσται C. 6 ἔστε κα] 𝔅, καὶ C. *ΘΖ*] scripsi, ΕΖ C, *zt* 𝔅. In fine Συρακουσιου Ἀρχιμηδους Οχουμενων α̂

$O\varLambda$; grauitas igitur segmenti extra humidum positi secundum rectam $P\varLambda$ deorsum feretur, figurae autem in humido positae sursum secundum rectam $O\varLambda$ [p. 336, 14]. itaque figura non manebit, sed partes eius ad H positae deorsum ferentur, partes uero ad E positae sursum, et hoc semper fiet, donec ΘZ secundum perpendicularem consistat.[1])

1) Desideratur significatio reliquorum duorum casuum (cfr. p. 340, 19 sq.), u. p. 342, 10—11.

C, Archymedis Syracusani de insidentibus in humido liber primus explicit 𝕭. Seq. tres figg. C, in 𝕭 quoque hae adsunt:



16v col. 2

B'.

α'.

Εἴ κά τι μέγεθος κουφότερον ἐὸν τοῦ ὑγροῦ ἀφεθῇ ἐς τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, ὃν ἔχει τὸ δεδυκὸς μέγεθος ποτὶ τὸ ὅλον μέγεθος.

ἀφείσθω γάρ τι εἰς τὸ ὑγρὸν μέγεθος στερε|ὸν τὸ ΦΑ κουφότερον τοῦ ὑγροῦ ἐόν, | ἔστω δὲ τὸ μὲν δεδυκὸς αὐτοῦ τὸ Α, | τὸ δὲ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τὸ Φ. δεικτέον, | 17v col. 1 ὅτι τὸ ΦΑ τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν | τὸ ἴσογκον τοῦτον ἔχει | τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Α ποτὶ τὸ ΦΑ.

λελάφθω | γάρ τι τοῦ ὑγροῦ μέγεθος τὸ ΝΙ ἴσον | ὄγκον ἔχον τῷ ΦΑ, καὶ τῷ μὲν Φ ἴσον ἔσ|τω τὸ Ν, τῷ δὲ Α τὸ Ι, καὶ ἔτι τὸ μὲν | τοῦ ΦΑ μεγέθεος βάρος ἔστω τὸ Β, | τοῦ δὲ ΝΙ τὸ ΡΟ, τοῦ δὲ Ι τὸ Ρ· τὸ ΦΑ | ἄρα ποτὶ τὸ ΝΙ τοῦτον ἔχει τὸν λό|γον, ὃν τὸ Β ποτὶ τὸ ΡΟ. ἀλλ' ἐπεὶ τὸ ΦΑ | μέγεθος ἐς τὸ ὑγρὸν ἀφείθη κου|φότερον ὑπάρχον τοῦ ὑγροῦ, δῆ|λον, ὡς ὁ τοῦ δεδυκότος μεγέ|θεος ὄγκος ἴσον βάρος ἔχει τῷ | ΦΑ μεγέθει· δέδεικται γὰρ τοῦτο· | ἴσον ἄρα τὸ

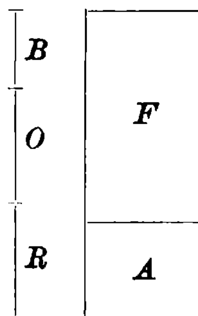
---

1 B'] C, de eisdem eiusdem liber secundus incipit 𝕭. 5 ὑγρόν] C, humidum molis aequalis sibi 𝕭. 8 ἐόν] om. 𝕭. 9 Α] 𝕭, Α· C. δεικτέον — 11 ΦΑ] demonstrandum quod magnitudo *fa* ad humidum aequalis molis in grauitate hanc habet proportionem quam habet *a*

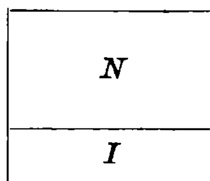
Liber II.

I.

Si magnitudo aliqua humido leuior in humidum demittitur, grauitate hanc habebit rationem ad humidum, quam habet magnitudo demersa ad totam magnitudinem.



demittatur enim in humidum magnitudo aliqua solida ΦA leuior humido, et pars eius demersa sit A, quae autem extra humidum est, Φ. demonstrandum, magnitudinem ΦA ad humidum aequalem molem habens eam grauitate rationem habere, quam habeat $A : \Phi A$.



sumatur enim magnitudo aliqua humidi NI molem habens aequalem magnitudini ΦA, et sit $N = \Phi$, $A = I$; praeterea grauitas magnitudinis ΦA sit B, magnitudinis autem NI grauitas PO et P magnitudinis I; erit igitur $\Phi A : NI = B : PO$. iam, quoniam magnitudo ΦA in humidum demissa est leuior humido, adparet, molem magnitudinis demersae

---

ad *fa* 𝔅. 12 τὸ *NI* — 13 καὶ] quae *ni* molis aequalis cum *fa* et 𝔅. 14 *A* — ἔτι] *a i* et adhuc 𝔅. βάρος] grauitas 𝔅. 15 *PO* — *I*] *ro* ipsius autem *i* 𝔅. τὸ *ΦA* — 16 *NI*] magnitudo igitur *fa* ad *nr* (del.) *ni* 𝔅. 17 τὸ *PO*] grauitatem *ro* 𝔅. 18 ἀφείϑη] ἀφεϑὲν C, dimissa est 𝔅. 19 ὄγκος] C, moles humidi 𝔅. 20 *ΦA*] *fa* 𝔅. ἴσον — p. 348, 4 *A*] et quoniam quod secundum *a* humidum .... (euan.) est ipsius autem *i* grauitas est *r* ipsius autem *fa* grauitas est *b* grauitas *b* (est aequalis del.) quae est habentis aequalem molem totius magni-

B βάρος τῷ P, ἐπειδὴ | τὸ μὲν B τὸ βάρος ἐστὶ ὅλου
τοῦ ΦA | μεγέθεος, τὸ δὲ P τοῦ I ὑγροῦ, ὃ τῷ | με-
16r col. 1 *γέθει ἐγένετο ἴσον τῷ ἴσον ὄγκον | ἔχοντι τῷ δεδυ-*
κότι μεγέθει τῷ | A· ἔχει ἄρα τὸ ΦA μέγεθος τῷ |
βάρει ποτὶ τὸ NI, ὡς τὸ P ποτὶ τὸ | PO. ὃν δὲ λό-
γον ἔχει τὸ P ποτὶ τὸ | PO, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον
τὸ I ποτὶ | τὸ IN καὶ τὸ A ποτὶ τὸ ΦA· δέδεικται |
ἄρα τὸ προτεθέν.

17v col. 2

β′.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου | κωνοειδέος, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ | μὴ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέ|χρι τοῦ ἄξονος, πάντα λόγον ἔχον | ποτὶ τὸ ὑγρὸν τῷ βάρει, ἀφεθὲν εἰς | τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν | αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τεθὲν | κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλιμέ|νον, ἀλλὰ ἀποκαταστασεῖται ὀρθόν. | ὀρθὸν δὲ λέγω καθεστακέναι τὸ | τοιοῦτο τμᾶμα, ὁπόταν τὸ ἀπο|τετμακὸς αὐτὸ ἐπίπεδον παρὰ | τὰν ἐπιφάνειαν ᾖ τοῦ ὑγροῦ.

ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοει|δέος, οἷον εἴρηται, καὶ κείσθω | κεκλιμένον. δεικτέον, ὅτι οὐ με|νεῖ, ἀλλ' ἀποκαταστασεῖται ὀρθόν.

τμαθέντος δὴ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ | διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ
ποτὶ τὸ | ⟨ἐπίπεδον τὸ ἐπὶ τᾶς ἐπιφανείας⟩ | τοῦ ὑγροῦ
16r col. 2 *τμάματος ἔστω το|μὰ ἁ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου |*

---

tudinis *fa* est aequalis grauitati humidi *i* scilicet ipsi *r*; et quoniam est ut magnitudo *fa* ad humidum quod secundum ipsam scilicet *ni* ita *b* ad *ro* aequale autem est *b* ipsi *r* ut autem *r* ad *ro* ita *i* ad *ni* et *a* ad *fa* ut ergo *fa* ad humidum quod secundum ipsam in grauitate magnitudo *a* ad *fa* (lac. 6 litt.) factum est aequale demersae magnitudini scilicet *a* 𝔅.

3 *τῷ* (pr.)] *τὸ* C. 5 *τὸ NI — P*] *ni* ita *b* 𝔅. 7 *τὸ I ποτὶ*

grauitatem aequalem habere magnitudini ΦA; hoc enim demonstratum est [I, 5]; itaque grauitas $B = P$, quoniam B grauitas est totius magnitudinis ΦA, P autem humidi I, quod sumptum est magnitudini aequale molem aequalem habenti demersae magnitudini A; itaque grauitate est

$$\Phi A : NI = P : PO.$$

uerum $P : PO = I : IN = A : \Phi A$; ergo demonstratum est, quod proposuimus.

II.

Segmentum rectum rectanguli conoidis, si axem habet non maiorem quam dimidio maiorem recta usque ad axem ducta, quamcumque rationem grauitate ad humidum habet, in humidum ita demissum, ut basis eius humidum non tangat, inclinatum positum non manebit inclinatum, sed rectum restituetur. rectum autem consistere segmentum eius modi dico, ubi planum id abscindens superficiei humidi parallelum sit.

sit segmentum rectanguli conoidis, quale dictum est, et ponatur inclinatum. demonstrandum, id non manere, sed rectum restitui.

secto igitur eo plano per axem ducto ad id planum perpendiculari, quod est in superficie humidi, segmenti sectio sit $A\Pi O\Lambda$ rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], axis autem segmenti diametrusque sectionis NO, super-

τὸ IN] ad r inter duas lac. 𝕭, mg. rn. 8 ἄρα] om. C, enim 𝕭. τὸ προτεθέν] om. 𝕭. seq. fig. C. 9 β′] om. 𝕭C. 11 μὴ] C, om. 𝕭. 14 τεθὲν] posita 𝕭. μενεῖ] manet 𝕭. 16 δὲ] om. 𝕭. 17 ἐπίπεδον] C, om. 𝕭. 20 μενεῖ] manet 𝕭. 22 δὴ] C, autem 𝕭. 23 τὸ — ἐπιφανείας] planum quod in superficie 𝕭. 24 ά] 𝕭, om. C.

τομά, ἄξων δὲ τοῦ τμάματος | καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ | ΝΟ, τᾶς δὲ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας | τομὰ ἁ ΙΣ. ἐπεὶ οὖν τὸ τμᾶμα οὐ|κ ἐστὶν ὀρθόν, οὐκ ἂν εἴη παράλ-|ληλος ἁ ΑΛ τᾷ ΙΣ· ὥστε οὐ ποι|ήσει ὀρθὰν γωνίαν ἁ ΝΟ ποτὶ τὰν | ΙΣ. ἄχθω οὖν παράλληλος ἁ ἐ|φαπτομένα ἁ ΚΩ τᾶς | τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Π, καὶ | ἀπὸ τοῦ Π παρὰ τὰν ΝΟ ἄχθω ἁ ΠΦ· τέ|μνει δὴ ἁ ΠΦ δίχα τὰν ΙΣ· δέδει|κται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς. τετμάσ|θω ἁ ΠΦ, ὥστε εἶμεν διπλασίαν τὰν |
28r col. 1 *ΠΒ τᾶς ΒΦ, καὶ ἁ ΝΟ κατὰ τὸ Ρ τετμά|σθω, ὥστε καὶ τὰν ΟΡ τᾶς ΡΝ διπλασίαν | εἶμεν· ἐσσεῖται δὴ τοῦ μείζονος ἀπ|οτμάματος τοῦ στερεοῦ κέν|τρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ, τοῦ δὲ κατὰ | τὰν ΙΠΟΣ τὸ Β· δέδεικται γὰρ | ἐν ταῖς Ἰσορροπίαις, ὅτι παν|τὸς ὀρθογωνίου κωνοειδέος | τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βά-|ρεός ἐστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος διῃ|ρημένου οὕτως, ὥστε τὸ ποτὶ τᾷ | κορυφᾷ τοῦ ἄξονος τμᾶμα | διπλάσιον εἶμεν τοῦ λοιποῦ. ἀ|φαιρεθέντος δὴ τοῦ κατὰ τὰν | ΙΠΟΣ τμάματος στερεοῦ ἀ|πὸ τοῦ ὅλου τοῦ λοιποῦ κέν|τρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς | ΒΓ εὐθείας· δέδεικται γὰρ τοῦ|το ἐν τοῖς Στοιχείοις τῶν μηχα-*
21v col. 1 *⟨νικῶν, ὅτι, εἴ κα μέγεθος ἀφαιρεθῇ μὴ⟩ | τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τοῦ βάρεος | τῷ ὅλῳ μεγέθει, τοῦ λοιποῦ τὸ | κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς | εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας | τὰ κέντρα τοῦ τε ὅλου μεγέθεος | καὶ τοῦ ἀφῃρημένου, ἐκβεβλημένας ἐπὶ τὰ αὐτά, | ἐφ' ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέ|θεός ἐστιν. ἐκβεβλήσθω δὴ ἁ ΒΡ ἐπὶ | τὸ Γ, καὶ ἔστω τὸ Γ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ | λοιποῦ μεγέθεος. ἐπεὶ οὖν ἁ ΝΟ | τᾶς μὲν ΟΡ ἡμιολία, τᾶς δὲ μέχρι | τοῦ ἄξονος οὐ μείζων ἢ ἡμιολί|α, δῆλον, ὅτι ἁ ΡΟ τᾶς μέχρι τοῦ | ἄξονος οὐκ*

ficiei uero humidi sectio sit $I\Sigma$. quoniam igitur segmentum rectum non est, AA rectae $I\Sigma$ parallela non erit [p. 348, 15 sq.]; quare NO ad $I\Sigma$ rectum angulum non faciet. ducatur igitur huic parallela $K\Omega$ coni sectionem in Π contingens, et a Π rectae NO parallela ducatur $\Pi\Phi$; $\Pi\Phi$ igitur rectam $I\Sigma$ in duas partes aequales diuidit; hoc enim in conicis demonstratum est [Quadr. parab. 1]. iam $\Pi\Phi$ ita secetur, ut sit $\Pi B = 2\,B\Phi$, et NO in P ita secetur, ut sit etiam $OP = 2\,PN$; erit igitur P centrum grauitatis maioris segmenti solidae magnitudinis, segmenti autem ad $I\Pi O\Sigma$ positi B; nam in libro De aequilibritate demonstratum est, cuiusuis segmenti rectanguli conoidis centrum grauitatis in axe positum esse ita diuiso, ut pars axis ad uerticem posita duplo maior sit reliqua. segmento igitur solido ad $I\Pi O\Sigma$ posito a toto subtracto centrum grauitatis reliqui in recta $B\Gamma$ erit; nam in Elementis mechanicorum hoc demonstratum est, si magnitudo subtrahatur idem centrum grauitatis non habens, quod tota magnitudo, centrum grauitatis reliquae magnitudinis in recta centra totius magnitudinis partisque subtractae coniungenti positum esse ad easdem partes producta, ad quas centrum totius magnitudinis positum sit [De plan. aequil. I, 8]. producatur igitur BP ad Γ, et sit Γ centrum grauitatis reliquae magnitudinis. quoniam igitur $NO = \frac{3}{2}\,OP$, sed eadem non maior quam dimidia parte maior recta usque ad axem ducta, adparet, rectam PO non maiorem esse recta

---

2 *τομὰ*] *τομὴ* C, om. 𝔅. $I\Sigma$] C, *k* 𝔅. 4 *τᾷ*] 𝔅, *τῆς* C. $I\Sigma$] C; *is ḳ* 𝔅, mg. *'hk i̋s*. 5 NO] 𝔅, mg. *nt*; $N\Theta$ C. *παράλληλος*] C, om. 𝔅. *ἁ ἐφαπτομένα ἁ* $K\Omega$] *ἡ ἐφαπτομένη* $I\Sigma K\Omega$ *τῶ̣ι* C, quae *kω* contingens 𝔅. 6 Π] des. 𝔅, mg. hic in exemplari erat uacuum dimidium folium et deficiebat residuum demonstrationis 𝔅. 11 *τὰν*] om. C. PN] PH C. *διπλασίαν*] *διπλῆν* C. 14 *'Ισορροπίαις*] *ἰσορροπείαις* C. 15 *κωνοειδέος*] *κώνου εἴδους* C. 16 *διῃρημένου*] *διῃρήσθω* C. 20 *βάρεος*] *βάρους ὁ̣* C. 21 *τοῦτο*] fort. delendum. 26 *ἐκβεβλημένας*] om. C. *ἃ*] *οὗ* C. 28 *τὸ κέντρον*] om. C. 30 *μείζων ἤ*] *μεῖζον εἰ* C.

ἐστὶ μείζων· ἡ ΠΡ ἄρα | ποτὶ τὰν ΚΩ γωνίας ἀνί-
28r col. 2 σους | ποιεῖ, καὶ ἁ ὑπὸ τῶν ΡΠΩ γίνεται | ὀξεῖα· ἁ ἀπὸ τοῦ Ρ ἄρα κάθετος ἐπὶ | τὰν ΠΩ ἀγομένα μεταξὺ πεσεῖται | τῶν Π, Ω. πιπτέτω ὡς ἁ ΡΘ· ἁ ΡΘ | ἄρα ὀρθά ἐστιν ποτὶ τὸ . . . . κ . | . ος ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΣΙ, ὅ | ἐστιν ἐπὶ τᾶς ἐπιφανείας τοῦ | ὑγροῦ. ἄχθωσαν δή τινες ἀπὸ τῶν | Β, Γ παρὰ τὰν ΡΘ· ἐνεχθήσεται δὴ | τὸ μὲν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τοῦ μεγέ- | θεος εἰς τὸ κάτω κατὰ τὰν διὰ τοῦ | Γ ἀγομέναν κάθετον· ὑπόκειται γὰρ | ἕκαστον τῶν βαρέων εἰς τὸ κάτω | φέρεσθαι κατὰ τὰν κάθετον τὰν | διὰ τοῦ κέντρου ἀγομέναν· τὸ δὲ | ἐν τῷ ὑγρῷ μέγεθος, ἐπεὶ κουφό|τερον γίνεται τοῦ ὑγροῦ, ἐνεχθή|σεται εἰς τὸ ἄνω κατὰ τὰν κάθε|τον τὰν διὰ τοῦ Β ἀγομέναν. ἐπεὶ | δὲ οὐ κατὰ τὰν αὐτὰν κάθετον | ἀλλάλοις ἀντιθλίβονται, | ⟨οὐ μενεῖ τὸ σχῆμα, ἀλλὰ τὰ μὲν κατὰ⟩ |
21v col. 2 τὸ Λ εἰς τὸ ἄνω ἐνεχθήσεται, τὰ | δὲ κατὰ τὸ Λ εἰς τὸ κάτω, καὶ τοῦτο ἀεὶ ἐσσεῖται, | ἕως ἂν ὀρθὸν ἀποκατασταθῇ.

γ'.

Ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κω|νοειδέος, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ | μὴ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι | τοῦ ἄξονος, πάντα λόγον ἔχον | ποτὶ τὸ ὑγρὸν τῷ βάρει,
28v col. 1 ἀφεθὲν | εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν | αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, τε|θὲν κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλι|μένον, ἀλλ' ἀποκαταστασεῖται | οὕτως, ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κα|τὰ κάθετον εἶμεν.

ἀφείσθω γάρ τι | τμᾶμα εἰς τὸ ὑγρόν, οἷον εἴρη-

2 ὀξεῖα] ὀξεῖ C. 6 ἐπὶ] ἡ ἐπὶ C. 12 ἐπεὶ] ἐπὶ C. 15 ἐπεὶ δὲ οὐ] ἐπιπέδου C. ἀλλάλοις] ἀλλὰ ϛι λη.ω C. 18 καὶ τοῦτο] om. C. ἐσσεῖται] ἕστε C. ἑξῆς τὸ σχῆμα seq. fig. C. 20

usque ad axem ducta; itaque ΠP ad $K\Omega$ angulos inaequales facit, et $\angle P\Pi\Omega$ acutus erit.[1]) quare recta ab P ad $\Pi\Omega$ perpendicularis ducta inter Π, Ω cadet. cadat ut $P\Theta$; $P\Theta$ igitur perpendicularis est ad planum parallelum, in quo est $I\Sigma$, quod est in superficie humidi. iam a B, Γ rectae parallelae rectae $P\Theta$ ducantur; itaque pars magnitudinis extra humidum posita secundum perpendicularem per Γ ductam deorsum feretur; supposuimus enim, omnes grauitates secundum perpendicularem per centrum ductam deorsum ferri;[2]) magnitudo autem in humido posita, quoniam leuior est humido,[3]) secundum perpendicularem per B ductam sursum feretur [p. 336, 14 sq.]. quoniam autem non secundum eandem perpendicularem inter se in contrarium premuntur, non manebit figura, sed partes ad A positae sursum ferentur, partes autem ad Λ positae deorsum, et hoc semper fiet, donec recta restituatur.

III.

Segmentum rectum rectanguli conoidis, si axem habet non maiorem quam dimidio maiorem recta usque ad axem ducta, quamcunque rationem ad humidum habet grauitate, in humidum ita demissum, ut basis eius tota in humido sit, inclinatum positum non manebit inclinatum, sed ita restituetur, ut axis eius perpendicularis sit.

demittatur enim in humidum segmentum,

1) U. Nizzius p. 234 η.
2) Ueri simile est, hanc suppositionem p. 336 excidisse.
3) Hoc enim in propp. II—III tacite supponitur.

γ'] om. 𝔅C. 21 inc. 𝔅. 22 μὴ] C, om. 𝔅. ἢ] 𝔅, om. C. τοῦ ἄξονος] 𝔅, τοὺς ἄξονας C. 25 μενεῖ] manet 𝔅.

ται, | καὶ ἔστω αὐτοῦ ἁ βάσις ἐν τῷ ὑ|γρῷ, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέ|δῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ | τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ το|μὰ ἔστω ἁ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου | κώνου τομά, ἄξων δὲ τοῦ τμά|ματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΠΦ, | τᾶς δὲ ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ το|μὰ ἁ ΙΣ. ἐπειδὴ οὖν κεκλιμένον | κεῖται τὸ τμᾶμα, οὐκ ἐσσεῖται κα|τὰ κάθετον ὁ ἄξων· οὐκ ἄρα | ποιήσει ἁ ΠΦ ἴσας γωνίας | ποτὶ τὰν ΙΣ. ἄχθω
21r col. 1 *δή τις | ⟨ἁ ΚΩ παρὰ τὰν ΙΣ ἐφαπτομένα κατὰ⟩ | τὸ Ο τᾶς ΑΠΟΛ τομᾶς, καὶ τοῦ μὲν | ΑΠΟΛ στερεοῦ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος | τὸ Ρ, τοῦ δὲ ΙΠΟΣ στερεοῦ τὸ Β, καὶ | ἐπιζευχθεῖσα ἁ ΒΡ ἐκβεβλήσ|θω, καὶ ἔστω κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ | τοῦ ΙΣΛΑ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ἁ | μὲν ὑπὸ τᾶν ΡΟ, ΟΚ γωνία ὀξεῖ|α, ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ Ρ κάθετος ἐπὶ τὰν | ΚΩ ἀγομένα μεταξὺ πίπτουσα | τῶν Κ, Ο· ἔστω ἁ ΡΘ. ἐὰν δὴ ἀπὸ | τῶν Γ, Β ἀχθέωντί τινες παρὰ τὰν ΡΘ, | τὸ μὲν ἐν τῷ ὑγρῷ ἀπολαφθὲν | ἐνεχθήσεται ἄνω κατὰ τὰν διὰ | τοῦ Γ ἀγομέναν, τὸ δ' ἐκτὸς τοῦ | ὑγροῦ κατὰ τὰν διὰ τοῦ*
28v col. 2 *Β ἀγομέ-|ναν κάτω, καὶ οὐ μενεῖ τὸ ΑΠΟΛ | στερεὸν οὕτως ἔχον ἐν τῷ ὑγρῷ, | ἀλλὰ τὸ μὲν κατὰ τὸ Α ἄνω τὰν | φορὰν ἕξει, τὸ δὲ κατὰ τὸ Λ κάτω, | ἕως ἂν γένηται ἁ ΠΦ κατὰ κάθ|ετον.*

δ΄.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου | κωνοειδέος, ὁπόταν κουφότε|ρον ᾖ τοῦ ὑγροῦ καὶ τὸν ἄξονα | ἔχῃ

---

1 *βάσις*] 𝔅, *βάσει* C. 2 *αὐτοῦ*] C, om. 𝔅. 5 *τᾶς τομᾶς ἁ ΠΦ*] sectionis quae *pf* 𝔅, mg. *pf*. 6 *ἐπειδὴ οὖν*] et si 𝔅. 8 *ἁ ΠΦ ἴσας γωνίας*] quae *pf* angulos aequales 𝔅. 9 *δή*] C, autem 𝔅. *ἁ ΚΩ* — 10 *τομᾶς*] quae *kω* aeque-

quale dictum est, et basis eius in humido sit, secto autem eo per axem plano ad superficiem humidi perpendiculari sectio sit *ΑΠΟΛ* rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], axis autem segmenti et diametrus sectionis *ΠΦ*, superficiei uero humidi sectio sit *ΙΣ*. iam quoniam segmentum inclinatum iacet, axis secundum perpendicularem non erit; quare *ΠΦ* ad *ΙΣ* aequales angulos non faciet. ducatur igitur recta aliqua *ΚΩ* rectae *ΙΣ* parallela in *O* sectionem *ΑΠΟΛ* contingens, et solidae magnitudinis *ΑΠΟΛ* centrum grauitatis sit *P*, solidae autem magnitudinis *ΙΠΟΣ* punctum *B*, et ducta *BP* producatur, solidique *ΙΣΛΑ* centrum grauitatis sit *Γ* [cfr. De plan. aequil. I, 8]. eodem igitur modo [p. 352, 1 sq.] demonstrabimus, angulum rectis *PO*, *OK* comprehensum acutum esse, perpendicularemque ab *P* ad *ΚΩ* ductam inter *K* et *O* cadere; sit *PΘ*. si igitur a punctis *Γ*, *B* rectae *PΘ* parallelae ducuntur, pars in humido comprehensa secundum rectam per *Γ* ductam sursum feretur [p. 336, 14 sq.], pars autem extra humidum posita secundum rectam per *B* ductam deorsum, et magnitudo solida *ΑΠΟΛ* ita in humido posita non manebit, sed pars ad *A* posita sursum impetum habebit, pars autem ad *Λ* posita deorsum, donec *ΠΦ* secundum perpendicularem fiat.

IV.

Segmentum rectum rectanguli conoidis, ubi leuius est humido axemque habet maiorem quam dimidio maiorem recta

---

distanter ipsi *is* contingens sectionem *apol* penes *o* 𝕭. **10** *τοῦ μὲν*] 𝕭, *τομὴ* C. *στερεοῦ*] C, solidae magnitudinis 𝕭. *κέντρον*] 𝕭, om. C. **11** *ΙΠΟΣ* — **12** *B*] *ipos* solidi centrum *b* 𝕭. **12** *ἁ BP*] 𝕭, *δὴ BP* C. **13** *τοῦ ΙΣΛΑ*] reliquae figurae (sit *g* del.) scilicet *isla* 𝕭. *δὴ*] C, autem 𝕭. **14** *μὲν*] quidem 𝕭. *PO, OK*] C, *rωk* 𝕭. *γωνία*] 𝕭, *γωνίαν* C. **15** *ΚΩ*] C, *ko* 𝕭. **16** *O*] 𝕭, *Ω* C. *PΘ*] *rc* in ras., mg. *rt* 𝕭. *δὴ*] scripsi, *δὲ* C𝕭. **17** *ἀχθέωντί*] ducantur 𝕭, *ἀχθῇ* C. *τινες* — *PΘ*] aequedistanter ipsi *rt* 𝕭. **19** *τὰν* — **20** *κάτω*] productam per *b* feretur 𝕭. **20** *καὶ οὐ μενεῖ*] et non manet 𝕭. **23** seq. fig. C. **24** *δ'*] om. 𝕭C.

μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέ|χρι τοῦ ἄξονος, ὅταν τῷ
21r col. 2 βάρει | ποτὶ τὸ ἴσογκον ὑγρὸν μὴ ἐλάσ|⟨σονα λόγον ἔχῃ τοῦ, ὃν ἔχει⟩ | τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ὑπερο-|χᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ | ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, | ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ | ἄξονος, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν | οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ | μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τεθὲν | κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλιμέ|νον, ἀλλὰ ἀποκαταστασεῖται | εἰς ὀρθόν.

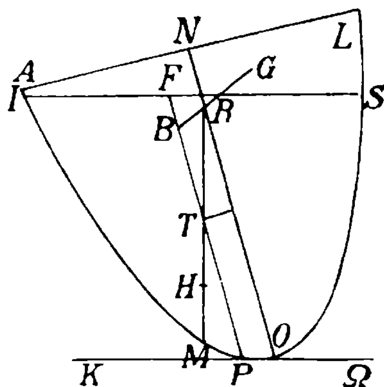
ἔστω τμᾶμα ὀρθο|γωνίου κωνοειδέος, οἷον εἴρη-|ται, καὶ ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρόν, εἰ δυ|νατόν, ἔστω μὴ ὀρθόν, ἀλλὰ | κεκλιμένον, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ | ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρ|θῷ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ | ὑγροῦ τοῦ μὲν τμάματος τομὰ

sit rectanguli coni sectio [De conoid. 11a] *quae APOL, axis autem portionis et diameter ⟨sectionis⟩ quae NO, superficiei autem humidi sectio sit IS. si igitur portio non est recta, non faciet quae NO ad IS angulos aequales* [p. 348, 15 sq.]. *ducatur autem quae KΩ contingens sectionem rectanguli coni penes P, aequedistans autem ipsi IS, a P autem aequedistanter ipsi ON ducatur quae PF, et accipiantur centra grauitatum, et erit solidi quidem APOL centrum R, eius autem, quod intra humidum, centrum B, et copuletur quae BR et educatur ad G, et sit solidi, quod supra humidum, centrum grauitatis G* [cfr. De plan. aequil. I, 8]. *et quoniam*

---

1 ἢ ἡμιόλιον τᾶς] quam emiolium eius 𝔅. ὅταν] C, si 𝔅. 2 ἴσογκον] C, eque molis 𝔅. λόγον — 3 ἔχει] proportionem habeat illa quam habet 𝔅. 4 μείζων] 𝔅, μεῖζον C. 5 ποτὶ — ἄξονος] C, et 𝔅 supra scr. uacat, mg. non erat in greco, tamen vi(detur) deficere. 7 οὐ μενεῖ κεκλιμένον] non manet inclinata 𝔅. 9 τμᾶμα ὀρθογωνίου] C, portio rectangula 𝔅. 10 εἰς — δυνατόν] in humidum si est possibile 𝔅. 11 ἀλλὰ] C, sed sit 𝔅. 13 τομὰ] sectio 𝔅, des. C. 15 sectionis] *Comm.*, om. 𝔅. 23 *BR*] *Comm.*; *tr* 𝔅, mg.!

usque ad axem ducta, si ad humidum eandem molem habens grauitate non minorem rationem habet ea, quam habet quadratum excessus, quo axis maior est quam dimidio maior recta usque ad axem ducta, ad quadratum axis, in humidum ita demissum, ut basis eius humidum non tangat, positum inclinatum non manebit inclinatum, sed rectum restituetur.



sit segmentum rectanguli conoidis, quale dictum est, et in humidum demissum, si fieri potest, rectum ne sit, sed inclinatum, secto autem eo per axem plano ad superficiem humidi perpendiculari segmenti sectio

---

quae NO ipsius quidem RO est emiolia [p. 350, 11 sq.], *eius autem, quae usque ad axem, est maior quam emiolia, palam, quod quae RO est maior quam quae usque ad axem. sit igitur quae RM aequalis ei, quae usque ad axem, quae autem OM dupla ipsius HM. quoniam igitur fit quae quidem NO ipsius RO emiolia, quae autem HO ipsius OM, et reliqua quae NH reliquae, scilicet RM, emiolia est;*[1]) *ipsi HO igitur maior quam emiolius est axis eius, quae usque ad axem, scilicet RM.*[2]) *et quoniam supponebatur portio ad humidum in grauitate non minorem proportionem habens illa, quam habet tetragonum, quod ab excessu, quo axis est maior quam*

---

1) $NH = NO \div HO = \frac{3}{2} PO \div \frac{3}{2} OM$ (Eucl. I *κοιν. ἔνν.* 3) $= \frac{3}{2}(PO \div OM) = \frac{3}{2} PM$.

2) $NO = NH + HO = \frac{3}{2} PM + HO$, et PM dimidia parametrus est (Apollon. Con. V, 13) siue recta usque ad axem ducta (ZMP. XXV p. 51 nr. 13).

---

5 *OM*] *on* 𝔅. *HM*] *Comm.*; *rm* 𝔅, mg. *em.* Mg. ἔ *οὖν* 𝔅. 6 *HO*] *mo* 𝔅. *OM*] *hoh* pr. *h* eras. 𝔅. 7 *NH*] *nm* 𝔅. *RM*] *rh* 𝔅. Ante ipsi (debuit ipso) lac. 5 litt. 𝔅, mg. *a.* *HO*] *mo* 𝔅. igitur] est 𝔅 seq. spatio uacuo, mg. *a.* 11 Ante quo del. quod 𝔅.

emiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, palam, quod non minorem proportionem habet portio ad humidum in grauitate illa proportione, quam habet tetragonum quod ab HO ad id quod ab NO. quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habet demersa ipsius portio ad totam solidam portionem; demonstratum est enim hoc [prop. I]; *sed quam habet proportionem demersa portio ad totam, hanc habet tetragonum quod a PF ad tetragonum quod ab NO; demonstratum est enim in his, quae de conoidalibus, quod, si a rectangulo conoidali duae portiones qualitercunque productis planis abscindantur, portiones adinuicem eandem habebunt proportionem quam tetragona quae ab axibus ipsorum* [De conoid. 24]. *non minorem ergo proportionem habet tetragonum quod a PF ad tetragonum quod ab NO quam tetragonum quod ab HO ad tetragonum quod ab NO; quare quae PF non est minòr quam HO* [Eucl. V, 7—8], *neque quae BP quam MO;*[1]) *si igitur ab M ipsi NO recta ducatur, cadet inter B et P. quoniam igitur quae quidem PF est aequedistanter diametro, quae autem MT est perpendicularis ad diametrum, et quae RM aequalis ei quae usque ad axem, ab R ad T copulata et educta faciet angulos rectos ad contingentem secundum P;*[2]) *quare et ad IS et ad eam quae per IS superficiem humidi faciet aequales angulos.*[3]) *si autem per B, G ipsi RT aequedistantes ducantur, anguli recti erunt facti ad superficiem humidi, et quod quidem in humido absumitur solidum conoidalis, sursum feretur secun-*

---

1) Nam $BP = \frac{2}{3} PF$ (p. 350, 11 sq.), et $MO = \frac{2}{3} HO$.
2) ZMP. XXV p. 54 nr. 21.
3) Eucl. I, 29; nam $IS \parallel K\Omega$.

---

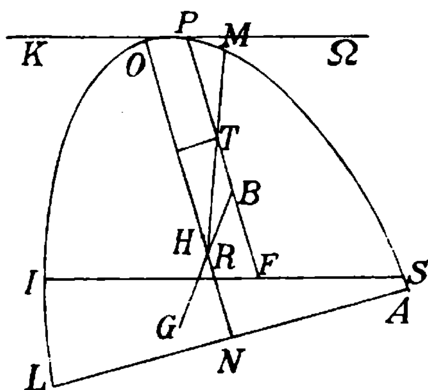
3 proportione] mg. 𝔅. **4** *HO*] *mo* 𝔅. **8** a *PF* ad tetragonum quod] *Comm.*, lac. 20 litt. 𝔅. **9** ab *NO*] mg. 𝔅. **18** non] ńon, mg. *οὐκ* 𝔅. **15** *HO*] *mo* 𝔅. **16** *HO*] *mo* 𝔅. **17** *MO*] *no* 𝔅. **18** post *P* deest: cadat ut *MT*, cfr. p. 360, 22. **19** *MT*] *ńt* 𝔅, mg. *ńt*. **20** perpendicularis] ṕerpendicularis, mg. ↑ 𝔅.

dum eam quae per B aequedistantem ipsi RT [p. 336, 14], *quod autem extra humidum absumptum deorsum feretur in humidum secundum productam per G aequedistantem ipsi RT, et per totum idem erit, donec utique conoidale rectum restituatur.*

V.

Recta portio rectanguli conoidalis, quando leuior existens humido habuerit axem maiorem quam emiolium eius quae usque ad axem, si ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habeat illa, quam habet excessus, quo maius est tetragonum quod ab axe tetragono quod ab excessu, quo axis est maior quam emiolius eius quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata non manet inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem sit.

dimittatur enim in humidum aliqua portio, qualis dicta est, et sit basis ipsius tota in humido, secta autem ipsa plano per axem recto ad superficiem humidi erit sectio rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], *et sit quae APOL, axis autem ⟨portionis⟩ et diameter sectionis quae NO, superficiei autem humidi sectio quae IS. et quoniam non est axis secundum perpendicularem, non faciet quae NO ad IS angulos aequales. ducatur autem quae KΩ contingens sectionem APOL secundum P aequedistans ipsi IS et per P ipsi NO aequedistans quae PF, et accipiantur centra grauitatum, et sit ipsius quidem APOL centrum R, eius autem quod extra humidum B, et copulata quae BR educatur ad G, et sit G centrum grauitatis solidi absumpti in humido* [cfr. De plan. aequil. I, 8],



6 om. 𝔅. 20 portionis] *Comm.*, om. 𝔅. 22 superficiei] -ei incertum 𝔅 (-es?).

et accipiatur quae RM aequalis ei quae usque ad axem, quae autem OM dupla ipsius HM, et alia fiant consimiliter superiori [prop. IV p. 356, 20]. *quoniam igitur supponitur portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habens proportione, quam habet excessus, quo maius est tetragonum quod ab NO tetragono quod ab HO, ad tetragonum quod ab NO, sed quam proportionem habet in grauitate portio ad humidum aequalis molis, hanc proportionem habet demersa ipsius portio ad totum solidum (demonstratum est enim hoc in primo theoremate), non maiorem ergo proportionem habet demersa magnitudo portionis ad totam portionem, quam sit dicta proportio; quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quae extra humidum portionem, quam habet tetragonum quod ab NO ad tetragonum quod ab HO.*[1]) *habet autem tota portio ad portionem quae extra humidum eandem proportionem, quam habet tetragonum quod ab NO ad id quod a PF* [De conoid. 24]*; non maiorem ergo proportionem habet quod ab NO ad id quod a PF, quam quod ab NO ad id quod ab HO. non minor ergo fit quae PF quam quae OH; quare nec quae PB quam MO* [p. 358 not. 1]. *quae ergo ab M producitur ipsi RO ad rectos angulos, concidet ipsi BP inter P et B; concidat secundum T. et quoniam in rectanguli coni sectione quae PF est aequedistanter diametro RO, quae autem MT perpendicularis super diametrum, quae autem RM aequalis ei quae usque ad axem, palam, quod quae RT educta facit angulos rectos ad KPΩ; quare et ad IS* [p. 358 not. 2—3]. *quae ergo RT est perpendicularis ad*

1) Quoniam $ISAL : APOL \leqq NO^2 \div HO^2 : NO^2$ siue $APOL : ISAL \geqq NO^2 : NO^2 \div HO^2$, erit conuertendo (Eucl. V, 19 coroll., Pappus VII, 48 p. 686)

$$APOL : APOL \div ISAL \leqq NO^2 : HO^2.$$

2 *OM*] *oh* 𝔅, mg. *on*. *HM*] *hm* 𝔅, mg. *nm*. 4 in grauitate] supra scr. 𝔅. 6 *HO*] *mo* 𝔅. 13 portionem] scripsi, proportionem 𝔅, del. *Comm.* 14 *HO*] *mt* 𝔅, mg. *mo* for. 19 *HO*] *mo* 𝔅. 20 *OH*] *om* 𝔅. *MO*] *no* 𝔅. 21 ad rectos angulos] *Comm.*, equedistans 𝔅. 24 mg. ↑' 𝔅.

superficiem humidi, et per signa B, G aequedistanter ipsi RT productae erunt perpendiculares ad superficiem humidi; quae quidem igitur extra humidum portio deorsum feretur in humidum secundum productam per B perpendicularem, quae autem intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem quae per G, et non manet solida portio $APOL$, sed intra humidum erit motum, donec utique quae NO fiat secundum perpendicularem.

VI.

Recta portio rectanguli conoidalis, quando humido leuior existens axem habuerit maiorem quidem quam hemiolium, minorem autem, quam ut hanc habeat proportionem ad eam quae usque ad axem, quam habent quindecim ad quattuor, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius contingat humidum, numquam stabit inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum contingat humidum.

sit portio, qualis dicta est, et dimissa in humidum consistat, sicut ostensum est, ita ut basis ipsius secundum unum signum contingat humidum, secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi sectio superficiei portionis sit quae $APOL$ rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], *superficiei autem humidi quae AS, axis autem portionis et diameter ⟨sectionis⟩ sit quae NO, et secetur secundum F quidem ita, ut quae OF sit dupla ipsius FN, secundum Ω autem ita, ut quae NO ad $F\Omega$ habeat proportionem, quam quindecim ad quattuor, et ipsi NO adducatur quae ΩK. quae autem NO maiorem proportionem habet ad $F\Omega$ quam ad eam quae usque ad axem. sit quae FB aequalis ei quae usque ad axem, et ducatur quae quidem PC aequedistanter ipsi AS contingens sectionem $APOL$ secundum P, quae autem PI aequedistanter ipsi NO; secet autem quae PI prius ipsam $K\Omega$. quoniam igitur in portione $APOL$ contenta a recta et*

---

7 motum] scripsi praeeunte *Commandino* (mouebitur), ī motum 𝔅. 9 om. 𝔅. 12 quam] *Tart.*, om. 𝔅. 14 humidum (alt.)] supra scr. 𝔅. 22 sectionis] *Comm.*, om. 𝔅. 26 mg. $\nu' \omega$ 𝔅, mg. inf. deficit puto.

a sectione rectanguli coni quae quidem KH aequedistanter ipsi AL, quae autem PI aequedistanter diametro secta ipsa $K\Omega$, quae autem AS aequedistanter contingenti secundum P, necessarium est, ipsam PI aut eandem proportionem habere ad PH, quam habet quae $N\Omega$ ad ΩO, aut maiorem proportionem; demonstratum est enim hoc per sumpta.[1] *quae autem ΩN est emiolia ipsius ΩO;*[2] *et quae IP ergo aut emiolia est ipsius HP aut maior quam emiolia; quae ergo PH ipsius HI aut dupla est aut minor quam dupla.*[3] *sit autem quae PT ipsius TI dupla; centrum ergo grauitatis eius quod in humido est signum T* [p. 350, 13 sq.]. *et copulata quae TF educatur, et sit centrum grauitatis eius quod extra humidum G* [cfr. De plan. aequil. I, 8], *et a B ipsi NO recta quae BR. quoniam igitur est quae quidem PI aequedistanter diametro NO, quae autem BR perpendicularis super diametrum, quae autem FB aequalis ei quae usque ad axem, palam, quod quae FR educta aequales facit*

---

1) H. e. διὰ λημμάτων, quae sine dubio huic libro ab ipso Archimede adiuncta erant, sed nunc perierunt. de re u. Nizzius p. 238 sq.

2) Fecimus enim $FO = 2\,FN$ siue $FN : NO = 5 : 15$. erat autem (p. 361, 15) $F\Omega : NO = 4 : 15$; addendo igitur

$$FN + F\Omega : NO = 9 : 15 = N\Omega : NO,$$

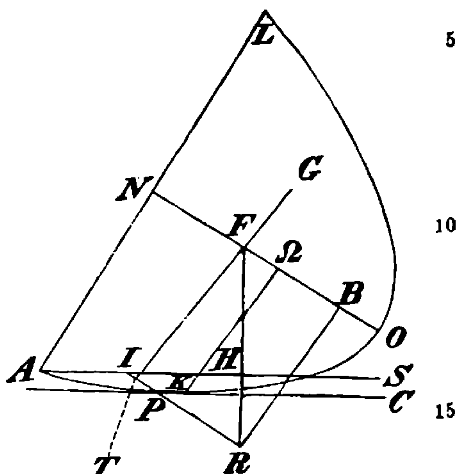
unde (Eucl. V, 7 coroll.; 17) $O\Omega : N\Omega = 6 : 9$.

3) Quoniam $PI : PH \geqq N\Omega : O\Omega = 3 : 2$, erit $HI = PI \div PH \geqq \frac{1}{2} PH$ siue $PH \leqq 2\,HI$.

---

5 Post P del. de 𝕭. 9 aut] scripsi praeeunte *Commandino* (vel); χ in lac. 𝕭, mg. χ; om. *Tart.* 12 ΩN] *Comm.*, *ωh* 𝕭. Mg. $N\overset{\omega}{c}$ 𝕭. 13 IP] *PI Comm.*, *'ih* 𝕭. 24 FR] *τr* 𝕭, mg. *fr.*

angulos ad contingentem sectionem APOL secundum P [p. 358 not. 2—3]; *quare et ad AS et ad superficiem aquae. ductis autem per T, G aequedistanter ipsi FR erunt et ipsae perpendiculares ad superficiem aquae, et magnitudo quidem intra humidum absumpta ex solido APOL sursum feretur secundum eam quae per T perpendicularem, quae autem extra humidum deorsum feretur in humidum secundum eam quae per G perpendicularem. reuoluetur ergo solidum APOL, et basis ipsius non tanget superficiem humidi secundum unum signum.*



si autem quae PI non secuerit lineam KΩ, sicut in secunda figura descriptum est, manifestum, quod signum T, quod est centrum grauitatis demersae portionis, cadet inter P et I, et reliqua similiter demonstrabuntur.

---

3 *FR*] *fb* 𝔅, mg. *fr*. 13 ανακλιθησεται mg. 𝔅. 18 secunda] *Comm.*, solida 𝔅. fig. parum adcurate descr. 𝔅, add. linea *br* debet protrahi usque ad *ip* eductam.

69r col. 1

ζ'.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνί|ου κωνοειδέος, ὅταν τοῦ ὑγροῦ κου|φότερον ᾖ καὶ τὸν ἄξονα ἔχῃ | μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ | ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥστε | λόγον ἔχειν ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ | ἄξονος, ὃν τὰ $\overline{\iota\varepsilon}$ ποτὶ $\overline{\delta}$, ἀφεθὲν εἰς | τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν ὅ|λαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, οὐδέποτε | καταστασεῖται οὕτως, ὥστε τὰν βά|σιν αὐτοῦ ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ | ἐπιφανείας, ἀλλ' ὥστε ὅλαν εἶμεν | ἐν τῷ ὑγρῷ μηδὲ καθ' ἓν σαμεῖον ἁπτομέναν τᾶς | ἐπιφανείας.

ἔστω τμᾶμα, | οἷον εἴρηται, καὶ ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑ-| γρόν, καθάπερ ἐρρέθη, καθε|στακέτω οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐ|τοῦ ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφα-| νείας. δεικτέον, ὅτι οὐ μενεῖ, ἀλλὰ | ἀνακλιθήσεται οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐ|τοῦ μηδὲ καθ' ἓν ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ | ὑγροῦ ἐπιφανείας.

68v col. 1 *τμαθέντος | γὰρ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ | τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν τομὰ | ἔστω ἁ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου | τομά, ἔστω δὲ καὶ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπι|φανείας τομὰ ἁ ΣΛ, ἄξων δὲ | ἔστω τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος | ἁ ΠΦ, πάλιν δὲ τεμνέσθω ἁ ΠΦ κατὰ | μὲν τὸ Ρ, ὥστε διπλασίαν εἶμεν | τὰν ΡΠ τᾶς ΡΦ, κατὰ δὲ τὸ Ω, ὥστε | τὰν ΠΦ ποτὶ τὰν ΡΩ λόγον ἔχειν, | ὃν τὰ $\overline{\iota\varepsilon}$ ποτὶ τὰ $\overline{\delta}$, καὶ ἁ ΩΚ ὀρθὰ | ἄχθω τᾷ*

1 ζ'] om. 𝔅C. 3 *τοῦ ὑγροῦ*] 𝔅, *τὸ ὑγρὸν* C. 4 *μὲν*] 𝔅, *ην* C. *ἢ ἡμιόλιον — ἄξονος*] 𝔅, om. C. 5 *ἢ*] C, om. 𝔅. *ὃν*] 𝔅, *ἢ ἡμιόλιον τῆς μέχρι τοῦ ἄξονος ὃν* C. 6 $\overline{\iota\varepsilon}$] 𝔅, $\overline{\rho\varepsilon}$ C. $\overline{\delta}$] 𝔅, $\delta\overline{\alpha}$ C. Mg. quam relatiuum 𝔅 (refertur ad quam, quod respondet pronomini *ὅν* lin. 5). *εἰς*] in 𝔅. 7 *βάσιν*] C, basis ipsius 𝔅. 9 *ἀλλ'* — 10 *ἐπιφανείας*] om. C, sed ut tota sit in humido nec secundum unum signum tangens

VII.

Segmentum rectum rectanguli conoidis, si humido leuius est et axem habet maiorem quam dimidio maiorem recta ad axem ducta, minorem autem, quam ut ad rectam ad axem ductam rationem habeat, quam 15 : 4, in humidum ita demissum, ut basis tota in humido sit, nunquam ita consistet, ut basis eius superficiem humidi tangat, sed ut tota sit in humido in nullo puncto superficiem tangens.

sit segmentum, quale dictum est, et in humidum demissum, sicut dictum est, ita consistat, ut basis eius superficiem humidi tangat. demonstrandum, id non mansurum esse, sed ita reuolutum iri, ut basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat.

secto enim eo plano ad superficiem humidi perpendiculari sectio sit $A\Pi O\Lambda$ rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], sit autem etiam superficiei humidi sectio $\Sigma\Lambda$, axis uero segmenti diametrusque ⟨sectionis⟩ sit $\Pi\Phi$, et rursus $\Pi\Phi$ in P ita secetur, ut sit $P\Pi = 2\,P\Phi$, in Ω autem ita, ut sit $\Pi\Phi : P\Omega = 15 : 4$, ducaturque ΩK ad $\Pi\Phi$ perpendicularis; $P\Omega$ igitur minor erit recta ad axem ducta [cfr. p. 361, 26]. itaque rectae ad axem ductae aequalis abscindatur PH, ducanturque TO sectionem in O contingens

---

superficiem 𝔅. **14** *ἅπτεσθαι* — **16** *αὐτοῦ*] mg. C. **15** *μενεῖ*] manet 𝔅. *ἀνακλιθήσεται*] reuoluetur 𝔅; cfr. p. 363, 13. **16** *μηδὲ καθ' ἓν*] C, non secundum unum signum 𝔅. **18** *γὰρ αὐτοῦ*] enim ipsa 𝔅. **21** $\Sigma\Lambda$] *Comm.*, ΣA 𝔅C. **22** $\Pi\Phi$ (pr.)] C, quae $\overset{//}{p}f\overset{//}{}$sit 𝔅. **23** P] *r* 𝔅. $P\Pi$] *rp* 𝔅. **24** Ω] *ω* 𝔅. $\Pi\Phi$] *pω* 𝔅. **25** *ὃν*] quam 𝔅. fig. sumpta a 𝔅.

ΠΦ· ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων | ἁ ΡΩ τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος. | ἀπολελάφθω οὖν τᾷ μέχρι τοῦ | ἄξονος ἴσα ἁ ΡΗ, καὶ ἁ μὲν ΤΟ | ἄχθω ἐφαπτομένα τᾶς τομᾶς | κατὰ τὸ Ο παράλληλος ἐοῦσα τᾷ | ΣΔ, ἁ δὲ ΝΟ τᾷ ΠΦ, τεμνέ- 69r col. 2 *τω δὲ | ἁ ΝΟ τὰν ΚΩ πρότερον κατὰ τὸ Ι. | ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται, | ὅτι ἁ ΝΟ ἤτοι ἡμιολία τᾶς ΟΙ ἢ μεί|ζων ἢ ἡμιολία· γίνεται δὴ ἁ ΟΙ τᾶς | ΙΝ ἐλάσσων ἢ διπλασία. ἔστω δὴ | ἁ ΟΒ διπλασία τᾶς ΒΝ, καὶ | κατεσκευάσθω τὰ αὐτά· ὁμοίως δὴ | δειχθήσεται ἁ ΡΘ ὀρθὰς γωνίας | ποιοῦσα ποτὶ τὰν ΤΟ καὶ ποτὶ τὰν | τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν, καὶ ἀπὸ τῶν Β, Γ ἀχθεῖσαι παρὰ τὰν ΡΘ καθέτοι | ἐσσοῦνται ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν. | κατενεχθήσεται οὖν τὸ μὲν ἐκτὸς | τοῦ ὑγροῦ τμᾶμα εἰς τὸ ὑγρὸν κατὰ | τὰν διὰ τοῦ Β κάθετον, τὸ δ' ἐν τῷ | ὑγρῷ ἀνενεχθήσεται κατὰ τὰν διὰ τοῦ | Γ· φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπικλιθήσεται τὸ | στερεόν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μη-| δὲ καθ' ἓν ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ | ἐπιφανείας, ἐπειδὴ νῦν καθ' ἓν σα|μεῖον ⟨ἁπτόμενον ἐπὶ τὸ κάτω* 68v col. 2 *φέρε⟩|ται ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ.*

φανερὸν δέ, | ὅτι, κἂν ἁ ΟΝ μὴ τέμνῃ τὰν ΩΚ, | ταὐτὰ δειχθήσεται.

---

1 *δὴ*] autem 𝔅. 3 *Ο*] *o* 𝔅. 4 *ΣΔ*] *as* 𝔅. *ἁ δὲ ΝΟ*] C, et quae *no* et aequedistans 𝔅. 6 *δὴ*] C, autem 𝔅. *δειχθήσεται*] demonstrabitur 𝔅. *ἁ ΝΟ* — 7 *ἢ* (pr.)] quae *no* aut emiolia est ipsius *oi* aut 𝔅. 7 *μείζων*] 𝔅, *μεῖζον* C. *ἢ*] 𝔅, om. C. *γίνεται* — 8 *ΙΝ*] fit autem quae *or* ipsi *rn* 𝔅. 8 *ἔστω* — *διπλασία*] om. C, sit igitur quae *ob* dupla 𝔅. 9 *ΒΝ, καὶ*] *bn* et 𝔅. *τὰ αὐτά*] C; eadem prioribus 𝔅, mg. *ταῦτα*. 10 *ΡΘ*] C; *rf* 𝔅, mg. *rt*. 12 *ἀχθεῖσαι*] 𝔅, *ἀχθεῖσαν* C. 16 *διὰ τοῦ*] 𝔅, om. C. 17 *ἐπικλιθήσεται*] C, aduoluetur 𝔅. 18 *ἓν*] C, unum supra scr. 𝔅. *ὑγροῦ*] *ὑγροῦ ἑ*| C. 19 *σαμεῖον*] om. 𝔅. *ἁπτόμενον* — 20 *φέρεται*] tangens

rectae $\Sigma\Delta$ parallela et NO rectae $\Pi\Phi$ parallela, NO autem rectam $K\Omega$ prius in I secet. itaque eodem modo, quo in propositione praecedenti [p. 362, 5 sq.], demonstrabimus, NO aut dimidio maiorem esse quam OI aut maiorem quam dimidio maiorem; quare $OI < 2\,IN$.[1]) sit igitur $OB = 2\,BN$, et eadem [p. 362, 17 sq.] comparentur; similiter igitur demonstrabimus, rectam $P\Theta$ ad TO et ad superficiem humidi rectos angulos facere [p. 358 not. 2—3], et rectae a B, Γ rectae $P\Theta$ parallelae ductae ad superficiem humidi perpendiculares erunt. itaque segmentum extra humidum positum secundum perpendicularem per B ductam in humidum deorsum feretur, pars autem in humido posita secundum perpendicularem per Γ ductam sursum feretur [p. 336, 14 sq.]; ergo manifestum est, magnitudinem solidam ita inclinatum iri, ut basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat, quoniam, ut nunc est, in uno puncto tangens deorsum fertur uersus Δ.

manifestum autem, etiam si ON rectam ΩK non secuerit, eadem demonstrari posse.

1) Aut $OI = 2\,IN$; cfr. p. 362, 16 sq.

ad deorsum fertur 𝔅. 20 Δ] *Comm.*, A 𝔅C. 21 ON] C, *no* 𝔅. 22 ταὐτὰ] 𝔅, ταῦτα C. seq. fig. C.

η'.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου | κωνοειδέος, ὅταν τὸν ἄξονα | ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι | τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥστε | ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος τοῦτον | ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ι̅ε̅ ποτὶ | τὰ δ̅, ὅταν τὸ βάρος ποτὶ τὸ ὑγρὸν | ἐλάσσονα λόγον
69r col. 1 ἔχῃ τοῦ, ὃν ἔχει | τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ὑπερο-|χᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμι|όλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ † τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, | ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν | μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, οὔτ' ἐς | ὀρθὸν ἀποκαταστασεῖται οὔτε μενεῖ | κεκλιμένον, πλὴν ὁπόταν ὁ ἄξων | αὐτοῦ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν ποι|ῇ γωνίαν ἴσαν τᾷ μελλούσᾳ λέ|γεσθαι.

ἔστω τμᾶμα, οἷον εἴρηται, | καὶ ἁ ΒΔ ἴσα τῷ ἄξονι, καὶ ἁ μὲν | ΒΚ τᾶς ΚΔ διπλασία, ἁ δὲ ΚΡ ἴσα | τᾷ μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔστω δὲ καὶ ἁ | μὲν ΤΒ ἡμιολία τᾶς ΒΡ, ἁ δὲ ΤΔ τᾶς | ΚΡ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ | βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἐχέτω | τὸ ἀπὸ τᾶς ΦΧ τετράγωνον ποτὶ | τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ, ἔστω
68r col. 1 δὲ καὶ ἁ Φ | ⟨διπλασία τᾶς Χ. δῆλον οὖν, ὅτι⟩ | ἁ ΦΧ ποτὶ τὰν ΔΒ ἐλάσσονα λόγον | ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΤΒ ποτὶ τὰν ΒΔ· ἔστι | γὰρ ἁ ΤΒ ἁ ὑπεροχά, ᾇ μείζων ἢ ἡμιόλιος | ὁ ἄξων τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος· |

---

1 η'] om. 𝔅C. 3 ἄξονα] 𝔅, ἄξονα: C. ἢ] 𝔅, om. C. 4 δὲ ἢ] autem 𝔅. 5 ι̅ε̅] 𝔅, ι̅ε̅ η C. 6 τὸ βάρος] C, grauitas 𝔅; fort. τῷ βάρει. 10 βάσιν] C, basis ipsius 𝔅. 11 οὔτε μενεῖ] 𝔅, οὐ μὴν C. 13 τοῦ] om. C. 15 καὶ] C, et sit 𝔅. 16 ΒΚ] C, *bk* sit 𝔅. ΚΡ] C, *rk* 𝔅. 17 δὲ] 𝔅, δὴ C. 18 ἁ δὲ — ΚΡ] C, om. 𝔅. δὲ] 𝔅, δὴ C. 19 ἐχέτω] C, om. 𝔅. 20 ΔΒ] 𝔅, ΑΒ C. 21 διπλασία — ὅτι] dupla ipsius *q*. palam igitur quod 𝔅. 23 ΤΒ] 𝔅, Β C. ἁ ΤΒ ἁ] quae *gd* 𝔅, om. C. 24 ἢ] 𝔅, om. C. fig. sumpta a 𝔅.

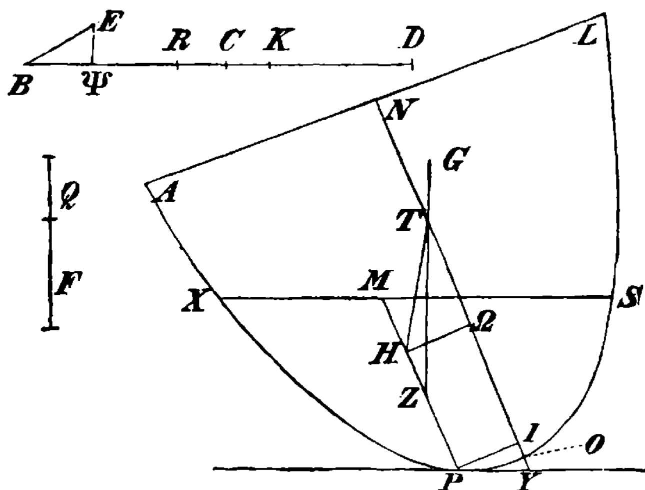
VIII.

Segmentum rectum rectanguli conoidis, si axem maiorem habet quam dimidio maiorem recta ad axem ducta, minorem autem, quam ut ad rectam ad axem ductam eam rationem habeat, quam 15 : 4, ubi grauitate ad humidum minorem rationem habet, quam habet quadratum excessus, quo axis maior est quam dimidio maior recta ad axem ducta, ad quadratum axis, in humidum ita demissum, ut basis humidum non tangat, neque rectum restituetur neque inclinatum manebit, nisi ubi axis eius ad superficiem humidi angulum fecerit ei aequalem, quem indicabimus.

sit segmentum, quale diximus, $B\Delta$ aequalis axi, $BK = 2\,K\Delta$, KP aequalis rectae ad axem ductae, sit autem etiam

$$TB = \tfrac{3}{2}\,BP, \quad T\Delta = \tfrac{3}{2}\,KP,$$

et quam rationem habet segmentum ad humidum grauitate, eam habeat $(\Phi + X)^2 : \Delta B^2$, sit autem etiam $\Phi = 2\,X$. ad-



paret igitur, esse $\Phi + X : \Delta B < TB : B\Delta$; nam TB excessus est, quo axis maior est quam dimidio maior recta ad axem ducta;[1]) itaque $\Phi + X < TB$ [Eucl. V, 10]; quare

1) Nam $TB = B\Delta \div T\Delta = B\Delta \div \tfrac{3}{2}\,KP$. et supposuimus $(\Phi + X)^2 : B\Delta^2 =$ segmentum: humidum $< TB^2 : B\Delta^2$.

ἐλάσσων ἄρα ἁ *ΦΧ* τᾶς *ΒΤ*· ὥσ|τε καὶ ἁ *Φ* τᾶς *ΒΡ*. ἔστω δὴ τᾷ *Φ* ἴσα ἁ | *ΡΨ*, καὶ τᾷ *ΒΔ* ὀρθὰ ἄχθω ἁ *ΨΕ* | δυναμένα τὸ ἥμισυ τοῦ ὑπὸ τῶν | *ΚΡ*, *ΒΨ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ *ΒΕ*. δει|κτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα ἀφεθὲν εἰς | τὸ ὑγρόν, ὡς εἴρηται, καταστασεῖται | κεκλιμένον, ὥστε τὸν ἄξονα ποτὶ | τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιεῖν | γωνίαν ἴσαν τᾷ *ΕΒΨ*.

ἀφείσθω | γάρ τι ἐς τὸ ὑγρὸν τμᾶμα, καὶ ἁ | βάσις
69v col. 2 αὐτοῦ μὴ ἁπτέσθω τᾶς τοῦ | ὑγροῦ ἐπιφανείας, καί, εἰ δυνατόν, | μὴ ποιείσθω ὁ ἄξων αὐτοῦ ποτὶ | τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ἴσαν | τᾷ *Β*, ἀλλὰ μείζω πρῶτον.

τμα|θέντος δὴ τοῦ τμάματος ἐπιπέ|δῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὰν ἐπιφά|νειαν τοῦ ὑγροῦ τομὰ ἔστω ἁ *ΑΠΟΛ* | ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐν δὲ τᾷ | τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείᾳ ἁ *ΞΣ*, ἄξων | δὲ καὶ διάμετρος [τοῦ τμήματος] | ἁ *ΝΟ*. ἄχθω δὴ καὶ ἁ μὲν *ΠΥ* πα-|ρὰ τὰν *ΞΣ* ἐφαπτομένα τᾶς *ΑΠΟΛ* | τομᾶς κατὰ τὸ *Π*, ἁ δὲ *ΠΜ* παρὰ | τὰν *ΝΟ*, ἁ δὲ *ΠΙ* κάθετος ἐπὶ τὰν | *ΝΟ*, καὶ τᾷ *ΒΡ* ἔστω ἴσα ἁ *ΟΩ*, τᾷ δὲ *ΡΚ* ἁ *ΩΘ*, καὶ ὀρθὰ ἁ *ΩΗ* τῷ | ἄξονι. ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται ὁ ἄξων | τοῦ τμάματος ποτὶ τὰν ἐπιφά|νειαν τοῦ ὑγροῦ
68r col. 2 γωνίαν ποιεῖν μεί|ζονα τᾶς *Β*, δῆλον, ὅτι τοῦ *ΠΙΥ* | τριγώνου ἁ ποτὶ τῷ *Υ* γωνία | μείζων τᾶς *Β*· μείζονα δὴ λόγον | ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς | *ΠΙ* ποτὶ

---

1 ἐλάσσων] C, erit minor 𝔅. καὶ ἁ Φ] et quae *f* minor 𝔅. 2 δὴ] C, autem 𝔅. ΡΨ] *rx* 𝔅. 3 ΚΡ, ΒΨ] *krx* 𝔅. 4 ΒΕ] 𝔅, Β·Ε C. 7 γωνίαν — ΕΒΨ] angulum aequalem angulo *ebx* 𝔅. 8 ἀφείσθω] ἀφήσθω C, demittatur 𝔅. 9 ἁπτέσθω] tangat 𝔅. 10 ποιείσθω] fort. ποιείτω. 11 ἴσαν τᾷ] angulum aequalem angulo 𝔅. 12 δὴ] C, autem 𝔅. 13 ὀρθῷ] om. C; recto 𝔅, mg. in greco recto non. 14 ἔστω] *Comm.*, ἔσται 𝔅C. ὀρθογωνίου] 𝔅, ὀρθογώνιον C. ἐν

etiam $\Phi < BP$. iam sit $P\Psi = \Phi$, et ad $B\Delta$ perpendicularis ducatur ΨE, sitque $\Psi E^2 = \frac{1}{2} KP \times B\Psi$, et ducatur BE. demonstrandum, segmentum in humidum ita, ut dictum est, demissum consistere ita inclinatum, ut axis ad superficiem humidi angulum faciat angulo $EB\Psi$ aequalem.

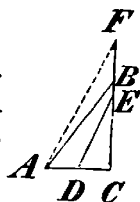
demittatur enim in humidum segmentum aliquod, basisque eius superficiem humidi ne tangat, et, si fieri potest, axis eius ad superficiem humidi ne faciat angulum angulo B aequalem, sed prius maiorem.

secto igitur segmento per axem plano ad superficiem humidi perpendiculari sectio sit $A\Pi O\Lambda$ coni rectanguli sectio [De conoid. 11 a], in superficie autem humidi $\Xi\Sigma$, axis uero ⟨segmenti⟩ et diametrus sectionis NO. praeterea ducatur $\Pi\Upsilon$ rectae $\Xi\Sigma$ parallela sectionem $A\Pi O\Lambda$ in Π contingens, ΠM autem rectae NO parallela, ΠI uero ad NO perpendicularis, et sit $O\Omega = BP$, $\Omega\Theta = BK$, ΩH autem ad axem perpendicularis. quoniam igitur supposuimus, axem segmenti ad superficiem humidi angulum facere angulo B maiorem, adparet, trianguli $\Pi I\Upsilon$ angulum ad Υ positum angulo B maiorem esse [Eucl. I, 29]; quare[1])

$$\Pi I^2 : I\Upsilon^2 > E\Psi^2 : \Psi B^2.$$

---

1) Sit $\angle ACB = 90^0$ et $\angle EDC > BAC$, et ducatur $AF \parallel DE$. erit $CF : AC > CB : AC$. uerum $CF : AC = CE : CD$, h. e. $CE : CD > CB : AC$. cfr. ZMP. XXIV p. 179 nr. 8.



— 15 ἐπιφανείᾳ] C, superficies autem humidi 𝕭. 15 δὲ — 16 τμήματος] 𝕭C; debuit esse δὲ τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς; fort. τοῦ τμήματος delendum coll. p. 380, 22. 16 δή] C, autem 𝕭. 18 δὲ (pr.)] 𝕭, μὲν C. παρὰ] 𝕭, ἄρα C. 19 τᾷ BP] τῇ BP C, quae quidem br 𝕭. ἴσα ἁ OΩ] ἡ HB τῇ OΩ C; aequalis ipsi iω (e corr.) 𝕭, mg. in graeco bω. τᾷ δὲ PK ἁ ΩΘ] scripsi, ἁ δὲ PK τᾷ ΩΘ C, quae autem rk ipsi tω 𝕭. 20 ὀρθὰ] 𝕭, ⊥H C. 22 γωνίαν ποιεῖν] facere angulum 𝕭. ὅτι — 23 τριγώνου] quod angulo pin 𝕭, mg. pim. 23 Υ] pim 𝕭, mg. puto .ω.νhωз. μείζων] 𝕭, μεῖζον C.

τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς | ΙΥ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς | ΕΨ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ | τᾶς ΨΒ. ἀλλ' ὃν μὲν λόγον ἔχει τὸ | ἀπὸ τᾶς ΠΙ τετράγωνον ποτὶ | τὸ ἀπὸ τᾶς ΙΥ, τοῦτον ἔχει ἁ ΚΡ | ποτὶ ΥΙ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετρά|γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΨ ποτὶ τὸ τε|τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΨΒ, τοῦτον | ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΚΡ ποτὶ τὰν ΨΒ· | μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΚΡ ποτὶ | τὰν ΥΙ ἤπερ ἁ ἡμίσεια τᾶς ΚΡ | 128r col. 1 ποτὶ τὰν ΨΒ· ἐλάσσων ἄρα ἡ διπλασία | ἁ ΥΙ τᾶς ΨΒ. τᾶς δὲ ΟΙ διπλασία ἁ ΙΥ· ἐλάσσων ἄρα | ἁ ΟΙ τᾶς ΨΒ· ὥστε ἁ ΙΩ μείζων | ἐστὶ τᾶς ΨΡ. ἁ δὲ ΨΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ | Φ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἁ ΙΩ τᾶς Φ. | καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται τὸ τμᾶμα | τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἔχειν λό|γον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς | ΦΧ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς | ΒΔ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα | τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον | ἔχει τὸν λόγον τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ | ποτὶ τὸ ὅλον τμᾶμα, ὃν δὲ τὸ δεδυ|κὸς ποτὶ τὸ ὅλον, τοῦτον ἔχει τὸ τε|τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΜ ποτὶ | τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΟΝ, | ὃν ἄρα λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον | τὸ ἀπὸ τᾶς ΦΧ ποτὶ τὸ τετρά|γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, τοῦτον | 129v col. 1 ἔχει τὸν λόγον τὸ τετράγωνον | τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΠ ποτὶ τὸ τετρά|γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΟΝ· ἴσα ἄρα | ἐστὶν ἁ ΦΧ τᾷ ΠΜ. ἁ δὲ ΠΗ ἐδείχθη | μείζων ἐοῦσα τᾶς Φ· δῆλον οὖν, | ὅτι ἁ ΠΜ ἐλάσσων ἢ ἡμιολία ἐστὶν | τᾶς ΠΗ, ἁ δὲ ΠΗ τᾶς ΗΜ μείζων | ἢ διπλασίων. ἔστω οὖν ἁ ΠΖ δι|πλασίων τᾶς ΖΜ· ἐσσεῖται δὴ τὸ | μὲν Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ στε|ρεοῦ, τοῦ δὲ ἐν τᾷ ὑγρῷ τὸ Ζ· τοῦ δὴ | λοιποῦ μεγέθεος τὸ κέντρον | τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΖΘ εὐ|θείας ἐπιζευχθείσας καὶ ἐκβληθείσας. ἐκ|βεβλήσθω ἐπὶ τὸ Γ·

uerum[1]) $\Pi I^2 : I\Upsilon^2 = KP : \Upsilon I$ et[2]) $E\Psi^2 : \Psi B^2 = \frac{1}{2} KP : \Psi B$; itaque $KP : \Upsilon I > \frac{1}{2} KP : \Psi B$; quare $\Upsilon I < 2\, \Psi B$ [Eucl. V, 10]. est autem[3]) $I\Upsilon = 2\, OI$; itaque $OI < \Psi B$; quare $I\Omega > \Psi P$ [p. 370, 19]. uerum $\Psi P = \Phi$; itaque $I\Omega > \Phi$. et quoniam supposuimus, segmentum ad humidum eam grauitate rationem habere, quam $(\Phi + X)^2 : B\Delta^2$, et quam rationem segmentum habet grauitate ad humidum, eam habet pars eius demersa ad totum segmentum [prop. I], quam autem pars demersa ad totum, eam habet $\Pi M^2 : ON^2$ [De conoid. 24], erit $(\Phi + X)^2 : B\Delta^2 = M\Pi^2 : ON^2$; itaque [Eucl. V, 9] $\Phi + X = \Pi M$ [p. 368, 15]. demonstrauimus autem [lin. 12], esse $\Pi H > \Phi$ [Eucl. I, 34]; adparet igitur, esse[4]) $\Pi M < \frac{3}{2} \Pi H$, $\Pi H > 2\, HM$. sit igitur $\Pi Z = 2\, ZM$; Θ igitur centrum grauitatis erit solidi,[5]) Z autem partis in humido positae [p. 350, 13 sq.]; itaque centrum gra-

1) ZMP. XXV p. 51 nr. 13.
2) Supposuimus enim $E\Psi^2 = \frac{1}{2} KP \times B\Psi$.
3) ZMP. XXV p. 53 nr. 16.
4) $\Pi M = \Phi + X = \frac{3}{2} \Phi < \frac{3}{2} \Pi H$ et
$HM = \Pi M \div \Pi H < \frac{3}{2} \Pi H \div \Pi H$.
5) $\Theta O = \Theta\Omega + \Omega O = PK + BP = BK = 2\, K\Delta$ et $B\Delta = NO$.

---

1 $I\Upsilon$] *i* seq. lac. 𝔅. 4 $I\Upsilon$] *i* seq. lac. 𝔅. ΥI] C, *i* post lac. 𝔅. 6 τὸ (alt.)] C, om. 𝔅. 7 ά] om. C. μείζον^α C. 8 ΥI] *i* post lac. 𝔅. ἤπερ ά] quam 𝔅, η πεη C. 9 ἄρα] C, ergo est 𝔅. διπλασία] διπλῆ C. ΥI] C, *i* post lac. 𝔅. 10 ΨB] C, *cd* 𝔅. OI (pr.) — $I\Upsilon$] om. C; *oi* dupla est quae *ω* propter septimum theorema primi libri elementorum conicorum Apollonii 𝔅, mg. *az*. ἐλάσσων — OI] C, est ergo quae *oi* minor 𝔅. 11 ἁ δὲ ΨP] quae autem *xr* 𝔅. 12 τᾷ] 𝔅, τῆς C. $I\Omega$ τᾶς Φ] *iω* quam *f* 𝔅. 14 τὸ (pr.)] om. C. 17 αὐτοῦ] ipsius 𝔅. 19 ΠM] *pm* 𝔅. τᾶς ON] *on* 𝔅. 22 τὸ ἀπὸ τᾶς $M\Pi$] quod ab *mh* 𝔅, corr. *Comm.* (*pm*). 25 ΠM] *pm* 𝔅. ἢ] 𝔅, om. C. 26 HM] 𝔅, NM C. μείζων] est maior 𝔅. 27 διπλασίων] dupla 𝔅. δὴ] C, autem 𝔅. 28 τοῦ (sec.)] om. C. 29 τοῦ δὴ λοιποῦ μεγέθεος] reliquae autem magnitudinis 𝔅. 30 $Z\Theta$ εὐθείας] linea *zt* 𝔅. 31 ἐκβληθείσας] 𝔅, om. C. ἐκβεβλήσθω] C; et educatur 𝔅, mg. et sit educta. Γ] 𝔅, $E\Pi$ C.

δειχθήσ|εται δὴ ὁμοίως ἁ ΘΗ κάθ|ετος ἐοῦσα ἐπὶ τὰν 128r col. 2 τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν, | καὶ τὸ μὲν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ τμᾶμα | ἐνεχθήσεται εἰς τὸ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ | κατὰ τὰν διὰ τοῦ Ζ ἀγμέναν κάθε|τον ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνει|αν, τὸ δὲ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ ἐνεχθήσεται | εἰς τὸ ἐντὸς κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ· οὐ | μενεῖ δὴ τὸ τμᾶμα κατὰ τὰν ὑπο|κειμέναν κλίσιν.

οὐδὲ μὴν εἰς τὸ ὀρ|θὸν ἀποκαταστασεῖται. δῆλον δὲ | διὰ τούτων· ἐπειδὴ τῶν ἀγμένων | διὰ τῶν Ζ, Γ καθέτων ἁ μὲν διὰ | τοῦ Ζ ἀγμένα τᾶς ΓΖ ἐπὶ τὰ αὐτὰ | μέρεα πίπτει, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ Λ, ἁ δὲ | διὰ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Λ, δῆλον, | ὅτι διὰ τὰ προειρημένα τὸ μὲν Ζ κέν|τρον ἄνω οἰσθήσεται, τὸ δὲ Γ κάτω· | ὥστε τοῦ ὅλου μεγέθεος τὰ | μέρεα τὰ ἀπὸ τοῦ Λ κάτω οἰσθήσεται. |

129v col. 2 τοῦτο δ' ἦν εὔχρηστον ποτὶ τὸ δεῖξαι. |

Ὑποκείσθω πάλιν τὰ μὲν ἄλλα τὰ | αὐτά, ὁ δὲ ἄξων τοῦ τμάματος ποτὶ | τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιεί|⟨τω 128v col. 1 γωνίαν ἐλάσσονα τᾶς ποτὶ | τῷ Β· ἐλάσσονα δὴ λόγον⟩ | ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΙ | ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΙΥ ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς | ΕΨ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΨΒ· καὶ ἁ ΚΡ | ἄρα ποτὶ τὰν ΥΙ ἐλάσσονα λόγον | ἔχει ἤπερ ἁ ἡμίσεια τᾶς ΚΡ ποτὶ τὰν ΨΒ. | μείζων ἄρα ἐσσεῖται ἢ διπλασίων ἁ | ΙΥ τᾶς ΨΒ· ἁ ἄρα ΩΙ ἐλάσσων τᾶς ΨΡ. | ἐσσεῖται οὖν καὶ ἁ ΠΗ ἐλάσσων τᾶς Φ. | ἁ δὲ

1 δὴ] δὲ C, autem 𝔅. κάθετος — 2 ἐπιφάνειαν] perpendicularis existens ad superficiem humidi 𝔅. 4 διὰ — κάθετον] perpendicularem ductam per *z* 𝔅. 5 τὸ δὲ ἐκτὸς] quae autem extra 𝔅. εἰς τὸ ἐντὸς] intra humidum 𝔅. 6 τὰν διὰ τοῦ Γ] eam quae per *g* 𝔅. μενεῖ] manet 𝔅. δὴ] δὲ C𝔅. 9 δὲ] C, enim 𝔅. διὰ τούτων] C, propter hoc 𝔅. ἐπειδὴ τῶν ἀγμένων] quoniam quae producuntur 𝔅. 10 μὲν] quidem 𝔅. τᾶς ΓΖ] τῆς ΓΖ C; ipsi *gl* 𝔅, mg.

uitatis reliquae magnitudinis in recta $Z\Theta$ ducta et producta positum erit [De plan. aequil. I, 8]. producatur ad Γ. eodem igitur modo demonstrabimus [p. 358 not. 2—3], rectam ΘH ad superficiem humidi perpendicularem esse, et segmentum in humido positum extra humidum feretur secundum rectam per Z ad superficiem humidi perpendicularem ductam, pars autem extra humidum posita secundum perpendicularem per Γ ductam in humidum feretur; itaque segmentum ita inclinatum, ut supposuimus, non manebit.

neque uero rectum restituetur, id quod hinc adparet: quoniam ex perpendicularibus per Z, Γ ductis, quae per Z ducitur, ad easdem partes rectae ΓZ cadit, in quibus est A, quae uero per Γ ducitur ad easdem partes, in quibus est A, adparet, propter ea, quae antea diximus [p. 336, 14 sq.], centrum Z sursum ferri, Γ autem deorsum; quare totius magnitudinis partes uersus A positae deorsum ferentur.

hoc uero utile erat ad propositionem demonstrandam.

Rursus cetera eadem supponantur, sed axis segmenti ad superficiem humidi angulum faciat minorem angulo ad B posito; itaque $\Pi I^2 : I\Upsilon^2 < E\Psi^2 : \Psi B^2$ [p. 371 not. 1]; quare etiam $KP : \Upsilon I < \frac{1}{2} KP : \Psi B$. itaque erit $I\Upsilon > 2\,\Psi B$; quare $\Omega I < \Psi P$. itaque etiam $\Pi H < \Phi$. uerum $M\Pi = \Phi + X$;

---

gd. 11 *ἐστι τὸ Α*] *ἐστι τὸ Γ* C, est et (supra scr.) secundum *g* 𝔅; corr. *Comm.* 12 *τῷ Α*] *Comm.*, *τῆι* Z· C, ipsi *zg* 𝔅. 13 *ὥστε*] quare 𝔅. 14 *μέρεα τὰ ἀπὸ*] quae ex parte 𝔅. *Α*] C𝔅, uel *l* mg. 𝔅. 16 *τοῦτο*] hoc 𝔅, *τοῦ* C. *εὔχρηστον*] C; inutile 𝔅, mg. *ου χρηστ̀*. seq. fig. C. 17 *τὰ μὲν ἄλλα*] alia quidem 𝔅. *ὁ δὲ* — 19 *λόγον*] axis autem portionis ad superficiem humidi faciat angulum minorem eo qui apud *b*, minorem autem proportionem 𝔅. 20 *IΥ*] C, *iω* 𝔅. 21 *EΨ*] *ex* 𝔅. *KP*] *kr* 𝔅. 22 *ΥI*] *ωi* 𝔅. *ἔχει*] habet 𝔅. *ἤπερ ἁ*] 𝔅, om. C. 23 *μείζων*] *μεῖζον* C. *μείζων* — 24 *ΨB*] est ergo quae *iω* maior quam dupla ipsius *xb* 𝔅. 24 *ἁ ἄρα ΩI ἐλάσσων*] ergo quae *ωi* minor 𝔅, del. *Comm.* Deinde add. 𝔅: ipsius autem *oi* dupla; (lac., mg. *μ'*) ergo est quae *oi* ipsius *ψb*. est autem et tota quae *ωt* aequalis ipsi *rb* et reliqua minor est; om. C. *τᾶς ΨP*] quam *ψr* 𝔅. 25 *ΠH*] *ph* 𝔅. *Φ*] *f* 𝔅.

ΜΠ τᾷ ΦΧ ἴσα· δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἢ | ἡμιολία ἁ ΠΜ τᾶς ΠΗ, ἁ δὲ ΠΗ ἐ|λάσσων ἢ διπλασίων τᾶς ΗΜ. ἔστω | οὖν ἁ ΠΖ τᾶς ΖΜ διπλασία. πάλιν | οὖν τοῦ μὲν ὅλου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ | βάρεος τὸ Θ, τοῦ δ' ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ Ζ· | ἐπιζευχθείσας δὴ τᾶς ΖΘ καὶ ἐκ|βληθείσας ἐσσεῖται τὸ ⟨κέντρον τοῦ βά-| ρεος τοῦ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τᾶς | ἐκβληθείσας. ἔστω τὸ Γ, καὶ ἄχθωσαν κα⟩|θέτοι ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπι-
129r col. 1 *φάνει|αν διὰ τῶν Ζ, Γ παρὰ τὰν ΗΘ· δῆ|λον οὖν, ὅτι οὐ μενεῖ τὸ ὅλον τμᾶ|μα, ἀλλὰ κλιθήσεται, ὥστε τὸν ἄξο|να ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ | ποιεῖν γωνίαν μείζονα, ἃς νῦν ποιεῖ.*

ἐπεὶ οὖν οὔτε γωνίαν μεί|ζονα τᾶς Β ποιοῦντος τοῦ ἄξονος | ποτὶ τὸ ὑγρὸν σταθήσεται τὸ τμᾶ|μα οὔτ' ἐλάσσονα, φανερόν, ὅτι | ταλικαύταν ποιοῦντος γωνίαν | σταθήσεται· οὕτως γὰρ ἁ ΙΟ ἐσσεῖ|ται ἴσα τᾷ ΨΒ καὶ ἁ ΩΙ τᾷ ΨΡ καὶ τᾷ Φ | ἁ ΠΗ· ἡμιολία ἄρα ἐσσεῖται ἁ ΜΠ | τᾶς ΠΗ, ἁ δὲ ΠΗ τᾶς ΗΜ

1 Post *ΜΠ* del. minor quam 𝔅. *τᾷ*] *τῆς* C, ipsi 𝔅. *ἴσα*] est aequalis 𝔅, om. C. *οὖν*] addidi, om. 𝔅C. 3 *ΗΜ*] *hm* 𝔅. *ΖΜ*] *zm* 𝔅. *διπλασία*] *διπλῆ* C. 5 Ζ] *z* 𝔅. *δή*] *δὲ* C𝔅. 6 *καὶ* — *ἐσσεῖται*] C, inuenietur 𝔅. *κέντρον* — 8 *καθέτοι*] centrum eius quod extra humidum in educta et sit *g*, et ducantur perpendiculares 𝔅. 9 *παρὰ τὰν ΗΘ*] aequedistanter ipsi *h́o* 𝔅, mg. *h́t*. *δῆλον* — 10 *ὅλον*] palam igitur quod non manet tota 𝔅. 13 *ἐπεὶ οὖν οὔτε*] quoniam nec 𝔅. 14 *τοῦ ἄξονος*] axe 𝔅. *ποτὶ τὸ ὑγρὸν*] ad humidum supra scr. 𝔅. *σταθήσεται*] C, consistit 𝔅. 15 *ὅτι*] quod 𝔅. 16 *γωνίαν*] angulum 𝔅. *ΙΟ*] 𝔅, *ΙΩ* C. 17 *ΩΙ*] 𝔅C, mg. *ŕω* 𝔅. *τᾷ ΨΡ καὶ*] ipsi *xr* et 𝔅. *τᾷ Φ ἁ ΠΗ*] *τῆι Φ ἡ ΠΡ* C, et quae *ph* ipsi *f* 𝔅. 18 *ΜΠ*] ·*Η* C, *mh* 𝔅. *τᾶς ΠΗ* — p. 378, 1 *διπλασία*] ipsius *ph*, quae autem *ph* ipsius *h́ω* (mg. *ḿ*) dupla 𝔅. fig. sumpta a 𝔅.

adparet igitur, esse $\Pi M > \frac{3}{2} \Pi H$ et $\Pi H < 2\, HM$.[1]) sit igitur $\Pi Z = 2\, ZM$. rursus igitur totius segmenti centrum grauitatis erit Θ, partis autem in humido positae Z; ducta igitur $Z\Theta$ et producta centrum grauitatis partis extra humidum positae in producta erit [De plan. aequil. I, 8]. sit Γ, et per Z, Γ rectae $H\Theta$ parallelae ad superficiem humidi perpendiculares ducantur; adparet igitur, totum segmentum non manere, sed ita inclinari, ut axis ad superficiem humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.

quoniam igitur, neque si axis ad humidum angulum facit maiorem angulo B, neque si minorem, segmentum consistit, manifestum est, si eum ipsum angulum faciat, id consistere; ita enim erit $IO = \Psi B$, $\Omega I = \Psi P$, $\Phi = \Pi H$; quare

$$M\Pi = \tfrac{3}{2}\, \Pi H, \quad \Pi H = 2\, HM.^{2)}$$

1) De hoc praecedentibusque u. p. 372, 3 sq.

2) Nam $\triangle\, BE\Psi \sim \Pi T I$; quare (Eucl. VI, 4) $PI^2 : IT^2 = E\Psi^2 : \Psi B^2$ siue $KP : IT = \frac{1}{2} KP : \Psi B$, h. e. $IT = 2\, \Psi B = 2\, OI$; quare $\Psi B = OI$. et $BP = O\Omega$; itaque $\Psi P = \Omega I$ siue $\Pi H = \Phi$. est autem $M\Pi = \Phi + X = \frac{3}{2}\, \Phi = \frac{3}{2}\, \Pi H$, h. e. $\Pi H = 2\, HM$.

128ᵛ col. 2 διπλασία. | τὸ Η ἄρα τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ | βάρεος κέντρον ἐστίν· ὥστε κατὰ | τὰν αὐτὰν κάθετον ἀνενεχθήσε|ται, καὶ τὸ ἐκτὸς ἐς τὸ κάτω ἐνε|χθήσεται. μενεῖ ἄρα· ἀντωθοῦνται | γὰρ ὑπ' ἀλλάλων.

θ'.

Τὸ ὀρθὸν | τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, | ὅταν τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν | ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, | ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥστε τοῦτον ἔχειν τὸν | λόγον, ὃν ἔχει τὰ ιε ποτὶ δ, καὶ | τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν μείζονα λό|γον ἔχῃ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ὑπεροχά, ᾇ μεῖ|ζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος τετρά|γωνον τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς | ὑπεροχᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡ|μιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, | ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξ|ονος, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, | ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν | ἐν τῷ ὑγρῷ, τεθὲν κεκλιμένον οὔ|τε κατασταθήσεται, ὥστε 129ʳ col. 2 τὸν ἄξο|να αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν, οὔτε | μενεῖ κεκλιμένον, πλὴν ὅταν ὁ | ἄξων αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν | τοῦ ὑγροῦ ποιῇ γωνίαν ἴσαν τᾷ | λαφθείσᾳ ὁμοίως, ᾇ πρότερον.

ἔστω τμᾶμα, οἷον εἴρηται, καὶ κείσ|θω ἁ ΔΒ ἴσα τῷ ἄξονι τοῦ τμάμα|τος, καὶ ἁ μὲν ΒΚ τᾶς ΚΔ διπλα|σία ἔστω, ἁ δὲ ΚΡ ἴσα τᾷ μέχρι τοῦ | ἄξονος, ἁ δὲ ΤΒ ἡμιολία τᾶς ΒΡ, | ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει | ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἐχέτω ἁ | ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ τε|τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ | τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς | ΦΧ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ | ἀπὸ τᾶς 127ʳ col. 1 ΒΔ, ἔστω δὲ ἁ Φ | διπλασία τᾶς Χ. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ ὑ|περοχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ τετράγω|νον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τᾶς | ΒΤ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ

itaque [p. 350, 13 sq.] H centrum est grauitatis ⟨partis⟩ in humido positae; quare secundum eandem perpendicularem haec sursum feretur et pars extra humidum posita deorsum. ergo manebit ⟨segmentum⟩; partes enim inter se in contrarium pelluntur.

IX.

Rectum segmentum rectanguli conoidis, si axem habet maiorem quam dimidio maiorem recta ad axem ducta, minorem autem, quam ut ⟨ad eam⟩ rationem habeat, quam 15 : 4, et si ad humidum grauitate rationem habet maiorem ea, quam habet excessus, quo quadratum axis maius est quadrato excessus, quo axis maior est quam dimidio maior recta ad axem ducta, ad quadratum axis, in humidum ita demissum, ut basis eius tota in humido sit, positum inclinatum nec ita restituetur, ut axis eius secundum perpendicularem sit, nec manebit inclinatum, nisi ubi axis eius ad superficiem humidi angulum fecerit ei aequalem, qui eodem modo quo antea [p. 370, 2 sq.] sumptus erit.

sit segmentum, quale dictum est, ponaturque $\varDelta B$ axi segmenti aequalis, et sit $BK = 2 K\varDelta$, KP autem rectae ad axem ductae aequalis, et $TB = \frac{3}{2} BP$, quam uero rationem habet segmentum ad humidum grauitate, eam habeat excessus, quo $B\varDelta^2$ excedit $(\Phi + X)^2$, ad $B\varDelta^2$, sitque $\Phi = 2X$. adparet igitur, esse

---

1 *τὸ H ἄρα*] C; quod autem (lac. 3—4 litt.) ergo 𝔅, mg. *το δε* ↓ (del.) *H*↓. *βάρεος κέντρον*] *βάρους κέντρον* C, centrum grauitatis 𝔅; fort. *κέντρον βάρεος*. 5 *ϑ′*] om. 𝔅C. 7 *ἤ*] quam 𝔅. *τᾶς*] *τοῦ* C. 8 *ἤ*] C, om. 𝔅. *τοῦτον*] hanc 𝔅. 9 *τῷ* — 10 *τοῦ*] in grauitate ad humidum habeat proportionem maiorem proportione 𝔅. 10 *τοῦ*] *τὸ* C. 16 *τεϑὲν*] C; posita 𝔅, deinde del. in humido. *οὔτε* — 17 *ἄξονα*] nec conuertetur ut axis 𝔅. 17 *αὐτοῦ*] 𝔅, *αὐτὸν* C. *οὔτε*] nec 𝔅. 19 *ποιῇ*] *ποιεῖ* C, fecerit 𝔅. 23 *ἴσα*] ϥ^{H} C. 25 *τῷ*] *τὸ* C. seq. fig. C. *ἐχέτω*] habeat 𝔅. 26 *τετράγωνον*] C; tetragonum 𝔅, supra scr. *no. ca.* (h. e. nominatiuo casu). *τετραγώνου*] C; tetragonum 𝔅, supra scr. *ac. ca.* (h. e. accusatiuo casu). 28 *ἔστω δὲ ἁ Φ*] sit autem quae *f* 𝔅. *οὖν, ὅτι*] igitur quod 𝔅. 30 *τοῦ*] *τὸ* C.

τᾶς | ΒΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ· ἔστι γὰρ ἁ ΒΤ ἁ ὑπεροχά, ᾇ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος | ὁ ἄξων τοῦ τμάματος τᾶς μέχρι τοῦ | ἄξονος. μείζονι ἄρα ὑπερέχει τὸ | τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ ἀ|πὸ τᾶς ΦΧ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀ|πὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ | ἀπὸ τᾶς ΒΤ· ὥστε ἁ ΦΧ ἐλάσσων ἐσ|τὶ τᾶς ΒΤ· καὶ ἁ Φ ἄρα τᾶς ΒΡ. |

ἔστω οὖν τᾷ Φ ἴσα ἁ ΡΨ, καὶ ἁ ΨΕ | ὀρθὰ ἄχθω τᾷ ΒΔ δυναμένα | τὸ ἥμισυ τοῦ περιεχομένου ὑ|πὸ τᾶν ΚΡ, ΨΒ. φαμί, ὅτι τὸ τμᾶ|μα ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν | βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ | ὑγρῷ, καταστασεῖται οὕτως, | ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ ποτὶ τὰν | ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν | ποιεῖν ἴσαν τᾷ Β.

130v col. 1 *ἀφείσθω [μὲν] | γὰρ τὸ τμᾶμα, ὡς εἴρηται, ἐς τὸ | ὑγρόν, καὶ μὴ ποιείτω ὁ ἄξων ποτὶ | τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ἴσαν τᾷ | Β, ἀλλὰ μείζονα πρότερον. τμα|θέντος δὴ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ | ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ | ἔστω τοῦ τμάματος τομὰ ἁ ΑΠ|ΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομά, | τᾶς δὲ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἁ | ΤΙ, ἄξων δὲ [τῆς τομῆς] | καὶ διάμετρος ἁ ΝΟ, καὶ τετμάσ|θω κατὰ τὰ Ω, Θ, ὡς καὶ πρό- | τερον, ἄχθω δὲ καὶ ἁ μὲν ΥΠ | παρὰ τὰν ΤΙ ἐφαπτομένα | τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Π, ἁ δὲ ΠΜ*

---

1 *ἐλάσσονα* — 4 *ὑπεροχά*] suppleui cum *Comm.*, om. **𝔅**C. 4 *ᾇ* — 5 *τᾶς*] quo axis portionis est maior quam emiolius eius **𝔅**. 6 *μείζονι*] minor est in (des. f. 58v) maiori **𝔅**. *ὑπερέχει*] excedit **𝔅**. 8 *τετραγώνου*] tetragonum **𝔅**. *τοῦ* (pr.)] *τὸ* C. *ΦΧ ἐλάσσων ἐστὶ*] *fq* est minor **𝔅**. 9 *καὶ* — *ΒΡ*] et quae *f* quam *br* **𝔅**. 10 *οὖν*] igitur **𝔅**. *ΡΨ* — *ΨΕ*] *rx* et quae *xe* **𝔅**. 11 *ὑπὸ τᾶν*] *ὑπὲρ τῆς* C,

$$B\Delta^2 \div BT^2 : B\Delta^2 < B\Delta^2 \div (\Phi + X)^2 : B\Delta^2;$$

nam BT excessus est, quo axis segmenti maior est quam dimidio maior recta ad axem ducta [p. 369 not. 1]. itaque [Eucl. V, 10] $B\Delta^2 \div (\Phi + X)^2 > B\Delta^2 \div BT^2$; quare $\Phi + X < BT$; itaque etiam $\Phi < BP$ [p. 378, 24, 28].

iam sit $P\Psi = \Phi$, et ΨE ad $B\Delta$ perpendicularis ducatur, sitque $\Psi E^2 = \frac{1}{2} KP \times \Psi B$. dico, segmentum in humidum demissum ita, ut basis eius tota in humido sit, ita consistere, ut axis eius ad superficiem humidi angulum faciat angulo B aequalem.

segmentum enim in humidum demittatur, ut dictum est, et axis ad superficiem humidi angulum ne faciat angulo B aequalem, sed prius maiorem.

secto igitur segmento plano ad superficiem humidi perpendiculari segmenti sectio sit $A\Pi O\Lambda$ rectanguli coni sectio [De conoid. 11a], superficiei autem humidi recta TI, axis uero diametrusque NO, quae in punctis Ω, Θ secetur, sicut etiam antea [p. 370, 19], ducatur autem etiam $Y\Pi$ rectae TI parallela sectionem in Π contingens, ΠM autem

sub 𝔅. 12 ὅτι] C, quod corr. ex autem 𝔅. τὸ τμᾶμα ἀφεϑὲν] portio dimissa corr. ex portionem dimissam 𝔅. 14 ὥστε] ut 𝔅. 16 μὲν] C𝔅; deleo. 18 γωνίαν ἴσαν τᾷ] angulum aequalem 𝔅. 19 δὴ] scripsi, δὲ C𝔅. 22 TI] 𝔅, TIM C. τῆς τομῆς] C, portionis 𝔅; deleo coll. p. 370, 15—16. διάμετρος] C, diameter sectionis sit 𝔅. 24 μὲν] C, quidem supra scr. 𝔅. $Y\Pi$] *yp* 𝔅. 25 Π, ᾇ δὲ ΠM] *p* quae autem *mp* 𝔅. fig. sumpta a 𝔅, ubi C, O, T in segmento omissae et pro Z ponitur τ.

127r col. 2 *aequedistanter ipsi NO, quae uero PS perpendicularis super axem. quoniam igitur axis portionis ad superficiem humidi facit angulum maiorem angulo B, erit utique et angulus qui sub SYP maior angulo B* [Eucl. I, 29]; *tetragonum ergo quod a PS ad tetragonum quod ab SY habet proportionem maiorem quam tetragonum quod a ΨE ad tetragonum quod a ΨB* [p. 370, 23 sqq.]. *ergo et quae KR ad SY habet proportionem maiorem quam medietas ipsius KR ad ΨB; minor ergo quae SY quam dupla ipsius ΨB* [Eucl. V, 10]. *et quae SO quam ΨB minor;*

μείζων ἄρα ἁ ΣΩ τᾶς ΡΨ καὶ ἁ | ΠΗ τᾶς Φ. καὶ ἐπεὶ τὸ τμᾶμα τῷ βά|ρει λόγον ἔχει ποτὶ τὸ ὑγρόν, ὃν ἁ | ὑπεροχά, ᾇ μεῖζόν ἐστιν τὸ τετρά|γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετρα|γώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ |
130v col. 2 τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ὃν δὲ | λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ | τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον | τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὅλον, | δῆλον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ | δεδυκὸς αὐτοῦ μέρος ποτὶ τὸ ὅλον τμᾶμα, | ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ τε-|τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τε|τραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ τὸ | τετράγωνον τὸ ἀπὸ ΒΔ· ἕξει οὖν καὶ | τὸ ὅλον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἐκτὸς | τοῦ ὑγροῦ λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ | ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΦΧ. ὃν δὲ λόγον | ἔχει τὸ ὅλον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἐκτὸς | τοῦ ὑγροῦ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς | ΝΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ ΠΜ· ἴσα ἄρα ἁ ΜΠ | τᾷ ΦΧ. ἁ δὲ ΠΗ δέδεικται μεί-|ζων τᾶς Φ· ἁ ἄρα ΜΗ ἐλάσσων ἐστὶν | τᾶς Χ·
127v col. 1 μείζων ⟨ἄρα ἐστὶν ἢ διπλασία ἁ ΠΗ⟩ | τᾶς ⟨ΗΜ. ἔστω δὴ ἁ ΠΖ διπλασία τᾶς ΖΜ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἁ ΖΘ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Γ· ἔσται οὖν τοῦ μὲν ὅλου

---

1 13 lineae legi nequeunt in C, nisi quod in paenultima dignoscitur τῆς $\overline{\kappa\rho}$ (lin. 8). 11 μείζων — Φ] quae *sω* ergo maior

itaque $\Sigma\Omega > P\Psi$ et $\Pi H > \Phi$. et quoniam segmentum ad humidum eam grauitate rationem habet, quam

$$B\varDelta^2 \div (\Phi + X)^2 : B\varDelta^2,$$

et quam rationem habet segmentum ad humidum grauitate, eam habet pars eius demersa ad totum [prop. I], adparet, partem demersam ad totum segmentum eandem rationem habere, quam $B\varDelta^2 \div (\Phi + X)^2 : B\varDelta^2$; quare etiam totum segmentum ad partem extra humidum positam eam rationem habebit, quam $B\varDelta^2 : (\Phi + X)^2$ [Eucl. V, 7 coroll., 19 coroll.]. quam uero rationem habet totum segmentum ad partem extra humidum positam, eam habet $NO^2 : \Pi M^2$ [De conoid. 24]; itaque $M\Pi = \Phi + X$ [Eucl. V, 9]. demonstrauimus autem [lin. 11], esse $\Pi H > \Phi$; itaque $MH < X$; quare $\Pi H > 2\,HM$ [p. 373 not. 4]. sit igitur $\Pi Z = 2\,ZM$, et ducta $Z\Theta$ producatur ad Γ; itaque totius segmenti centrum grauitatis erit Θ, partis autem extra humidum positae Z

---

quam *rx* et quae *ph* quam *f* 𝔅. **12** ἐπεὶ] C, si 𝔅. **13** ὑπεροχά — **14** $B\varDelta$] excessus quo tetragonum quod a *bd* est maius 𝔅. **15** τὸ τετράγωνον] tetragonum 𝔅. λόγον ἔχει] proportionem habet 𝔅. **16** τῷ βάρει ποτὶ] in grauitate ad 𝔅. **17** τὸ ὅλον — **18** μέρος] totam, palam quod eandem habebit proportionem demersa ipsius portio 𝔅. **17** ὅλον, δῆλον, ὅτι] ὅ¦τι C. **19** ὃν — **20** $B\varDelta$] quam excessus quo tetragonum quod a *bd* excedit 𝔅. **21** ΦX — τετράγωνον] *fq* ad tetragonum 𝔅. **22** καὶ — **23** $B\varDelta$] et tota portio ad eam quae extra humidum proportionem quam tetragonum quod a *bd* 𝔅. **24** ὅλον] tota 𝔅. **25** ἔχει] habet 𝔅. **26** ΠM — **27** MH] *pm*, aequalis ergo quae *mp* ipsi *fq*, quae autem *ph* demonstrata est maior quam *f*, quae ergo *mh* 𝔅. **28** μείζων — ΠH] ergo quae *pm* est maior quam dupla 𝔅; corr. *Comm.* HM — p. 384, 1 ἐκτὸς] legi non possunt in C; *hm*, sit igitur quae *p'z* (mg. *'pm* puto) dupla ipsius *zm* et copulata quae *zt* educatur ad *g*, erit ergo totius quidem portionis centrum grauitatis *t*, eius autem quae extra 𝔅.

τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐκτὸς⟩ τοῦ ὑγροῦ τὸ | ⟨Ζ, τοῦ δὲ ἐντὸς ἐν τᾷ ΘΓ· ἔστω δὲ τὸ⟩ Γ. ⟨δειχθήσεται δὴ ὁμοίως τοῖς πρότερον ἁ ΘΗ⟩ κάθετος ἐπὶ | ⟨τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ καὶ αἱ διὰ τῶν Ζ, Γ παρὰ τὰν ΘΗ⟩ ἀγόμεναι κα|θέτοι καὶ αὐταὶ ἐπὶ τὰν | ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. κατενεχθήσεται | ἄρα τὸ μὲν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τμᾶμα | ἐς τὸ κάτω κατὰ τὰν διὰ τοῦ Ζ, τὸ δὲ ἐντὸς | κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ ἀνενεχθή|σεται· οὐ μενεῖ οὖν τὸ ὅλον τμᾶ|μα ἀκλινές. οὐδὲ μὴν καταστρα|φήσεται, ὥστε κατὰ κάθετον | εἶμεν τὸν ἄξονα ἐπὶ τὰν τοῦ ὑ|γροῦ ἐπιφάνειαν, ἐπειδὴ τὰ ἐπὶ | ⟨τὰ αὐτὰ τῷ Λ κάτω, τὰ δὲ ἐπὶ 130r col. 1 *τὰ αὐ|τὰ τῷ Λ ἐς τὰ ἄνω οἰσθήσεται,⟩ | διὰ τὰ ἀνάλογον τοῖς λεγομέ|νοις ἐπὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ.*

ἐὰν δὲ | ὁ ἄξων ποτὶ τὸ ὑγρὸν ποιῇ γωνί|αν ἐλάσσονα τᾶς Β, ὁμοίως τοῖς | πρότερον δειχθήσεται, ὅτι οὐ με|νεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλὰ κλιθήσεται, | ἕως ἂν ὁ ἄξων ποιῇ γωνίαν | ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ | ἴσαν τᾷ Β.

ι'.

127v col. 2 *Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου | κωνοειδέος, ὅταν κουφότε|ρον ὂν τοῦ ὑγροῦ τὸν ἄξονα ἔ|χῃ μείζονα ἢ ὥστε λόγον ἔχειν | ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος [τοῦ], | ὃν ἔχει τὰ $\overline{ιε}$ ποτὶ τὰ $\overline{δ}$, ἀφεθὲν | εἰς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν | αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ὁτὲ | μὲν ὀρθὸν καταστασεῖται, ὁτὲ δὲ | κεκλιμένον, καὶ ποτὲ μὲν οὕ|τω κεκλιμένον, ὥστε τὰν βάσιν | αὐτοῦ καθ' ἓν σαμεῖον ἅπτεσθαι | τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ |*

---

2 Ζ — 4 *ΘΗ*] legi non possunt in C; *z*, eius uero quae intra in linea *tg*, sit autem *g*, demonstrabitur autem

[p. 350, 13 sq.], partis autem intra humidum positae in recta $\Theta\Gamma$ [De plan. aequilib. I, 8]; sit Γ. iam eodem modo, quo antea, demonstrabimus, ΘH ad superficiem humidi perpendicularem esse [p. 358, 17 sqq.], et rectas per Z, Γ rectae ΘH parallelas ductas ipsas quoque ad superficiem humidi perpendiculares esse. itaque segmentum extra humidum positum secundum rectam per Z ductam deorsum feretur, pars uero in humido posita secundum rectam per Γ ductam sursum feretur; ergo totum segmentum non inclinatum non manebit. neque uero ita reuoluetur, ut axis ad superficiem humidi perpendicularis sit, quoniam partes ad Λ positae deorsum, partes uero ad A positae sursum ferentur, ratione iis simili, quae in propositione praecedenti dicta sunt [p. 374, 8 sqq.].

sin axis ad humidum angulum fecerit minorem angulo B, eodem modo, quo antea [p. 374, 17 sqq.], demonstrabimus, segmentum non manere, sed inclinari, donec axis ad superficiem humidi angulum faciat angulo B aequalem.

X.

Segmentum rectum rectanguli conoidis, si leuius est humido axemque habet maiorem, quam ut ad rectam usque ad axem ductam rationem habeat, quam 15 : 4, in humidum ita demissum, ut basis eius humidum non tangat, tum rectum consistet (1), tum inclinatum, et tum ita inclinatum, ut basis eius in uno puncto superficiem humidi tangat, et

---

similiter prioribus quae *th* (mg. *tn* fortasse) 𝔅. τὰν — 5 ΘH] legi non possunt in C, superficiem humidi et quae (supra scr., del. perpendiculares) per *zg* aequedistanter ipsi *t́n* (mg. *t́h*) 𝔅. 6 τοῦ ὑγροῦ] humidi 𝔅. 7 ἄρα τὸ] ergo quae 𝔅. 8 κατὰ τὰν (pr.)] 𝔅, om. C. 9 μενεῖ οὖν] manet ergo 𝔅. 10 ακλινεσ mg. 𝔅. 12 ἐπὶ (pr.) — 13 οἰσθήσεται] ex parte *l* ad superiora ferentur 𝔅, corr. *Comm.* 13 τὰ ἀνάλογον] τὸν ἀνάλογον C, proportionalia 𝔅. 16 ὁμοίως] C; consimiliter 𝔅, deinde del. *b*. 17 μενεῖ] μένει C𝔅. ἕως ἂν] donec utique 𝔅. 19 seq. fig. C. 20 ι′] om. 𝔅C. 23 ἢ] 𝔅, om. C. τοῦ] C, τοῦ ὂν mg. 𝔅; deleo. 25 μὴ] non 𝔅. 26 ὁτὲ δὲ] quandoque autem 𝔅.

τοῦτο ἐν διссοῖς κλιμάτεσσι ποιή|σει, ποτὲ δὲ οὕτως κεκλιμένον | καταστασεῖται, ὥστε τὰν βάσιν | αὐτοῦ κατὰ πλείονα τόπον | βρέχεσθαι, ποτὲ δὲ οὕτως, ὥστε | τὰν βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν | ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ
130r col. 2 ὑγροῦ ἐπιφα|⟨νείας· ὃν δὲ λόγον ἔχοντος τῷ⟩ | βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἕκαστα αὐ|τῶν ἐσσεῖται, νῦν δηλωθήσεται. |

ἔστω τμᾶμα, οἷον εἴρηται, καὶ | τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ | ὀρθῷ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν | τοῦ ὑγροῦ τομὰ ἔστω ἐν τᾷ ἐπιφα|νείᾳ ἁ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου | τομά, ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος | τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ, τετμάσθω δὲ | ἁ ΒΔ κατὰ τὸ Κ, ὥστε διπλασίαν | εἶμεν τὰν ΒΚ τᾶς ΚΔ, κατὰ δὲ | τὸ Τ, ὥστε τὰν ΔΒ ποτὶ τὰν ΚΤ | λόγον ἔχειν, ὡς τὰ $\overline{\iota\varepsilon}$ ποτὶ $\overline{\delta}$· δῆλον | οὖν, ὅτι ἁ ΚΤ μείζων ἐστὶ τᾶς μέ|χρι τοῦ
70r col. 1 ἄξονος. ἔστω οὖν ἁ ΚΡ | ἴσα τᾷ μέχρι τοῦ ἄξονος, τᾶς | δὲ ΒΡ ἡμίσεια ἔστω ἁ ΡΣ· ἔστι δὴ καὶ | ἁ ΣΒ ἡμιολία τᾶς ΒΡ. ἐπιζευχθείσας | δὲ τᾶς ΑΒ καὶ τᾶς ΤΕ ὀρθᾶς ἀχθεί|σας ἄχθω ἁ ΕΖ παρὰ τὰν ΒΔ, καὶ | πάλιν τᾶς ΑΒ δίχα τμαθείσας κα|τὰ τὸ Θ ἄχθω παρὰ τὰν ΒΔ ἁ ΘΗ, | καὶ λελάφθω ὀρθογωνίου κώνου | τομὰ ἁ ΑΕΙ περὶ διάμετρον τὰν | ΕΖ καὶ ἁ ΑΘΔ περὶ διάμετρον τὰν | ΘΗ, ὥστε ὅμοια εἶμεν τὰ ΑΕΙ, |

---

1 κλιμάτεσσι] dispositionibus 𝔅. ποτὲ δὲ] C, et quandoque 𝔅. 3 βρέχεσθαι] humefiat 𝔅. 5 ὃν — 6 ὑγρὸν] quam autem proportionem habente ad humidum in grauitate 𝔅. 6 αὐτῶν ἐσσεῖται νῦν] horum 𝔅. 10 ἁ] 𝔅, om. C. 11 δὲ] autem 𝔅. 12 ΒΔ] *bd* 𝔅. διπλασίαν εἶμεν] διπλῆν εἶναι C, dupla sit 𝔅. 13 ΒΚ] *bd* 𝔅. ΚΔ] *kd* 𝔅. Τ] *c* 𝔅. 14 ΔΒ] *bd* 𝔅. ΚΤ] *kc* 𝔅. 16 ἔστω — ἄξονος] C, om. 𝔅. 17 δὲ ΒΡ] ΔΕ ΒΡ C, autem *kr* 𝔅. ἡμίσεια ἔστω] C, sit emiolia 𝔅. ΡΣ] C; lac. 𝔅, mg. λc. lf. δὴ] scripsi, δὲ C𝔅. ΣΒ] *sb* 𝔅. 18 δὲ] C𝔅; fort. δή. 21 ΘΗ]

id quidem in duabus inclinationibus faciet (3, 5), tum uero ita inclinatum consistet, ut basis eius spatio maiore humectetur (4), tum ita, ut basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat (2, 6); quam autem grauitate ad humidum rationem habente ⟨segmento⟩ singula horum eueniant, nunc declarabimus.

sit segmentum, quale dictum est, et secto eo plano ad superficiem humidi perpendiculari in superficie eius sectio sit $A\Pi O\Delta$ rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], axis autem diametrusque sectionis sit $B\Delta$, et $B\Delta$ secetur in K ita, ut sit $BK = 2\,K\Delta$, in T autem ita, ut sit

$$\Delta B : KT = 15 : 4;$$

adparet igitur, KT maiorem esse recta ad axem ducta [Eucl. V, 10]. itaque KP rectae ad axem ductae aequalis sit, sitque $P\Sigma = \frac{1}{2} BP$; quare etiam $\Sigma B = \frac{3}{2} BP$. ducta autem recta AB et recta TE perpendiculari erecta ducatur EZ rectae $B\Delta$ parallela, et rursus recta AB in Θ in duas partes aequales secta rectae $B\Delta$ parallela ducatur ΘH, sumantur autem rectanguli coni sectiones AEI circum diametrum EZ et $A\Theta\Delta$ circum diametrum ΘH, ita ut segmenta AEI,

th 𝔅. **22** AEI] C, *ae* 𝔅. $A\Theta\Delta$] C, *at* 𝔅. **23** ὅμοια] similis 𝔅, ὁμοίαν C. AEI, $A\Theta\Delta$] $\overline{AE}$ $\overline{I\Delta}$ $\overline{\Theta\Delta}$ C, *aei ath* 𝔅. fig. sumpta a 𝔅; *G* om., *C* eras., *R* in ras.. rectas punctis notatas om. 𝔅.

ΑΘΔ τμάματα τῷ ΑΒΔ τμάμα|τι· γραφήσεται δὴ ἁ ΑΕΙ κώνου | τομὰ διὰ τοῦ Κ, ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ Ρ ὀρ-|θὰ ἀχθεῖσα τᾷ ΒΔ τεμεῖ τὰν ΑΕΙ. | τεμνέτω κατὰ τὰ Υ, Γ, καὶ διὰ | τῶν Υ, Γ ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΒΔ | αἱ ΥΧ, ΓΝ, τεμνέτωσαν δὲ αὗται | τὰν ΑΘΔ τομὰν κατὰ τὰ Ξ, Φ, ἄ|χθωσαν δὲ καὶ αἱ ΠΨ, Οϙ 67v col. 1 *ἐφα-|πτόμεναι τᾶς ΑΠΟΛ τομᾶς κα|τὰ τὰ Ο, Π. δεδομένα δὴ τρία τινὰ | τμάματα τὰ ΑΠΟΛ, ΑΕΙ, ΑΘΔ | περιεχόμενα ὑπὸ τᾶν εὐθειᾶν | καὶ τᾶν ὀρθογωνίων κώνων | τομᾶν ὀρθὰ καὶ ὅμοια, ἄνι|σα δέ, καὶ ἀπολέλαπται ἀφ' ἑκάσ|τας βάσιος, ἀπὸ δὲ τοῦ Ν ἀναγ-|μέναι αἱ ΝΞ, ΝΓ, ΝΟ· ἁ ΟΓ ἄρα | ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν συγκείμενον | λόγον ἕξει ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΙΛ ποτὶ ΛΑ, καὶ ὃν ἔ|χει ἁ ΑΔ ποτὶ ΔΙ. ἔχει δὲ καὶ ἁ ΛΙ | ποτὶ ΛΑ, ὃν δύο ποτὶ ε̄· ἅ τε γὰρ ΤΒ ποτὶ | ΒΔ ἐστίν, ὡς δύο ποτὶ ε̄, καὶ ἁ ΕΒ ποτὶ | ΒΑ καὶ ἁ ΔΖ ποτὶ ΔΑ, τούτων | δὲ διπλάσιαι αἱ ΛΙ, ΛΑ·*

1 *τμάματα*] *τμήματα* C, om. 𝕭. *ΑΒΔ*] *abl* corr. ex *abi* 𝕭, mg. *l*. *δή*] C, autem 𝕭. 2 *ΑΕΙ*] *aei* 𝕭. 3 *τεμεῖ*] C, secat 𝕭. *ΑΕΙ*] *aei* 𝕭. 4 *Γ*] *g* 𝕭. 5 *ΥΧ, ΓΝ*] *ΥΚΓΝ* C; *pyq/* 𝕭, mg. */ngo*. *ΑΘΔ*] *Comm.*, *ΑΒΔ* C, *aod* 𝕭. 6 *Ξ, Φ*] 𝕭C; immo *Φ, Ξ*. *ἄχθωσαν*] ducantur 𝕭. *ΠΨ*] *pψ* 𝕭. *Οϙ*] C, *o* seq. lac. 𝕭. 7 *ΑΠΟΛ — κατὰ*] sectionem *apol* secundum 𝕭. *Ο, Π*] 𝕭C; immo *Π, Ο*. *δεδομένα*] *ομενα* C, sunt 𝕭. 8 *δή*] C, autem 𝕭. *τρία τινὰ*] 𝕭, *τινα τρία* (β, α supra scr.) C. 10 *ἄνισα δέ*] et inaequales 𝕭. *ἀπολέλαπται*] *ἀπείληπται* C, tangentes 𝕭. 11 *ἀφ'*] C, super 𝕭. 12 *βάσιος*] *βάσεως* C; basem seq. lac. 𝕭, mg. *ΗΔΗ*. *ἀναγμέναι αἱ*] sursum ducta est 𝕭. 12 *ΝΓ, ΝΟ*] *ΠΝ·Γ ὁ* C, *pno* 𝕭. *ἁ ΟΓ*] *τῆς ΒΓ* C; *og* post lac. 10 litt. 𝕭, mg. *nh*, supra scr. *p*. *ΓΞ*] *gx* 𝕭. 13 *ἕξει*] C, habet 𝕭. *ἔκ τε — ἁ*] om. C, ex proportione quam habet quae 𝕭. *ΙΛ*] *il* 𝕭. 14 *ΑΔ*] *ad* 𝕭. 15 *ΛΙ*] *li* 𝕭. *τε γὰρ*] // C, enim 𝕭. 16 *ἐστίν, ὡς*] habet proportionem quam sex ad quindecim hoc est quam 𝕭. *ε̄*] quinque 𝕭. *καὶ* (pr.)] C, et est ut quae *cb* ad *bd* ita 𝕭. 17 *διπλάσιαι αἱ*] *διπλῶς αἱ* C, *da dz* duplae seq. lac. 𝕭.

$A\Theta\varDelta$ segmento $AB\varDelta$ similia sint;[1]) AEI igitur sectio coni per K describetur,[2]) et recta ab P ad $B\varDelta$ perpendicularis ducta sectionem AEI secabit.[3]) secet in Υ, Γ, et per Υ, Γ rectae $B\varDelta$ parallelae ducantur ΥX, ΓN, quae sectionem $A\Theta\varDelta$ in Ξ, Φ secent, ducantur autem etiam $\Pi\Psi$, Oϙ sectionem $A\Pi O\varDelta$ in O, Π contingentes. itaque data sunt tria segmenta $A\Pi O\varDelta$, AEI, $A\Theta\varDelta$ rectis sectionibusque rectangulorum conorum comprehensa recta et similia, sed inaequalia, et a singulis basibus rectae ablatae sunt, ab N autem erectae $N\Xi$, $N\Gamma$, NO; itaque erit

$$O\Gamma : \Gamma\Xi = (I\varDelta : \varDelta A) \times (A\varDelta : \varDelta I).^{4)}$$

uerum etiam $\varDelta I : \varDelta A = 2 : 5$; nam

$$TB : B\varDelta = 2 : 5\,^{2)} = EB : BA = \varDelta Z : \varDelta A \text{ [Eucl. VI, 4]},$$

et $\varDelta I = 2\,\varDelta Z$,[5]) $\varDelta A = 2\,\varDelta A$; et $A\varDelta : \varDelta I = 5 : 1$,[6]) est

1) H. e. ita, ut sit $B\varDelta : EZ = A\varDelta : AZ$ et $EZ : H\Theta = AI : A\varDelta$; cfr. ZMP. XXV p. 46 nr. 3.

2) Nam (Eucl. VI, 2) $\varDelta Z : ZA = BE : EA = BT : T\varDelta$, h. e. $= 2 : 3 = BK : B\varDelta$, quia $B\varDelta = BK + K\varDelta = 3K\varDelta = \frac{15}{4}KT$, $BT = BK \div KT = \frac{3}{2}KT$, $T\varDelta = \varDelta K + KT = \frac{9}{4}KT$. tum u. Quadr. parab. 4, ZMP. XXV p. 58 nr. 2.

3) Nam $ZE = \varDelta T > \varDelta P$.

4) Ducatur Aw contingens ABL in A et secet rectas NO, ZE, HT productas in c, v, m; erit (not. 1)

$$BD : EZ = AD : AZ = Dw : Zv.$$

sed $Dw = 2BD$ (Quadr. parab. 2); itaque $Zv = 2\,EZ$, et Aw tanget AEI; eodem modo etiam ATD tangit. quare (Quadr. parab. 5) $LN : AN = NO : Oc$, et (Eucl. V, 18)

$$AL : AN = Nc : Oc;$$

unde $Oc = AN \times Nc : AL$. eodem modo

$$Gc = AN \times Nc : AI$$
$$Xc = AN \times Nc : AD.$$

et $OG = Gc \div Oc = AN \times Nc \times (AL \div IA) : IA \times AL$,
$GX = Xc \div Gc = AN \times Nc \times (IA \div AD) : AD \times IA$;
itaque $OG : GX = AD \times (AL \div IA) : AL \times (IA \div AD) = AD \times LI : AL \times ID$.

5) Nam $\varDelta I = \varDelta A \div AI = 2\,(A\varDelta \div AZ) = 2\,\varDelta Z$.

6) $T\varDelta : \frac{1}{2}B\varDelta = 6 : 5$ (not. 2) $= EZ : H\Theta$ (p. 386, 20) $= AI : A\varDelta$ (not. 1); tum u. Eucl. V, 17.

ἁ δὲ ΑΔ ποτὶ | ΔΙ ἔχει, ὅσον πέντε πρὸς $\bar{α}$, | ὁ 70r col. 2 δὲ συγκείμενος λόγος, ἐξ οὗ ὃν ἔχει | τὰ δύο ποτὶ τὰ $\bar{ε}$, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὰ | πέντε ποτὶ τὸ ἕν, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν | ἔχει τὰ δύο ποτὶ τὸ $\bar{α}$· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΟΓ τᾶς | ΓΞ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἁ ΠΥ τᾶς | ΥΦ. ἐπεὶ δέ ἐστιν ἁ ΔΣ ἡμιολία τᾶς | ΚΡ, δῆλον, ὅτι ἁ ΒΣ ἁ ὑπεροχά ἐστιν, | ᾇ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος | τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος.

εἰ μὲν οὖν | τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν | τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς | ΒΣ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἢ μείζονα | τούτου τοῦ λόγου, ἀφεθὲν τὸ τμᾶμα | εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν | αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ὀρ|θὸν καταστασεῖται· δέδεικται γὰρ | πρότερον, ὅτι [ἐὰν] τμᾶμα μείζο|να ἔχον τὸν ἄξονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς | μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐὰν τῷ 67v col. 2 βάρει | ποτὶ τὸ ὑγρὸν μὴ ἐλάσσονα λόγον | ἔχῃ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ | ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶν | ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι | τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον | τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἀφεθὲν | ἐς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὡς εἴρηται, ὀρθὸν | καταστασεῖται.

ἐπὴν δὲ τὸ τμᾶ|μα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐλάσ-|σονα μὲν λόγον ἔχῃ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ | τᾶς ΣΒ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀ|πὸ τᾶς ΒΔ, μείζονα δὲ τοῦ, ὃν ἔχει | τὸ ἀπὸ τᾶς ΟΞ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀ-|πὸ τᾶς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν | κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βά|σιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, | καταστασεῖται κεκλιμένον οὕτως, | ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ 70v col. 1 μηδὲ καθ' ἓν | ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανεί|ας, καὶ τὸν ἄξονα αὐτοῦ γωνίαν | ποιεῖν ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ | ὑγροῦ μείζονα τᾶς ϙ.

ἐὰν δὲ τὸ | τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν | τοῦτον

autem $(2:5) \times (5:1) = 2:1$; itaque $O\Gamma = 2\Gamma\Xi$. eadem de causa igitur etiam $\Pi\Upsilon = 2\,\Upsilon\Phi$. quoniam autem $\Delta\Sigma = \frac{3}{2}KP$, adparet, $B\Sigma$ excessum esse, quo axis maior sit quam dimidio maior recta ad axem ducta.[1])

Iam si segmentum ad humidum eam rationem habet, quam $B\Sigma^2 : B\Delta^2$ aut maiorem hac ratione, in humidum ita demissum, ut basis eius humidum non tangat, rectum consistet; nam antea demonstrauimus [prop. IV], segmentum axem maiorem habens quam dimidio maiorem recta ad axem ducta, si ad humidum grauitate rationem habeat non minorem ea, quam habeat quadratum excessus, quo axis maior sit quam dimidio maior recta ad axem ducta, ad quadratum axis, in humidum demissum, sicut dictum est, rectum restituetur. 1

Ubi autem segmentum ad humidum grauitate minorem rationem habet quam $\Sigma B^2 : B\Delta^2$, maiorem autem quam $O\Xi^2 : B\Delta^2$, in humidum demissum ita inclinatum, ut basis eius humidum non tangat, ita inclinatum consistet, ut basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat, et axis eius ad superficiem humidi angulum faciat maiorem angulo ϙ. 2

Sin segmentum ad humidum grauitate eam rationem 3

1) $\frac{3}{2}KP = \frac{3}{2}BK \div \frac{3}{2}BP = 3K\Delta \div \frac{3}{2}BP = B\Delta \div B\Sigma = \Delta\Sigma$, et $B\Sigma = B\Delta \div \Delta\Sigma = B\Delta \div \frac{3}{2}KP$ (cfr. p. 386, 16).

1 *ΑΔ*] *ad* 𝕭. *ΔΙ — ὅσον*] *di* proportionem habet quam 𝕭. $\bar{\alpha}$] unum 𝕭, *μίαν* C. 2 *συγκείμενος*] composita 𝕭. *ἐξ οὗ ὂν*] C, ex proportione quam 𝕭; u. *Hultschius* Berliner Philol. Wochenschr. 1891, col. 777 sq. 4 $\bar{\alpha}$ · *διπλασία ἄρα*] *ΑΔ* C; unum, duplam autem propositionem habent duo ad unum, dupla ergo 𝕭. 5 *ΟΓ*] C, *go* 𝕭. *τᾶς ΓΞ*] ipsius *gx* 𝕭. *δὴ*] C, autem 𝕭. 6 *δέ*] *δὲ* / C, igitur 𝕭. *ΔΣ*] C; bis 𝕭, sed corr. 7 *ά* (alt.)] om. C. 8 *ἢ*] 𝕭, om. C. 14 *ἐὰν*] C𝕭; deleo. 15 *ἐὰν*] C𝕭. 17 *τὸ τετράγωνον τὸ*] tetragonum quod 𝕭. 19 *τοῦ*] *τῆς τοῦ* C. 20 *ὡς*] 𝕭, om. C. 21 *ἐπὴν*] si 𝕭. 22 *λόγον*] 𝕭, om. C. 24 *τοῦ, ὂν*] C, proportionem quam 𝕭. *ΟΞ*] *xt* 𝕭. *ποτὶ*] 𝕭, om. C. 26 *αὐτοῦ μὴ*] C, om. 𝕭. 28 *μηδὲ καθ᾽ ἓν*] *μηδὲν καθ᾽ ἓν* C, nichil 𝕭. 30 ϙ] *m* 𝕭.

ἔχῃ τὸν λόγον, ὃν τὸ τετρά|γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΟ
ποτὶ τὸ τε|τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἀφε|θὲν ἐς
τὸ ὑγρὸν κεκλιμένον οὕτως, | ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ
μὴ ἅπτεσθαι | τοῦ ὑγροῦ, κατασταθεῖται κεκλι|μένον
οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐ|τοῦ ἅπτεσθαι καθ' ἓν τᾶς
τοῦ ὑγροῦ | ἐπιφανείας, καὶ τὸν ἄξονα | αὐτοῦ ποτὶ
τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ | ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἴσαν τᾷ Ϙ.

ἐὰν δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ | τὸ ὑγρὸν ἐλάσσονα
μὲν λόγον ἔ|χῃ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ | ἀπὸ
τᾶς ΞΟ ποτὶ τὸ τετράγωνον | τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, μείζονα
67r col. 1 δὲ τοῦ, | ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΦ ποτὶ | τὸ ἀπὸ τᾶς
ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑ|γρὸν καὶ τεθὲν κεκλιμένον | οὔ-
τως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ | ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ,
κατασταθεῖ|ται κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν | βάσιν
αὐτοῦ κατὰ πλείονα τό|πον τέμνεσθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ.

εἰ δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει | ποτὶ τὸ ὑγρὸν τοῦτον
ἔχει τὸν λό|γον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀ|πὸ τᾶς
ΠΦ ποτὶ τὸ τετράγωνον | τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς
τὸ ὑ|γρὸν καὶ τεθὲν κεκλιμένον οὕτως, | ὥστε τὰν βά-
σιν αὐτοῦ | μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, κατα|σταθεῖται
70v col. 2 κεκλιμένον οὕτως, | ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ καθ' ἓν
σα|μεῖον ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφα|νείας, καὶ τὸν
ἄξονα αὐτοῦ ποιεῖν γω|νίαν ἴσαν τᾷ Ψ.

ἐὰν δὲ τὸ τμᾶμα | τῷ βάρει πρὸς τὸ ὑγρὸν ἐλάσ-
σονα | λόγον ἔχῃ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ τετράγω|νον τὸ ἀπὸ
τᾶς ΠΦ ποτὶ τὸ τετρά|γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἀφε-
θὲν | ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ τεθὲν κεκλιμένον | οὕτως, ὥστε
τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅ|πτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, κατασταθεῖται | κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὸν μὲν | ἄξονα αὐτοῦ
ποτὶ τὰν ἐπιφάνει|αν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἐλάσ-|

σονα τᾶς Ψ, τὰν δὲ βάσιν αὐτοῦ | μηδὲ καθ' ἓν ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑ|γροῦ ἐπιφανείας.

δειχθήσεται | δὲ ταῦτα ἑξῆς.

ἐχέτω δὴ | πρῶτον τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ | τὸ

---

habet, quam $\Xi O^2 : B\Delta^2$, in humidum demissum ita inclinatum, ut basis eius humidum non tangat, ita inclinatum consistet, ut basis eius in uno puncto superficiem humidi tangat, et axis eius ad superficiem humidi angulum faciat angulo ϙ aequalem.

Sin segmentum ad humidum grauitate rationem habet minorem quam $\Xi O^2 : B\Delta^2$, maiorem autem quam $\Pi\Phi^2 : B\Delta^2$, in humidum demissum et positum ita inclinatum, ut basis eius humidum non tangat, ita inclinatum consistet, ut basis eius spatio maiore ab humido secetur. 4

Sin segmentum ad humidum grauitate eam rationem habet quam $\Pi\Phi^2 : B\Delta^2$, in humidum demissum et positum ita inclinatum, ut basis eius humidum non tangat, consistet ita inclinatum, ut basis eius in uno puncto superficiem humidi tangat, et axis eius angulum faciat angulo Ψ aequalem. 5

Sin segmentum ad humidum grauitate rationem habet minorem quam $\Pi\Phi^2 : B\Delta^2$, in humidum demissum et positum ita inclinatum, ut basis eius humidum non tangat, consistet ita inclinatum, ut axis eius ad superficiem humidi angulum faciat minorem angulo Ψ, et basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat. 6

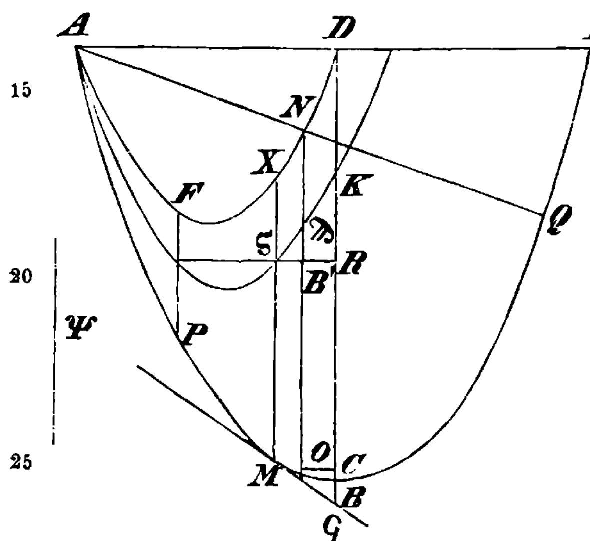
haec autem deinceps demonstrabuntur.

Primum igitur segmentum ad humidum grauitate rationem 2

---

1 ὄν] 𝔅, om. C. 2 τὸ τετράγωνον] C, om. 𝔅. 4 κεκλιμένον] C, et manebit 𝔅. 5 ἅπτεσθαι — 15 αὐτοῦ] C, om. 𝔅. 7 ἴσαν] εἴσην C. ϙ] *Comm.*, *H* C. 14 βάσιν] δὲ βάσιν C. 15 τέμνεσθαι] C, humectetur 𝔅. 16 εἰ δὲ] si uero 𝔅. τῷ] 𝔅, πρὸς τούτῳ C. 20 μὴ] 𝔅, καθ' ἓν σημεῖον C; sed cfr. p. 384, 25. 21 κεκλιμένον] 𝔅, δὲ κεκλιμένον C. 22 τᾶς] om. C. 23 ποιεῖν] 𝔅, ποιεῖ C. γωνίαν] 𝔅, γωνίας C. 26 ΠΦ] *fp* 𝔅. 31 αὐτοῦ] 𝔅, τοῦ C. 33 ταῦτα] C, hoc 𝔅.

67ʳ col. 2 *ὑγρὸν μείζονα μὲν λόγον τοῦ, | ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΟ τετρά|γωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἐλάσ|σονα δὲ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ὑ|περοχᾶς τετράγωνον, ᾇ μείζων | ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι | τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ | τετράγωνον, καὶ ὑποκείσθω τὸ πρότερον κατεσκευασμένον | σχῆμα, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα | τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον | ἐχέτω τὸ ἀπὸ τᾶς Ψ τετράγω|νον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ· ἔστι | δὴ ἁ Ψ τᾶς μὲν ΞΟ μείζων, ἐλάσσων | δὲ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶν | ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι | τοῦ ἄξονος. ἐναρμόσθω δέ τις | μεταξὺ τῶν ΑΠΟΛ, ΑΞΔ κώνων ⟨τομᾶν⟩*



quae NO aequalis ipsi Ψ, et secet ipsa reliquam coni sectionem penes Ϡ, ipsam autem Rς rectam penes B′; demonstrabitur autem quae OϠ dupla ipsius ϠN, sicut demonstrata est quae Mς ipsius ςX dupla [p. 390,4 sq.], *ab O autem ducatur quae Oϙ contingens sectionem APOL, quae*

1 *μείζονα μὲν λόγον τοῦ*] proportionem quidem maiorem ea 𝔅. 2 *ΞΟ*] 𝔅, *ΞΠ* C. 4 *ἢ*] 𝔅, om. C. 6 *δὲ λόγον*] 𝔅, *δῆλον* C. 7 *ἐχέτω*] C, om. 𝔅. 9 *δὴ*] autem 𝔅. *ΞΟ*] 𝔅, *ΞΠ* C. *ἐλάσσων* — 10 *ἄξων*] *ἐστὶν ὁ ἄξων* C, minor autem excessu quo axis est maior 𝔅. 11 *δέ*] C𝔅; fort. *δή*. 12 *ΑΞΔ*] *azd* 𝔅. *κώνων τομᾶν*] conicarum sectionum 𝔅, in *κώνων* des. C. 16 Ϡ] lac. 𝔅, mg. ⅄. 17 *Rς*] *r*ϙ 𝔅. 18 *B′*] /·*b* 𝔅, mg. /*cB* (h. e. $_c$B siue ,B). 19 autem] 𝔅, scribendum igitur (*δή*). 20 *O*Ϡ] lac. 𝔅, mg. /*oμ* (h. e. oς). 21 Ϡ*N*]

habeat maiorem quam $\Xi O^2 : B\Delta^2$, minorem autem,[1]) quam habet quadratum excessus, quo axis maior est quam dimidio maior recta ad axem ducta, ad $B\Delta^2$, et supponatur figura supra [p. 387] descripta, quam autem rationem habet segmentum ad humidum grauitate, eam habeat $\Psi^2 : B\Delta^2$; erit igitur $\Psi > \Xi O$, sed minor excessu, quo axis maior est quam dimidio maior recta ad axem ducta [Eucl. V, 10]. aptetur[2]) autem inter conorum sectiones $A\Pi O\Delta$, $A\Xi\Delta$ recta aliqua

1) Quod fieri potest, quia $\Sigma B = \frac{3}{2} BP$, $\Xi O = \frac{3}{2} \Gamma O$, $BP > \Gamma O$.
2) ZMP. XXV p. 54 nr. 20.

---

autem OC perpendicularis super BD, et ab A ad N copuletur; erunt autem quae AN, QN aequales inuicem. quoniam enim in similibus portionibus $APOL$, AXD productae sunt a basibus ad portiones quae AN, AQ aequales angulos facientes ad bases, eandem proportionem habebunt quae QA, AN cum ipsis LA, AD[1]) *propter secundam figuram praescriptarum; aequalis ergo quae AN ipsi QN, et aequedistans ipsi Oϙ.*[2]) *demonstrandum, quod dimissa in humidum ita, ut basis ipsius non secundum unum tangat ⟨humidum, ita inclinatum consistet, ut basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat,*

1) Ducatur in figura p. 387 recta AXQ; erit (Quadr. parab. 5) $LN : NA = NO : Oc$ et (Eucl. V, 18) $LA : NA = Nc : Oc$. similiter erit $DA : NA = Nc : Xc$; unde (Eucl. V, 7 coroll.; V, 22) $LA : AD = Xc : Oc$. eodem modo est $QX : XA = XO : Oc$, siue (Eucl. V, 18) $QA : XA = Xc : Oc$, h. e. in fig. p. 394

$$LA : AD = QA : NA.$$

2) ZMP. XXV p. 52 nr. 14.

lac. 𝔅, mg. ⅄N. 22 Mς] p ϑ 𝔅 (h. e. pς). In fig. desunt litterae N, X, F, ϙ, ℨ, B', M et recta Ψ.

2 autem] scrib. igitur (δή). 3 portionibus] sectionibus *Nizzius*. 4 portiones] sectiones *Nizzius*. 7 Oϙ] oς 𝔅 (h. e. oς). 9 humidum — 10 tangat et] om. 𝔅, χ in lac., mg. χ; suppleui praeeunte *Commandino*; cfr. p. 390, 26 sq.

et⟩ axis ad superficiem humidi angulum acutum faciat maiorem angulo ϙ.

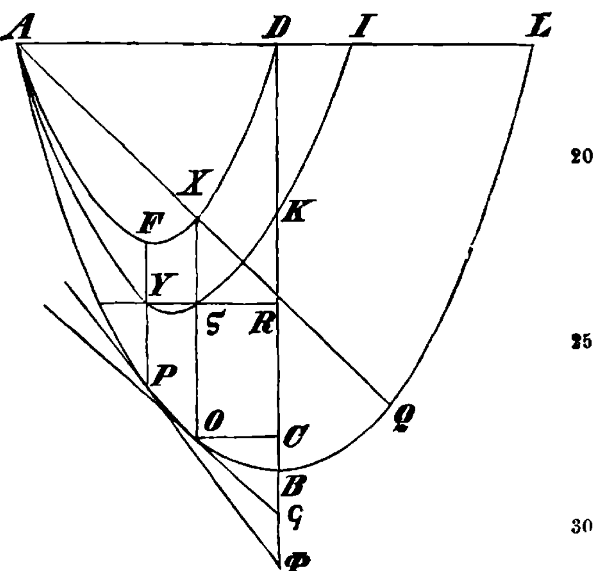
dimittatur enim et consistat ita, ut basis ipsius tangat secundum unum signum superficiem humidi, secta autem portione per axem plano recto ad superficiem humidi superficiei quidem portionis sectio sit quae APOL rectanguli coni sectio [De conoid. 11 a], *superficiei autem humidi quae OA, axis autem [sectionis] et diameter quae BD, et secetur quae BD penes K, R, ut dictum est* [p. 386, 12 sqq.], *ducatur autem et quae quidem PG aequedistanter ipsi AO recta contingens sectionem APOL secundum P, quae autem PT aequedistanter ipsi BD, quae autem PS perpendicularis super BD. quoniam igitur portio ad humidum in grauitate proportionem habet, quam tetragonum quod a Ψ ad id quod a BD, quam autem proportionem habet portio ad humidum, hanc habet demersa ipsius portio ad totam* [prop. I], *quam autem demersa ad totam, tetragonum quod a TP ad id quod a DB* [De conoid. 24], *erit quae Ψ ipsi TP aequalis. et quae NO ergo ipsi TP aequalis est; quare et portiones APQ, APO inuicem sunt aequales* [De conoid. 24]. *quoniam autem in portionibus aequalibus et similibus APOL, AMQL ab extremitatibus basium productae sunt quae OA, AQ, et portiones ablatae faciunt ad diametros angulos aequales propter tertiam figuram praescriptarum,*[1]) *quare anguli qui apud* ϙ,

1) H. e. fig. p. 396; nam *AO*, *AQ* ab eodem puncto ductae aequalia segmenta abscindunt.

2 angulo ϙ] excessu 𝔅. 7 Post quae del. *ao* 𝔅. 8 sectionis] deleo; debuit esse portionis. 25 *APQ*] 𝔅, *AMQ* *Comm.* *APO*] *Comm.*, *apf* 𝔅. 27 *AMQL*] *Comm.*, *ablk* 𝔅. 28 *OA*] *ao Comm.*, *ta* 𝔅. 30 ϙ] *Y* 𝔅, mg.! In fig. *E* et rectam *KZ* om. 𝔅.

G sunt aequales. et quae ϙB, GB ergo aequales sunt; quare et quae SR, CR et quae PZ, OB' et quae ZT, $B'N$. quoniam minor est quam dupla quae OB' ipsius $B'N$,[1]*) palam, quod quae PZ ipsius ZT est minor quam dupla. sit igitur quae $P\Omega$ ipsius ΩT dupla, et copulata quae $K\Omega$ educatur ad E; totius quidem igitur centrum grauitatis erit K, eius autem portionis quae intra humidum centrum Ω* [p. 350, 13 sqq.], *eius autem quae extra in linea KE; et sit E* [De plan. aequilib. I, 8]. *quae autem KZ perpendicularis erit super superficiem humidi* [p. 358, 17 sqq.]*; quare et quae per signa E, Ω aequedistanter ipsi KZ. non ergo manet portio, sed reclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa reclinatur; manifestum igitur, quod portio consistet ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum maiorem angulo ϙ.*

3 *Habeat autem portio ad humidum in grauitate hanc proportionem, quam habet tetragonum quod ab XO ad id, quod a BD, et dimittatur in humidum ita inclinata. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi solidi quidem sectio sit quae $APOL$* [p. 398] *rectanguli coni sectio, superficiei autem humidi quae*

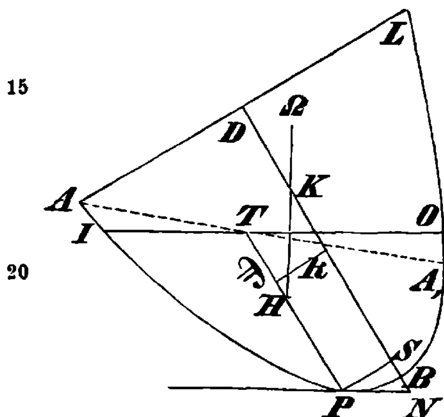


1) Nam Oϡ $= 2$ ϡN; u. p. 394, 18 sq.

1 ϙB] *yb* 𝔅, mg.! 2 OB'] *o*ϵ 𝔅 (h. e. *o*ς). $B'N$] ϙ*kn* 𝔅 3 OB'] *'o* seq. lac. 𝔅, mg. *o*λ'ς. $B'N$] ςλ*n* 𝔅. 11 reclinabitur] inclinabitur 𝔅, supra scr. re. 13 tacta ipsa] *ἁπτομένης αὐτῆς* (sc. *τῆς βάσεως*). 15 ϙ] *y* 𝔅. 24 autem] fort. scrib. igitur (*δή*).

OI, axis autem portionis et diameter sectionis quae BD, et secetur quae BD ut prius [p. 386, 12 sqq.], *et ducatur quae quidem PN aequedistanter ipsi IO contingens sectionem secundum P, quae autem PT aequedistanter ipsi BD, quae autem PS perpendicularis super BD. demonstrandum, quod portio non manet inclinata sic, sed inclinatur, donec utique basis secundum unum signum tangat superficiem humidi.*

praeiaceant [p. 397] *autem et, quae in superiori figura prius disposita sunt* [p. 394], *et quae CO perpendicularis ducatur super BD, et quae AX copulata educatur ad Q; erit autem quae AX ipsi XQ aequalis* [p. 395 not. 1]; *et ducatur ipsi AQ quae Oϙ aequedistans. et quoniam supponitur portio ad humidum in grauitate hanc habere proportionem, quam habet tetragonum quod ab XO ad id quod a BD, habet autem hanc proportionem et demersa portio ad totam* [prop. I], *hoc est quod a TP ad id quod a BD* [De conoid. 24], *aequalis utique erit quae PT ipsi XO. et quoniam portionum IBO, ABQ diametri sunt aequales, et portiones* [De conoid. 24]. *rursum quoniam in portionibus aequalibus et similibus APOL, AOQL productae sunt AQ, IO aequales portiones auferentes, hoc quidem ab extremitate basis, hoc autem non ab extremitate, palam, quod minorem facit acutum angulum ad diametrum totius portionis, quae ab extremitate basis producta est.*[1]) *et quoniam angulus qui apud ϙ est*



1) Nam ducatur AA'. cum sectiones aequales sint, etiam axes aequales erunt; itaque et AA' et IO per T cadet. adparet igitur, esse $\angle ATP > ITP$; sed $ATP = AXO$ (p. 396 not. 1).

8 autem] fort. scrib. igitur (δή). **12** Oϙ] *oy* 𝔅. **16** *XO*] *Comm.*, *xa* 𝔅. **24** diametri] axes *Nizzius.* **27** post portiones del. al 𝔅. **29** diametrum] axem *Nizzius.* **30** ϙ] *y* 𝔅.

minor quam qui apud N, maior est quae BC quam BS, quae autem CR minor quam RS;[1] *quare et quae Oϙ minor quam Pϡ, ⟨et ϙX⟩ maior est quam ϡT. et quoniam quae Oϙ dupla est ipsius ϙX* [p. 390, 4], *palam, quod quae Pϡ maior est quam dupla ipsius ϡT. sit igitur quae PH dupla ipsius HT,*

2r col. 1 καὶ ἐπεζεύχθω ἁ HK καὶ ἐκβεβλήσθω | ἐπὶ τὸ Ω. ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ὅλου τμά|ματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ K, | τοῦ δὲ ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ H, τοῦ δ' ἐκτὸς | ἐπὶ τᾶς KΩ· ἔστω τὸ Ω. δειχθή|σεται δὴ ὁμοίως ἅ τε Kϡ κά|θετος ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφά|νειαν καὶ αἱ διὰ τῶν H, Ω σαμείων | παρὰ τὰν Kϡ. δῆλον οὖν, ὅτι οὐ

et ducatur HK et producatur ad Ω. totius igitur segmenti centrum grauitatis erit K, partis autem in humido positae H [p. 350, 13 sqq.] et partis extra positae in recta KΩ [De plan. aequilib. I, 8]; sit Ω. itaque eodem modo [p. 358, 17 sqq.] demonstrabimus, et Kϡ et rectas per puncta H, Ω rectae Kϡ parallelas ductas ad superficiem humidi

1) Nam $BC = B$ϙ et $BS = BN$ (Quadr. parab. 2). si ∠ϙ $= N$, erit Bϙ $= BN$ (p. 396, 30), et quo minor est ∠ϙ, eo maior erit Bϙ; itaque, si ϙ $< N$, erit Bϙ $> BN$ siue $BC > BS$. et $CR = BR \div BC$, $RS = BR \div BS$.

1 quam] addidi praeeunte *Commandino*, om. 𝔅. *N*] *Comm.*, *h* 𝔅. 2 *O*ϙ] *oy* 𝔅, seq. lac. 1 litt., in qua !, mg. ή. 3 *P*ϡ et ϙ*X*] *ṕn* (lac. 4 litt.) μξτησ λ *H* 𝔅, mg. *p*λ. ϡ*T*] dupla 𝔅. *O*ϙ] *oy* 𝔅. 4 ϙ*X*] ϙ*3* 𝔅. 7 antecedunt duae lineae, quarum primae tantum litterae ωσ et *TH* legi possunt, in C. καὶ — *HK*] et copuletur quae *hk* 𝔅. 9 δή] C, autem 𝔅. 11 *K*] *k* 𝔅. 14 δή] C, autem 𝔅. 15 *K*ϡ] *KT* C; *k*Λ 𝔅 (Λ = ϡ, quod hic plerumque scribitur λ), mg. *kz*. 17 αἱ] quae 𝔅, om. C. 18 *H* — 19 ὅτι] signa *h*ω aequedistanter ipsi *k*λ 𝔅, mg. *kz* pu(to).

μενεῖ | τὸ τμᾶμα, ἀλλ' ἐπι-κλιθήσεται, ἕως | ἂν ἁ βάσις αὐτοῦ ἅπτηται καθ' ἓν σαμεῖον τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπι|φανείας, καθάπερ

perpendiculares esse. adparet igitur, segmentum non manere, sed magis inclinari, donec basis eius in uno puncto superficiem humidi tangat, sicut

demonstrabitur in tertia figura, quomodo se habet in tertio theoremate,[1]) *et manebit portio ita consistens.*

in portionibus enim aequalibus APOL, AOQL [p. 397] *productae erunt ab extremitatibus basium quae AQ, AO aequales* ⟨*portiones*⟩ *auferentes; demonstrabitur enim APQ aequalis ipsi APO similiter prioribus* [p. 396, 24 sqq.]; *aequales igitur facient acutos angulos quae AO, AQ ad diametros portionum, quoniam aequales sunt qui apud N,* ϙ *anguli* [Eucl. I, 29]. *et* ⟨*sit Pϡ dupla ipsius*⟩ *ϡT; copulata autem ipsa ϡK et educta ad Ω erit totius quidem portionis centrum grauitatis K, eius autem quae intra humidum ϡ* [p. 350, 13 sqq.], *eius autem quae extra in linea KΩ; et sit Ω* [De plan. aequil. I, 8]. *et quae Kϡ*

1) Tertia figura, huius scilicet partis, ea est, quam hac in pagina dedimus; tertium theorema est, quod sequitur lin. 8 sqq. (cfr. p. 390, 31 sq.), praeparatum p. 397, 16 sqq.

1 μενεῖ] manebit 𝔅, μένει C. ἐπικλιθήσεται — 3 αὐτοῦ] inclinabitur, donec utique basis ipsius 𝔅. 3 ἅπτηται] tangat 𝔅, ἅπτεται C. 5 καθάπερ] sicut 𝔅. seq. 3 lineae, quarum initia tantum legi possunt (. . ἐν τῷ μέν . . . | ἔχει . . . | τω), in C. 10 portiones] om. 𝔅. 14 diametros] axes *Nizzius*. 16 ϙ] *y* 𝔅, mg. μ'. 17 sit — 18 ipsius] om. 𝔅. 19 autem] scrib. igitur (δή). 22 quae] corr. ex quod 𝔅. 23 ϡ] *h*¹ 𝔅, mg. ϝ. 24 Kϡ] *kh* 𝔅, mg. *k*λ.

2r col. 2 ⟨κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγρ|οῦ⟩ ἐπιφάνειαν. κατὰ τὰς αὐτὰς | οὖν εὐθείας | τό τε ἐν τῷ ὑγρῷ ἀνε|νεχθήσεται καὶ τὸ ⟨ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ⟩ | κατενεχθήσεται· μενεῖ ⟨δὴ τὸ τμᾶμα, | καὶ⟩ ἅ τε ⟨βάσις καθ' ἓν σαμεῖον ἅψ|εται τᾶς τοῦ⟩ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ ὁ | ἄξων ⟨τοῦ τμάματος⟩ ποτὶ τὰν | ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιήσει γωνί|αν ἴσαν | τᾷ προγεγραμμένᾳ.

perpendicularis est ad superficiem humidi [p. 358, 18 sqq.]. itaque secundum easdem rectas pars in humido posita sursum feretur et pars extra humidum posita deorsum; itaque segmentum manebit, et basis in uno puncto superficiem humidi tanget, axisque segmenti ad superficiem humidi angulum faciet aequalem ei, quem supra indicauimus.

Habeat etiam rursum portio ad humidum in grauitate proportionem minorem ea, quam habet tetragonum quod ab NT[1]) *ad id quod a BD, quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habeat tetragonum quod a Ψ ⟨ad tetragonum quod a BD⟩; minor autem est quae Ψ quam TN. rursum igitur inaptetur quaedam intermedia portionum AMD, APOL quae PI aequedistanter ipsi BD producta* 6

---

1) In fig. p. 403, h. e. *PF* (*ΠΦ*) in fig. p. 387; cfr. p. 392, 26.

---

1 κάθετος — 2 ὑγροῦ] una linea legi nequit in C, perpendicularis est super superficiem humidi 𝔅. 3 τὰς αὐτὰς] easdem 𝔅. 4 τό — 6 ὑγροῦ] quod quidem in humido sursum feretur et quod extra humidum 𝔅. 7 μενεῖ — 8 καὶ] manebit autem portio et 𝔅. 8 βάσις — 9 τοῦ] basis et magnitudo et secundum unum signum tanget 𝔅. 10 καὶ — 11 τμάματος] incerta uestigia C, et axis portionis 𝔅. 13 ποιήσει γωνίαν] faciet angulum 𝔅. 15—p. 406, 15 hic habuit C (extrema pars fol. 2r col. 2 legi nequit), post p. 412, 14 collocat 𝔅. 16 *NT*] *no* 𝔅. 19 ad — *BD*] addidi praeeunte *Commandino*, om. 𝔅. autem] scrib. igitur (δή). 20 *TN*] *on* 𝔅, mg. *tn*.

aequalis ipsi Ψ [p. 395 not. 2 sup.], *secet autem ipsa intermediam coni sectionem penes Y, ipsam autem XR*
2v col. 1 εὐθεῖαν κατὰ τὸ Η. δειχθήσεται δὴ | ἁ ΠΥ διπλασία τᾶς ΥΙ, καθάπερ ἐδεί|χθη καὶ ἁ ΓΟ τᾶς ΓΧ. ἄχθω δὲ καὶ | ἁ μὲν ΠΩ ἐφαπτομένα τᾶς ΑΠΟΛ | κατὰ τὸ Π, ἁ δὲ ΠΕ κάθετος ἐπὶ τὰν | ΒΔ, καὶ ἁ ΙΑ ἐπιζευχθεῖσα ⟨ἐκβεβλήσθω⟩ | ἐπὶ τὸ Χ· ἐσσεῖται δὲ ἁ ΑΙ τᾳ ΙΧ ἴσα καὶ | ἁ ΑΧ τᾳ ΠΩ παράλληλος. δεικτέον | δή, ὅτι τὸ τμᾶμα ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑ|γρὸν καὶ κεκλιμένον οὕτ|ως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι | τοῦ ὑγροῦ, οὕτως καταστασεῖται | κεκλιμένον, ὥστε τὸν ἄξονα ποτὶ τὰν | ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν | ποιεῖν ⟨ἐλάσσονα τᾶς Φ, τὰν δὲ βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας.

ἀφείσθω γὰρ εἰς τὸ ὑγρὸν καὶ καθεστακέτω οὕτως,
2v col. 2 ὥστε τὰν βάσιν⟩ αὐτοῦ καθ' ἓν σαμεῖον ἅπτεσθαι | τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, τμα|θέντος δὲ τοῦ τμάματος ἐπιπέ|δῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφά|νειαν διὰ τοῦ ἄξονος τομὰ ἔστω | τᾶς μὲν τοῦ τμάματος ἐπιφα|νείας ἁ ΑΗΒΛ ὀρθογωνίου κώνου | τομά, τᾶς δὲ

---

3 εὐθεῖαν — Η] rectam penes *h* 𝔅. δὴ] δὲ C, autem 𝔅. διπλασία] διπλῆ C. 4 ΥΙ] *yi* 𝔅. ΓΟ] *go* 𝔅. ΓΧ] *Comm.*, ΓΝ C, *gh* 𝔅. 6 Π — κάθετος] *p*, quae autem *pe* perpendicularis 𝔅. ΙΑ] ·Δ C, *ai* 𝔅. ἐπιζευχθεῖσα] copulata 𝔅. 7 ἐκβεβλήσθω] ducatur 𝔅, non habuit C. δὲ — 8 δεικτέον] autem quae *ai* ipsi *iq* aequalis et quae *aq* ipsi *pq* aequedistans, demonstrandum est 𝔅. 9 δή] C, autem 𝔅. ὅτι] quod 𝔅, ἐστιν C. ἀφεθὲν εἰς τὸ] dimissa in 𝔅. κεκλιμένον οὕτως] posita inclinata ita 𝔅. 10 βάσιν — ἅπτεσθαι] basis ipsius non tangat 𝔅. 11 οὕτως — 12 ποιεῖν] inclinata consistet ita ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum 𝔅. 13 ἐλάσσονα — 16 βάσιν] 5 lineae legi non possunt in C; minorem angulo *f*, basis autem ipsius neque secundum unum tangat superficiem humidi, dimittatur enim in hu-

rectam in *H*. iam demonstrabimus, esse $\Pi T = 2\,TI$, sicut demonstrauimus, esse $\Gamma O = 2\,\Gamma X$ [p. 390, 4]. ducatur autem etiam $\Pi\Omega$ sectionem $A\Pi O\Lambda$ in Π contingens et ΠE ad $B\Delta$ perpendicularis, et $I A$ ducta ad X producatur; AI autem rectae IX aequalis erit et AX rectae $\Pi\Omega$ parallela [p. 395 not. 1—2 inf.]. demonstrandum igitur, segmentum in humidum demissum inclinatumque ita, ut basis eius humidum non tangat, ita inclinatum consistere, ut axis ad superficiem humidi angulum faciat minorem angulo Φ,[1]) basis autem eius in nullo puncto superficiem humidi tangat.

demittatur enim in humidum et consistat ita, ut basis eius in uno puncto superficiem humidi tangat, secto autem segmento plano ad superficiem humidi perpendiculari per axem ducto sectio sit superficiei segmenti $AHB\Lambda$ [fig. p. 404] rectanguli coni sectio [De co-

1) H. e. $\angle\,\Psi$ in fig. p. 387 (cfr. p. 392, 30).

midum et consistat ita ut basis 𝔅. **16** αὐτοῦ — **18** ἐπιπέδῳ] ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, secta autem portione per axem plano 𝔅. **19** διὰ τοῦ ἄξονος] om. 𝔅 hoc loco. ἔστω] sit 𝔅. **20** $AHB\Lambda$] $A\Theta H\Lambda$ C, *ahbl* 𝔅. τᾶς — p. 404, 1 δὲ] superficiei autem humidi quae *az*, axis autem portionis 𝔅.

τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἁ AZ, ἄξων δὲ καὶ διάμετρος | τᾶς τομᾶς ἁ $B\Delta$, καὶ τετμάσθω ἁ | $B\Delta$ κατὰ τὰ K, P ὁμοίως

superioribus [p. 386, 12 sqq.], *ducatur autem et quae HI aequedistanter ipsi AZ contingens sectionem coni penes H, quae autem HT aequedistanter ipsi BD, quae autem HS perpendicularis super BD. quoniam igitur portio ad humidum in grauitate hanc habet proportionem, quam habet tetragonum quod a Ψ ad id quod a BD, quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habet tetragonum quod ab HT ad id quod a BD propter eadem prioribus* [prop. I; cfr. p. 396, 19 sqq.], *palam, quod quae HT est aequalis ipsi Ψ* [Eucl. V, 9]; *quare et portiones AHZ, APQ* [fig. p. 403] *sunt aequales* [De conoid. 24]. *et quoniam in portionibus aequalibus et similibus APOL, AHZL ab extremitatibus basium sunt productae quae AQ, AZ aequales portiones auferentes, palam, quod aequales faciunt angulos ad diametros portionum* [p. 396 not. 1]. *adhuc autem et trigonorum HIS,*

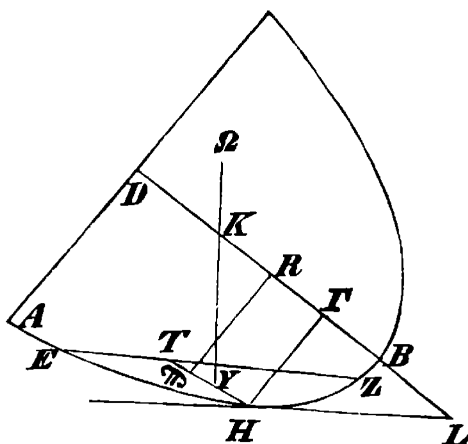
2 *τᾶς* — *P*] sectionis quae *bd* et secetur quae *bd* penes signa *k r* B. 6 mg. *no* B. 11 mg. *no* for(tasse) B. 13 *AHZ*] *Comm.*, *amz* B. 15 *AHZL*] *Comm.*, *akhl* B. 17 diametros] axes *Nizzius*.

noid. 11 a], superficiei autem humidi AZ, axis uero et diametrus sectionis $B\Delta$, et $B\Delta$ in punctis K, P secetur similiter

---

PΩE aequales sunt anguli qui apud I, Ω; erunt ⟨igitur⟩ et SB, EB aequales; quare et quae SR, ER aequales et quae Hϡ, PH et quae ϡT, HI [cfr. p. 397, 1 sqq.]. *et quoniam est dupla quae PY ipsius YI, manifestum, quod minor est quam dupla quae Hϡ ipsius ϡT.*[1]) *sit igitur quae HY dupla ipsius YT, et copulata protrahatur quae YKC; sunt autem centra grauitatum totius quidem K, eius autem quod intra humidum Y* [p. 350, 13 sqq.], *eius autem quod extra in linea KC; et sit C* [De plan. aequilib. I, 8]. *erit autem propter praecedens theorema hoc manifestum, quod non manet portio, sed inclinabitur ita, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi* [cfr. p. 397, 9 sq.].

quod autem consistet ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo Φ, demonstrabitur.



consistat enim, si possibile est, ita, ut faciat angulum non minorem angulo Φ, et alia

1) Nam $PH < 2\,HI$ et $PH = H$ϡ, $HI =$ ϡT.

1 igitur] om. 𝔅. 3 *H*ϡ, *PH*] *hn yh* (*n* euan.) 𝔅. 5 *HY*] *Comm.*, *ny* 𝔅. 7 autem (pr.)] scrib. igitur (δή). 9 autem] scrib. igitur (δή). 14 *Φ*] *f* 𝔅. 16 *Φ*] *f* 𝔅.

⟨κατε-⟩

164ᵛ col. 1 σκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς ἐν τῷ τρί|τῳ σχήματι. ὁμοίως δὴ δειχθή|σεται ἁ ΘΗ ἴσα τᾷ Ψ· ὥστε καὶ τᾷ | ΙΠ ἴσα. ἐπεὶ οὖν ἁ Λ γωνία οὐκ ἐ|λάσσων ἐστὶ τᾶς Φ, οὐκ ἄρα μείζων | ἐστὶν ἁ ΓΒ τᾶς ΣΒ, οὐδὲ ἁ ΓΡ ἐλάσσων τᾶς | ΣΡ οὐδὲ ἁ ΗϠ τᾶς Θϙ. καὶ ἐπειδὴ | ἁ ΙΠ ἡμιολία ἐστὶ τᾶς ΠΥ, ἐλάσσων | δὲ ἁ ΠΥ τᾶς Θϙ, καὶ ἁ μὲν ΗΘ ἴ|σα τᾷ ΠΙ, ἁ δὲ ΗϠ οὐκ ἐλάσσων | τᾶς Θϙ, μείζων ἔσται ἁ ϠΗ | τᾶς ΠΥ· ἁ ἄρα ΗϠ μείζων ἐστὶν ἢ διπλα|σία τᾶς ϠΘ. ἔστω δὴ ἁ ΗΥ διπλα|σία τᾶς ΥΘ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἁ | ΥΚ ἐκβεβλήσθω· δῆλον δὴ ὁμοί|ως τοῖς πρότερον, ὅτι οὐ μενεῖ τὸ τμᾶ|μα, ἀλλὰ κλιθήσεται, ὥστε τὸν ἄ|ξονα αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν | ⟨τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἐλάσσονα τᾶς Φ⟩.

5 *Similiter autem demonstrabitur, ⟨quod⟩ et, si portio ad humidum in grauitate habeat proportionem eandem, quam tetragonum quod ab NT ad id quod a BD, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat superficiem humidi, consistet inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo qui apud Φ.*

4

164ᵛ col. 2 Ἔστω δὴ πάλιν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑ|γρὸν τῷ βάρει μείζονα μὲν λό|γον ἔχον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΖΠ | τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἐ|λάσσονα δὲ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς | ΞΟ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς | ΒΔ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ | βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἐχέτω | τὸ ἀπὸ τᾶς Ψ τετράγωνον ποτὶ |

---

1 κατε-] des. fol. 169ʳ col. 1 C. 3 δὴ] δὲ C𝔅. ΘΗ] *tm* 𝔅. καὶ] et 𝔅. ΙΠ] C, *ih* 𝔅. 4 ἴσα] om. 𝔅. ἐπεὶ οὖν] et quoniam 𝔅. ἁ — οὐκ] C, *hl* 𝔅. 5 ἁ ΓΒ τᾶς ΣΒ] lac. 12 litt. 𝔅, mg. ΗϛΒΙΗCCΒ. ΓΡ] C, ϙ*r* 𝔅; fort. pro Γ scrib. ϛ.

construantur eadem, quae in tertia figura [p. 396]. eodem igitur modo demonstrabitur, esse $\Theta H = \Psi$ [p. 396, 24]; quare etiam $\Theta H = TN$ [fig. p. 403]. quoniam igitur $\angle A$ non minor est angulo Φ, erit

$$\Gamma B \leqq \Sigma B,^{1)}\ \Gamma P \geqq \Sigma P,\ H\text{ϡ} \geqq \Theta\text{ϙ}.$$

et quoniam $I\Pi = \frac{3}{2}\Pi\Upsilon$ [p. 402, 3 sq.],

$$\Pi\Upsilon < \Theta\text{ϙ},\ H\Theta = \Pi I,\ H\text{ϡ} \geqq \Theta\text{ϙ},$$

erit $\text{ϡ}H > \Pi\Upsilon$; quare $H\text{ϡ} > 2\,\text{ϡ}\Theta$.[2]) sit igitur $H\Upsilon = 2\,\Upsilon\Theta$, et ducta ΥK producatur; ergo adparet eodem modo, quo antea [p. 397, 6 sqq.], segmentum non manere, sed ita inclinari, ut axis eius ad superficiem humidi angulum faciat angulo Φ minorem.

Iam rursus segmentum ad humidum grauitate rationem 4
habeat maiorem[3]) quam $Z\Pi^2 : B\Delta^2$, minorem autem quam $\Xi O^2 : B\Delta^2$, et quam rationem habet segmentum ad humidum

---

1) Si $\angle A = \Phi$, erit $\Gamma B = \Sigma B$, et quo maior $\angle A$, eo minor est recta AB, quae aequalis est rectae ΓB (Quadr. parab. 2).

2) $H\text{ϡ} > \Pi\Upsilon$ siue $> \frac{2}{3}\Pi I$ siue $> \frac{2}{3}H\Theta$.

3) Hoc fieri potest, quia (fig. p. 387) $GO > PT$, $O\Xi = \frac{3}{2}GO$, $PF = \frac{3}{2}PT$. in fig. p. 409 ZP eadem est ac PF in fig. p. 387; cfr. p. 392, 11.

---

6 ἐλάσσων] *Comm.*, om. 𝔅C. τᾶς (pr.)] 𝔅, τῆι C. Hϡ] *n* ∧ 𝔅. Θϙ] $\Theta\Gamma$ C, *og* 𝔅. 7 $I\Pi$] C, *ih* 𝔅. $\Pi\Upsilon$] 𝔅, $\overline{\tau\text{ϙ}}$ C. 8 Θϙ] // C, *go* 𝔅. $H\Theta$] *ht* 𝔅. ἴσα] aequalis est 𝔅, ἴσηι C. ΠI] HI C, *pc* 𝔅. δὲ] autem 𝔅. Hϡ] C, *h* ∧ 𝔅. οὐκ] C, non est 𝔅. 9 Θϙ] /Γ C, *og* 𝔅. ἔσται] C, ergo 𝔅. 10 Hϡ] *h* ∧ 𝔅. ϡΘ] $\Phi\Theta$ C, *t* ∧ 𝔅. δὴ] C, autem 𝔅. 11 $H\Upsilon$] 𝔅, $\bar{\upsilon}$ C. $\Upsilon\Theta$] *yt* 𝔅. ἐπεζευχθεῖσα C. ΥK] *yk* 𝔅. 12 δὴ] δὲ C𝔅. 13 μενεῖ] manet 𝔅. κλιθήσεται] uoluetur 𝔅, κληθήσεται C. 14 τοῦ — 15 Φ] inc. f. 169[r] col. 2 C, quae legi nequit; humidi faciat angulum minorem angulo *f* 𝔅. 16 — p. 412, 14 hic habuit C, post p. 401, 14 𝔅. 16 quod] om. 𝔅 (ὅτι). 18 NT] *h'p* 𝔅, mg. *µp*. 22 Φ] *f* 𝔅. 23 Ἔστω] C, habeat 𝔅 supra scr. sit. δὴ] C, autem 𝔅. 25 τοῦ, ὃν] proportionem quam 𝔅. 28 ἐχέτω] C, habet 𝔅.

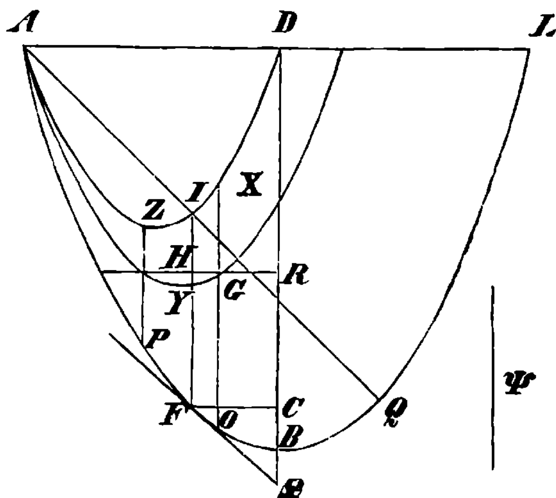
τὸ ἀπὸ τᾶς $B\Delta$· δῆλον οὖν, ὅτι ἁ Ψ τᾶς | μὲν $Z\Pi$ μείζων ἐστίν, τᾶς δὲ ΞO ἐλάσ|σων. ἐναρμόσθω δὴ
169v col. 1 εἰς τὸ μεταξὺ | τᾶν $A\Xi\Delta$, $A\Pi O\Lambda$ [τμημάτων] ἴσα τᾷ | Ψ, παράλληλος δὲ τᾷ $B\Delta$ ἁ ΦI τέ|μνουσα τὰν μεταξὺ [τοῦ] κώνου τομὰν | κατὰ τὸ Υ· πάλιν δὴ ἁ $\Phi\Upsilon$ διπλασία τᾶς | ΥI δειχθήσεται, καθάπερ ἁ $O\Gamma$ τᾶς | $\Xi\Gamma$. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Φ τοῦ $A\Pi O\Lambda$ ἐ|φαπτομένα κατὰ τὸ Φ ἁ $\Phi\Omega$· ὁμοίως | δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἁ μὲν | AI τᾷ XI ἴσα, ἁ δὲ AX τᾷ $\Phi\Omega$ παράλ|ληλος. δεικτέον δέ, ὅτι τὸ τμᾶμα | ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν | μὴ ἅπτεσθαι τᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, καὶ | τεθὲν κεκλιμένον οὕτως κλιθή|σεται, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ κα|τὰ πλείονα τόπον τέμνεσθαι ὑ|πὸ τοῦ ὑγροῦ.

ἀφείσθω γὰρ εἰς τὸ | ὑγρόν, ὡς εἴρηται, καὶ κείσθω
164r col. 1 τὸ | πρῶτον [καὶ] οὕτως κεκλιμένον, | ⟨ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν⟩ | ἅπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, | τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ δι|ὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ | ἐπιφάνειαν ἐν μὲν τᾷ τοῦ τμάμα|τος ἐπιφανείᾳ γίνεται τομὰ ἁ | $AB\Gamma$, ἐν δὲ τᾷ τοῦ ὑγροῦ ἁ EZ, ἄξων | δὲ ἔστω [τῆς τομῆς] καὶ διάμετρος | [τοῦ τμήματος] ἁ $B\Delta$, καὶ τετμάσθω | ἁ $B\Delta$ κατὰ τὰ K, P ὁμοίως τοῖς πρότε|ρον, ἄχθω δὲ καὶ ἁ μὲν $H\Lambda$ παρὰ | τὰν EZ ἐφαπτομένα τᾶς [ἀπὸ |

---

1 δῆλον οὖν, ὅτι] palam igitur quod 𝔅. τᾶς — 2 ἐστίν] est quidem maior quam *zp* 𝔅. 2 ΞO] C; *x't* 𝔅, mg. *x'o*. ἐνηρμώσθω C. δὴ] autem 𝔅. 3 τὸ] scripsi, τὸν C. $A\Xi\Delta$, $A\Pi O\Lambda$] C, *apol a* (lac.) *d* 𝔅. τμημάτων] 𝔅C; deleo (debuit esse τομᾶν). 4 ἴσα τᾷ] aequalis ipsi 𝔅 Ψ] 𝔅, Ψ/ C. ΦI] *fi* 𝔅. 5 τοῦ] deleo. δὴ] C, autem 𝔅. 6 $\Phi\Upsilon$] *fy* 𝔅. διπλασία] 𝔅, ΔI C. $O\Gamma$] *t* seq. lac. 𝔅. 7 τᾶς $\Xi\Gamma$] ipsi *xy* 𝔅, mg. *o*𝔊. τοῦ Φ τοῦ] *f* sectionem 𝔅. 9 XI ἴσα] *qi* aequalis 𝔅. $\Phi\Omega$] *fω* 𝔅. 10 ἐς τὸ] in 𝔅. 11 μὴ

grauitate, eam habeat $\Psi^2 : B\Delta^2$; adparet igitur, esse [Eucl. V, 10] $\Xi O > \Psi > Z\Pi$. aptetur [p. 395 not. 2 sup.] igitur inter sectiones $A\Xi\Delta$, $A\Pi O\Delta$ rectae Ψ aequalis, rectae autem $B\Delta$ parallela, ΦI coni sectionem intermediam in Υ secans; rursus igitur demonstrabimus, esse $\Phi\Upsilon = 2\,\Upsilon I$, sicut erat $O\Gamma = 2\,\Xi\Gamma$ [p 390,4]. a Φ autem sectionem $A\Pi O\Delta$ in Φ contingens ducatur $\Phi\Omega$; eodem igitur modo, quo antea [p. 395, 7 sqq.], demonstrabimus, esse $AI = XI$, et AX rectae $\Phi\Omega$ parallelam. demonstrandum autem, segmentum in humidum ita demissum, ut basis eius superficiem humidi non tangat, et positum inclinatum ita inclinari, ut basis eius spatio maiore ab humido secetur.



dimittatur enim in humidum, ut dictum est, et primum ita inclinatum ponatur, ut basis eius in nullo puncto superficiem humidi tangat, secto autem eo plano per axem posito ad superficiem humidi perpendiculari in superficie segmenti sectio fit $AB\Gamma$ [De conoid. 11 a], in superficie autem humidi EZ, axis uero et diametrus sit $B\Delta$, et $B\Delta$ in K, P secetur, sicut antea [p. 386, 12 sqq.], ducatur autem etiam $H\Delta$ rectae

ἅπτεσθαι] ipsius non tangat 𝕭. τᾶς ἐπιφανείας] φανείας C, om. 𝕭. 13 ὥστε] ita ut 𝕭, del. ita. τέμνεσθαι] humectetur 𝕭. 16 καί] C, om. 𝕭; delendum. ὥστε — 17 ἐπιφανείας] ut basis ipsius neque secundum unum (contingat del.) tangat superficiem humidi 𝕭. 17—18 in mg. transit in C. 19 ὀρθῷ] recto 𝕭, om. C. 21 δὲ (alt.)] autem 𝕭. τῆς τομῆς] 𝕭C; deleo; portionis *Comm.* 22 τοῦ τμήματος] 𝕭C; deleo; sectionis *Comm.* 24 $H\Lambda$] C, *h*7 𝕭. EZ] *ez* 𝕭. ἀπὸ τῆς] C, om. 𝕭; delenda. Fig. sumpta a 𝕭.

τῆς] ΑΒΓ τομᾶς κατὰ τὸ Η, ἁ δὲ ΗΘ | παρὰ τὰν ΒΔ, ἁ δὲ ΗΣ κάθετος ἐπὶ τὰν | ΒΔ. ἐπεὶ δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει λόγον | ἔχει ποτὶ τὸ ὑγρόν, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς | Ψ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, | δῆλον, ὅτι ἁ Ψ ἴσα ἐστὶν τᾷ ΗΘ· δειχθή|σεται γὰρ ὁμοίως
169v col. 2 τοῖς πρότερον· ὥστε | καὶ ἁ ΗΘ ἴσα ἐστὶν τᾷ ΦΙ· καὶ τὰ | τμάματα ἄρα τὰ ΑΦΧ, ΕΒΖ ἴσα | ἐστὶν ἀλλάλοις. ἐπεὶ δ' ἐν ἴσοις καὶ | ὁμοίοις τμαμάτεσσι τοῖς ΑΠΟΛ, ΑΒΓ | ἀγμέναι ἐντὶ αἱ ΑΧ, ΕΖ ἴσα τμά-|ματα ἀφαιροῦσαι, καὶ ἁ μὲν | ἀπ' ἄκρας τᾶς βάσιος, ἁ δὲ οὐκ | ἀπ' ἄκρας, ἐλάσσονα ποιήσει | τὰν ὀξεῖαν ποτὶ τὰν διάμετρον | τοῦ τμάματος ἁ ἀπ' ἄκρας τᾶς | βάσιος ἀχθεῖσα. καὶ ἐπειδὴ | τοῦ ΗΛΣ τριγώνου ἁ Λ μείζων | τᾶς Ω γωνίας τοῦ ΦΤΩ τριγώ|νου, δῆλον, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἁ | Βϛ τᾶς ΒΤ, ἁ δὲ ϛΡ τᾶς ΡΤ μείζων, | καὶ ἁ Ηϡ μείζων τᾶς ΦΗ· ἁ ϡΘ | ἄρα ἐλάσσων τᾶς ΗΙ. καὶ ἐπεὶ δι|πλασία ἐστὶν ἁ ΦΤ τᾶς ΤΙ, δῆλον, ὅτι | ἁ Ηϡ μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία τᾶς |
164r col. 2 ⟨ϡΘ. ἔστω δὴ ἁ ΗΑ' διπλασία⟩ | τᾶς Α'Θ· δῆλον δὴ ἐκ τούτων, ὅτι | οὐ μενεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλὰ ἐπικλι|θήσεται, ἕως ἂν ἁ βάσις αὐτοῦ | θίγῃ καθ' ἓν σαμεῖον τᾶς τοῦ | ὑγροῦ ἐπιφανείας.

ἁπτέσθω δὴ | καθ' ἓν σαμεῖον, ὡς ἐν τῷ τρίτῳ | σχήματι ἐγράφθη, καὶ τὰ ἄλλα | τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω· δειχθή|σεται δὴ πάλιν ἅ τε ΘΗ ἴσα ἐοῦσα | τᾷ ΦΙ

---

1 κατὰ] 𝔅, κα C. 2 ΗΣ] hs 𝔅. ἐπεὶ] 𝔅, ἐπὶ C. δὲ] om. 𝔅. 5 Ψ] ψ 𝔅. ΗΘ] ht 𝔅. γὰρ] enim 𝔅. 6 ΦΙ] fi 𝔅. 8 ἐπεὶ] 𝔅, ἐπὶ C. δ'] C, om. 𝔅. 11 οὐκ] non 𝔅. 12 διάμετρον] 𝔅C, axem *Nizzius*. 13 ΗΛΣ] hle 𝔅. ἁ Λ] angulus 𝔅. 14 Ω γωνίας] angulo ω 𝔅, seq. lac. 8 litt., mg. τοῦ φ̄ τω̄ ∇̆. τοῦ ΦΤΩ τριγώνου] C, om. 𝔅. 15 Βϛ] ΒΓ C, bs 𝔅. ϛΡ] ΓΡ C, sr 𝔅. 16 Ηϡ] Η⩚ C, hl 𝔅. ἁ ϡΘ

EZ parallela sectionem $AB\Gamma$ in H contingens, $H\Theta$ autem rectae $B\Delta$ parallela, et $H\Sigma$ ad $B\Delta$ perpendicularis. quoniam autem segmentum ad humidum eam grauitate rationem habet, quam $\Psi^2 : B\Delta^2$, adparet, esse $\Psi = H\Theta$ [Eucl. V, 9]; hoc enim eodem modo, quo antea [p. 396, 15 sqq.], demonstrabitur; quare etiam $H\Theta = \Phi I$; itaque etiam segmenta $A\Phi X$, EBZ inter se aequalia sunt [De conoid. 24]. quoniam autem in segmentis aequalibus et similibus $A\Pi O\Delta$, $AB\Gamma$ ductae sunt AX, EZ aequalia segmenta abscindentes, altera ab extrema basi, altera autem non ab extrema, minorem ad diametrum segmenti faciet angulum acutum recta ab extrema basi ducta [p. 398 not. 1]. et quoniam angulus Λ trianguli $H\Lambda\Sigma$ maior est angulo Ω trianguli $\Phi T\Omega$ [Eucl. I, 39], adparet, esse $B\Sigma < BT$, $\Sigma P > PT$, Hϡ $> \Phi H$ [p. 399 not. 1]; quare ϡ$\Theta < HI$. et quoniam est $\Phi T = 2\,TI$, adparet, esse Hϡ > 2 ϡΘ.[1]) sit igitur $HA' = 2\,A'\Theta$; itaque hinc adparet, segmentum non manere, sed magis inclinari, donec basis eius in uno puncto superficiem humidi tangat [cfr. p. 399, 19 sqq.].

iam in uno puncto tangat, ut in tertia figura [p. 413] descriptum est, et cetera eodem modo construantur; rursus igitur demonstrabimus, esse $\Theta H = \Phi I$ et segmenta $A\Phi X$, ABZ

1) Nam $\Phi H > 2\,HI$, Hϡ $> \Phi H$, ϡ$\Theta < HI$.

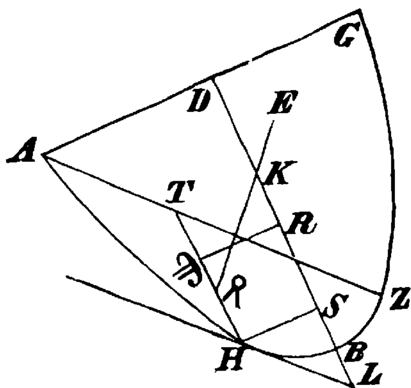
ἄρα] ϟt post lac. 5 litt. 𝔅, mg. H ϟ. 17 ἐλάσσων] C, minor est 𝔅. διπλασία] διπλῆ C. 18 ὅτι] /ὅτι C, quod 𝔅. ἁ Hϡ — 19 διπλασία] quae hϟ est maior quam dupla ipsius ϟt, sit igitur quae hl dupla 𝔅. 19 $A'\Theta$] $A\Theta$ C, lt 𝔅. δὴ — 20 ὅτι] autem ex hiis quod 𝔅. 21 θίγῃ] incertissimum in C, tangat 𝔅. 23 δὴ] C, autem 𝔅. 24 κατασκευάσθω C. 25 δὴ] scripsi, δὲ C𝔅. ἃ] 𝔅, /ἡ C. ΘH] ΘM C, tm 𝔅. Fig. sumpta a 𝔅.

καὶ τὰ ΑΦΧ, ΑΒΖ̣ τμά|ματα ἴσα ἀλλάλοις. καὶ ἐπεὶ | ἐν ἴσοις καὶ ὁμοίοις τμαμάτεσσι | τοῖς ΑΠΟΔ̣, ΑΒΓ ἀγμέναι ἐντὶ | αἱ ΑΧ, ΑΖ̣ ἴσα τμάματα ἀφαι|ροῦσαι, ἴσας ποιοῦσι γωνίας ποτὶ | ταῖς διαμέτροις τῶν τμα|μά|των· τῶν ἄρα ΛΗΣ, ΦΤΩ αἱ ποτὶ | τοῖς Λ, Ω γω- 46r col. 1 *νίαι ἴσαι ἐντί, καὶ ἁ ΒΣ | εὐθεῖα τᾷ ΒΤ ἴσα καὶ ἁ ΣΡ τᾷ | ΡΤ καὶ ἁ ΗϠ τᾷ ΦΗ καὶ ἁ ϠΘ τᾷ | ΗΙ. ἐπεὶ δὲ διπλασία ἐστὶν ἁ ΦΥ τᾶς | ΥΙ, φανερόν, ὅτι ἁ ΗϠ μείζων ἐστὶν | ἢ διπλασία τᾶς ϠΘ. ἔστω οὖν ἁ ΗϘ | τᾶς ϘΘ διπλασίων· πάλιν | δὴ ἐκ τούτων δῆλον, ὡς οὐ μενεῖ | τὸ τμᾶμα, ἀλλ' ἐπικλιθήσεται | ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α. ἐπεὶ δὴ καθ' ἓν | σημεῖον ὑπετέθη τὸ τμᾶμα ἅ|πτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, δῆλον, ὅτι κα|τὰ πλείονα τόπον ἁ βάσις ὑπὸ | τοῦ ὑγροῦ καταλαφθήσεται.*

---

4 *ποτὶ ταῖς διαμέτροις*] C𝔅, ad axes *Nizzius*; fort. scrib. *ποτὶ τὰς διαμέτρους*. 5 *ἄρα ΛΗΣ, ΦΤΩ*] igitur *ahbz afq* 𝔅. *τοῖς Λ, Ω*] signa *lω* 𝔅, *τὸ* |⟨ʸ $\overline{αω}$ C. 6 *ἁ* (pr.)] 𝔅, om. C. *ΒΣ*] 𝔅, *ΒΕ* C. *τᾷ*] 𝔅, *τῆς* C. 7 *ΡΤ*] *rc* 𝔅, *ΠΡΤ* C. *ΗϠ*] C, *m*⋀ 𝔅. *ϠΘ*] ⋀*t* 𝔅, ⋀*O* C. *ΗΙ*] *mi* 𝔅. 8 *ἐπεὶ δὲ*] C, et quoniam 𝔅. *διπλῆ* C. *ΥΙ*] *yi* 𝔅. 9 *διπλῆ* C. 10 *ΗϘ*] *h*⋀ 𝔅, *ΗΛ*| Ϙ C. *ϘΘ*] *lt* 𝔅, *ΛΘ* Ϙ C (Ϙ fortasse nihil aliud est quam *Λ̃* siue *Λ'* deformatum). *δὴ*] scripsi, *δ'* C𝔅. 11 *με-*

inter se aequalia [p. 410, 5 sqq.]. et quoniam in segmentis aequalibus et similibus $A\Pi O A$, $AB\Gamma$ ductae sunt AX, AZ aequalia segmenta abscindentes, aequales angulos faciunt ad diametros segmentorum [p. 396 not. 1]; itaque in triangulis $\varLambda H\Sigma$, $\Phi T\Omega$ anguli ad $\varLambda$, Ω positi aequales sunt, et recta $B\Sigma = BT$, $\Sigma P = PT$, HϠ $= \Phi H$, ϠΘ $= HI$ [p. 397, 1 sqq.]. et quoniam $\Phi T = 2\,TI$, adparet, esse HϠ $>$ 2 ϠΘ [cfr. p. 411 not. 1]. sit igitur HⲬ $=$ 2 ⲬΘ; rursus igitur hinc manifestum est, segmentum non manere, sed magis inclinari ad eas partes, in quibus est $\varLambda$ [p. 397, 5 sqq.]. quoniam igitur supposuimus, segmentum in uno puncto humidum tangere, adparet, basim spatio maiore ab humido comprehensum iri.



νεῖ] manet 𝔅. 12 δή] C, om. 𝔅; fort. scrib. δέ. ὑπετέθη] supponebatur 𝔅, ὑποτεθῇ C. 14 seq. in 𝔅 p. 401, 15 — 406, 15; in fine: Archimedis de insidentibus in humido liber secundus explicit. completa fuit translatio eius decima die decembris anno X 1269; Ἀρχιμήδους | ὀχουμένων | β̄ C. Fig. sumpta a 𝔅.

STOMACHION.

177r col. 2

Ἀρχιμήδους Στομάχ̣ι̣ο̣ν.

1 Τοῦ λεγομένου Στομαχ̣ίου ποικί|λαν ἔχοντος τᾶς ἐξ ὧν συνέστακε | σχημάτων μεταθέσεως θεωρίαν | ἀναγκαῖον ἡγησάμην πραττον τοῦ | ⟨. . . . .⟩ | 172v col. 2 ρῶν ἐκθέσθαι, εἴς τε ἃ διαιρεῖται, | ἕκαστόν τε αὐτῶν τίνι ἐστὶν ὁμοιού|μενον, ἔτι δὲ καί, ποῖαι γωνίαι σύ|νδυο λαμβανόμεναι ⟨. . .⟩ καὶ ⟨. . .⟩ | θάς, εἴρηται πρὸς τὸ τὰς ἐναρμόσεις | τῶν ἐξ αὐτῶν γεννωμένων σχα|μάτων γιγνώσκεσθαι, εἴτε ἐπ' εὐ|θείας εἰσὶν αἱ γεννώμεναι ἐν τοῖς | σχάμασι πλευραί, εἴτε καὶ μικρῶς | λείπουσαι τᾷ θεωρίᾳ λανθά|νουσιν· τὰ γὰρ τοιαῦτα φιλότεχνα· | καὶ ἐὰν ἐλάχιστον μὲν λείπηται, τᾷ | δὲ θεωρίᾳ λανθάνῃ, οὐ παρὰ τοῦ|τ' ἐστιν ἔκβλητα, ἃ συνίσταται. |

2 Ἔστι μὲν οὖν ἐξ αὐτῶν οὐκ ὀλίγων σχημάτων | 177v col. 1 . . . . ο . . διὰ τὸ . . . . . ν . . τον εἶναι | εἰς ἕτερον τόπον τοῦ ἴσου καὶ ἰσο|γωνίου σχάματος μετατιθεμε . . . | καὶ ἐτέ . . . . . λαμβάνοντας. ⟨ἐνίο⟩|τε δὲ καὶ δύο σχημάτων συνάμφω | ἑνὶ σχήματι ἴσων ὄντων καὶ ὁμοί|ων τῷ ἑνὶ σχήματι ἢ καὶ δύο σχη|μάτων

---

1 Poterat etiam legi στομαχικόν sc. βιβλίον. 2 τᾶς] fort. scrib. τὰν τᾶς. 4 πραττον] fort. scrib. πρᾶτον. 6 ὁμοιούμενον] dubium. σύνδυο] συν.δοιο C. 7 Requiritur ⟨ποιοῦσι δύο ὀρ⟩θάς. 11 λείπουσαι] λιποῦσαι C. 12 λείπηται] λίπηται C. 17 τόπον] τόπον C. 19 σχημάτων] σχήματα C.

Archimedis Stomachion.

Quoniam Stomachion quod uocatur multiplicem praebet quaestionem de transpositione figurarum, ex quibus compositum est, oportere putaui primum ⟨de singulis partibus eius⟩ exponere, et in quas diuidatur, et cui quaeque earum adsimiletur; praeterea autem dictum est, quales anguli bini simul sumpti ⟨duos rectos efficiant⟩, scilicet ut adaptationes figurarum inde ortarum cognoscantur, utrum latera in figuris orta in directo posita sint, an paullulum deficiant uisum fallentia; talia enim ad artem pertinent; et si paullulum deficiunt, uisum autem fallunt, non ideo statim spernendae, quae componuntur figurae. 1

Fieri igitur potest, ut inde non paucae figurae ⟨componantur⟩, quia ⟨licet⟩ aliam partem in alium locum figurae aequalis et aequiangulae transponere aliamque substituere.[1]) quoniam autem ⟨aliquando⟩ etiam duae simul figurae uni 2

Marius Victorinus VI p. 100 (ed. Keil): ut ille loculus Archimedius e quattuordecim crustis eburneis nunc quadratis nunc triangulis nunc ex utraque specie uarie figuratis uelut quibusdam membris artis struendae causa compositus proditur; nam ut in illo praefinito ac determinato crustarum numero multiplici earundem uariatarum specie nunc nauis nunc gladius nunc arbuscula et si qua alia figurantur cet. Atilius Fortunatianus VI p. 271: nam si loculus ille Archimedius, qui XIV eboreas lamellas, quarum uarii anguli sunt, in quadratam formam inclusas habet, componentibus nobis aliter modo galeam modo sicam alias columnam alias nauem figurat et innumerabiles efficit species, solebatque nobis pueris hic loculus ad confirmandam memoriam prodesse plurimum cet. — de hoc oblectamento cfr. Ausonius p. 208, 1 (ed. Peiper), Ennodius 340 (ed. Vogel) et de nomine Hermes XLII p. 240 sq.

1) Quid haec sibi uelint, satis obscurum est.

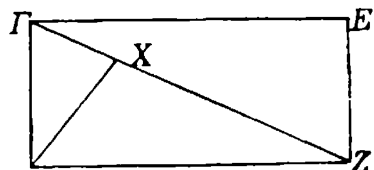
συνάμφω ἴσων τε καὶ ὁμοί|ων ὄντων δυσὶ σχήμασι συνάμφω | πλείονα σχήματα συνίσταται ἐ|κ τῆς μεταθέσεως. προγράφομε|ν οὖν τι θεώρημα εἰς αὐτὸ συντεῖ|νον.

3 *Ἔστω γὰρ παραλληλόγραμ|μον ὀρθογώνιον τὸ ΖΓ, καὶ δε . ι . . . . . ω | ἡ ΕΖ τῷ Κ, καὶ . . διήχθωσαν | ἀπὸ τῶν Γ, Β αἱ ΓΚ, ΒΕ . ει . . ων | . . . τῶν . . . Γ . . . . ἐκ⟨βεβλή⟩|σθωσαν αἱ ΓΚ, ΒΖ καὶ συμπιπ-* 172r col. 1 *τέ|⟨τωσαν κατὰ τὸ Δ . . . .⟩ | ἡ ΓΗ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΚΖ, ⟨ἴση⟩ | καὶ ἡ ΓΕ, τουτέστιν ἡ ΒΖ, τῇ ΖΔ· ὥ⟨στε⟩ | μείζων ἡ ΓΖ τῆς ΖΔ· καὶ γωνία ⟨ἄρα⟩ | ἡ ὑπὸ τῶν ΖΔΓ τῆς ὑπὸ τῶν ΖΓΔ | μείζων. ἴσαι δέ εἰσιν αἱ ὑπὸ ΗΒΔ, ΖΓΒ· | ἡμίσεια γὰρ ὀρθῆς ἑκατέρα· μεί|ζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΗΒ, ἐπεὶ | ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ | ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΗΒΔ, ΗΔΒ, | τῆς ὑπὸ τῶν ΗΓΒ· ὥστε μείζων | ἐστὶν ἡ ΓΒ τῆς ΒΗ. ἐὰν ἄρα δίχα τμη|θῇ ἡ ΓΗ κατὰ Χ, ἔσται ἀμβλεῖα μὲν | ἡ ὑπὸ ΓΧΒ· ἐπεὶ γὰρ ἴση ἡ ΓΧ τῇ ΧΗ, | καὶ κοινὴ ἡ ΧΒ, δύο δυσὶν ἴσαι·* 177v col. 2 *καὶ | βάσις ἡ ΓΒ τῆς ΒΗ μείζων· καὶ | ἡ γωνία ἄρα τῆς γωνίας μεί|ζων. ἀμβλεῖα μὲν ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΧΒ, ὀξεῖα | δὲ ἡ ἐφεξῆς. ἡμίσεια δὲ ὀρθῆς ἡ | ὑπὸ ΓΒΗ· τοῦτο γάρ ἐστιν ὑποκείμε|νον τοῦ παραλληλογράμμου· ὀξεῖ|α δὲ ἡ ὑπὸ ΒΧΗ. καὶ . τι δὴ ἴση ἡ | λοιπαὶ ΓΒΗ καὶ συνίσταται καὶ | διαιρεῖται τοῦτο επ . ον τον . . . . |*

4 *. . . . . βάσιος . τι . . . . | . . . . . . αστ . α . ἄρα ο . . .*

---

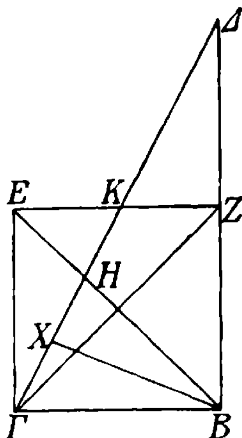
3 *προγράφομεν*] *προγραφόμε|νον* C. 5 *παραλληλόγραμμον*] immo *τετράγωνον*. 20 *βάσις*] *βάσεις* C. 23 *τοῦ παραλληλογράμμου*] h. e. quadrati. 24—25 misere corrupta. 25 Seq. figura adposita:



figurae aequales sunt unique figurae similes aut etiam duae simul figurae duabus simul figuris aequales similesque, plures etiam figurae ex transpositione componuntur.

praemittimus igitur propositionem quandam ad hoc utilem.

Sit igitur quadratum $Z\Gamma$[1]), et EZ in K ⟨in duas partes aequales secta⟩ sit, a punctis Γ, B autem ducantur ΓK, BE, ⟨et ducatur ΓZ⟩, producantur autem ΓK, BZ et ⟨in Δ⟩ concurrant. 3



quoniam $EK = KZ$, erit etiam $\Gamma E = Z\Delta$, h. e. $BZ = Z\Delta$; quare $\Gamma Z > Z\Delta$; itaque etiam $\angle Z\Delta\Gamma > \angle Z\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 18]. uerum $\angle HB\Delta = \angle Z\Gamma B$; uterque enim dimidius anguli recti; quare etiam $\angle \Gamma HB > \angle H\Gamma B$, quoniam[2])

$$\angle \Gamma HB = \angle HB\Delta + H\Delta B$$

duobus angulis interioribus et oppositis [Eucl. I, 32]; quare $\Gamma B > BH$ [Eucl. I, 19]. si igitur ΓH in X in duas partes aequales secatur, $\angle \Gamma XB$ obtusus erit. quoniam[3]) enim $\Gamma X = XH$, et XB communis est, duo latera duobus aequalia sunt; et basis $\Gamma B > BH$; itaque etiam angulus angulo maior est [Eucl. I, 25]. obtusus igitur est $\angle \Gamma XB$, acutus autem angulus deinceps positus. et $\angle \Gamma BH$ dimidius est recti; hoc enim suppositum est;[4]) $\angle BXH$ autem acutus. . . . . .
. . . . 4

---

1) Figuram codicis falsam et imperfectam restitui adiuuante Paulo Heegaard collega.

2) Uerba ἐπεὶ lin. 14 — 16 $H\Delta B$ prorsus insolito loco inculcata sine dubio interpolata sunt.

3) Etiam uerba ἐπεὶ lin. 18 — 21 ΓXB, quae constructionem moleste turbant, interpolatori tribuo.

4) τοῦ παραλληλογράμμου lin. 23 aut glossema est, aut lacuna statuenda.

---

26 — p. 420, 2 incerta et obscura. 26 ἄρα] comp. C.

ΑΒ . . . | . αν . . ο . . . τὴν *ΓΔ* . . . . . νῶν | . . . . . . 172[r] col. 2 ἔχον . . . . τὸ ἐπίλοιπ . . . . | . . . . | . . δύνασθαι ἀρ . . . . . ξειν ἐκ . . . . | τῶν τομῶν . . . τῶν τάξιν ἐχοντ .

τετμήσθω ἡ *ΓΔ* δίχα κατὰ τὸ *Ε*, καὶ | διὰ τοῦ *Ε* τῇ *ΒΓ* παράλληλος ἤχθω | ἡ *ΕΖ*· ἔστιν οὖν τετράγωνα τὰ *ΓΖ*, *ΖΑ*. | ἤχθωσαν διάμετροι αἱ *ΓΔ*, *ΒΕ*, *ΕΔ*, | καὶ τετμήσθωσαν δίχα αἱ *ΓΗ*, *ΕΔ* | κατὰ τὰ *Θ*, *Χ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν | αἱ *ΒΘ*, *ΧΖ*, καὶ διὰ τῶν ., *Κ* τῇ *ΒΔ* πα|ράλληλοι ἤχθωσαν αἱ *Κ*., . *Ξ*. διὰ | τὸ προκείμενον ἄρα θεώρημα τοῦ | *ΒΓΘ* τριγώνου ἡ πρὸς τῷ *Θ* γωνία | ἀμβλεῖα, ἡ δὲ λοιπὴ ὀξεῖα. . . . . | νερὸν φανερὸν δὲ . . . ει . . . . .

Das Buch des Archimedes über die Teilung der Figur Stomaschion in vierzehn zu ihr in Verhältnis stehende Figuren.

Wir zeichnen ein Parallelogramm, es sei dies ABGD, halbieren BG in E, errichten EZ senkrecht auf BG, ziehen die Diagonalen AG, BZ und ZG, halbieren ebenfalls BE in H, und errichten HT senkrecht auf BE; dann legen wir das Lineal an den Punkt H und visieren nach dem Punkt A und ziehen HK, halbieren AL in M und ziehen BM, so ist das Rechteck AE in sieben Teile geteilt. Hierauf halbieren

---

14 Hoc fragmentum, sine dubio ultima opusculi propositio, Arabice seruatum est in codd. Berolin. Mf. 258 et Mq. 559, Bodleian. 960, codiceque quodam Instituti rerum Indiae Londinensis. e codd. Berolinensibus edidit et interpretatus est Henricus Suter, Abhandlungen z. Geschichte der Mathematik IX (1899) p. 491 sqq., cuius interpretationem hic repetiui paucis ad notas ipsius auctoris mutatis.

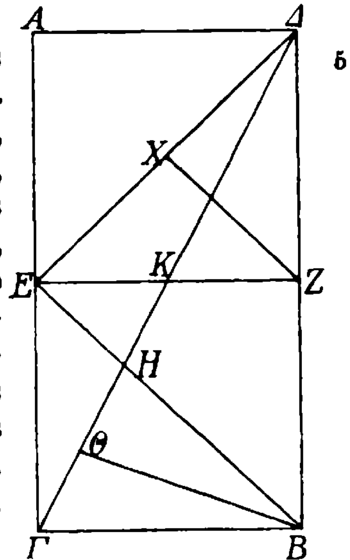
12 πρὸς] comp. C. 14 praemittitur: Im Namen Gottes des Barmherzigen und Gnädigen! [oh] mein Herr, verleihe [mir] Erfolg und mache es [mir] nicht schwer! 15 *sitemâschion* legit Suter, sed in codd uocales omissae sunt. 17 Parallelogramm] h. e. Quadrat.

. . . .

. . . .

secetur ΓA in duas partes aequales in E, et per E rectae $B\Gamma$ parallela ducatur EZ; quadrata igitur sunt ΓZ, ZA. ducantur diametri $\Gamma\Delta$, BE, $E\Delta$, et ΓH, $E\Delta$ in binas partes aequales secentur in Θ, X, ducantur autem $B\Theta$, XZ, et per . , K rectae $B\Delta$ parallelae ducantur K . , . . Ξ. itaque propter propositionem praecedentem [3] in triangulo $B\Gamma\Theta$ angulus ad Θ positus obtusus est, reliquus autem acutus . . . . . manifestum autem . . . .

. . . .



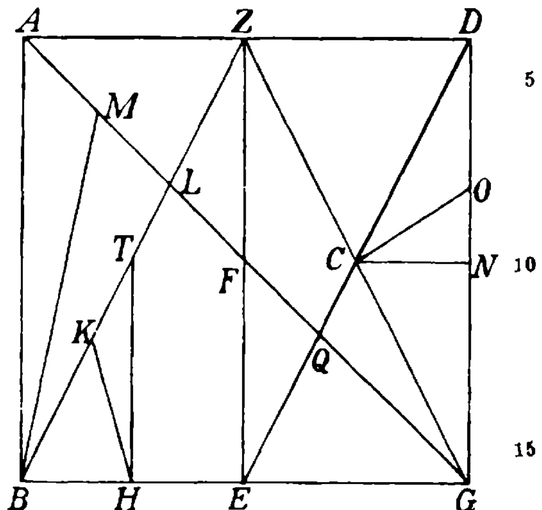
Figuram adiuuante Paulo Heegaard ad uerba Archimedis descripsi, quantum aliqua probabilitate fieri potuit. de puncto X rectaque XZ dubitari potest.

---

wir GD in N, ebenso ZG in C, ziehen EC, legen das Lineal an die Punkte B und C an und ziehen CO, ziehen noch CN, so ist auch das Rechteck ZG in sieben Teile, aber auf andere Weise als das erste, geteilt, mithin das ganze Quadrat in vierzehn Teile.

Wir beweisen nun, daß jeder der vierzehn Teile zum ganzen Quadrat in rationalem Verhältnis stehe.

Weil ZG die Diagonale des Rechtecks ZG ist, so ist △DZG die



Hälfte dieses Rechtecks, also $\frac{1}{4}$ des Quadrates. Aber $\triangle$ GNC ist $\frac{1}{4}$ von $\triangle$ DZG, weil, wenn wir EC verlängern, es in den Punkt D trifft, und dann also $\triangle$ GDC die Hälfte des $\triangle$ DZG und gleich den beiden $\triangle$ GNC und DNC zusammen ist; also ist $\triangle$ GNC $= \frac{1}{16}$ des Quadrats. Wenn wir nun ferner annehmen, die Linie OC sei nach dem Punkte B gerichtet, wie sie in der Tat auch gezeichnet wurde, so ist die Linie NC parallel zur Seite BG des Quadrates, resp. des $\triangle$ OBG, also hat man die Proportion [Eucl. VI, 2]

$$BG : NC = GO : NO.$$

Es ist aber BG das Vierfache von NC, also auch GO das Vierfache von NO; deshalb ist nun GN das Dreifache von NO und $\triangle$ GNC = 3 ONC [Eucl. VI, 1]. *Da aber, wie wir gezeigt haben, $\triangle$ GNC $= \frac{1}{16}$ des Quadrates ist, so ist $\triangle$ ONC $= \frac{1}{48}$ des Quadrates. Weil ferner $\triangle$ GDZ $= \frac{1}{4}$ des Quadrates ist und deshalb GNC $= \frac{1}{16}$ desselben und $\triangle$ NCO $= \frac{1}{48}$ desselben, so bleibt für das Viereck DOCZ $= \frac{1}{6}$ der Quadratfläche übrig. Nach der Voraussetzung*[1]) *geht ferner die Linie NC durch den Punkt F, und es wäre CF parallel zu GE; also hat man die Proportion* [Eucl. VI, 4] *EG : CF = EQ : CQ = GQ : FQ. Weil nun EQ = 2 CQ und GQ = 2 FQ,*[2]) *so ist $\triangle$ EQG das Doppelte jedes der beiden $\triangle$ GCQ und EFQ* [Eucl. VI, 1]. *Es ist aber klar, daß $\triangle$ EGZ = 2 $\triangle$ EFG ist* [Eucl. VI, 1], *weil ZE = 2 FE ist. Das $\triangle$ EGZ ist aber $= \frac{1}{4}$ des Quadrates, also $\triangle$ EFG $= \frac{1}{8}$ desselben. Dieses ist aber das Dreifache jedes der beiden $\triangle$ EFQ und GCQ; also ist jedes dieser beiden Dreiecke $= \frac{1}{24}$ des Quadrates AG. Und das $\triangle$ EGQ ist das Doppelte*

---

1) Quia rectae *DG*, *ZE* inter se aequales utraque in punctis *N*, *F* et recta *ZG* in *C* in binas partes aequales sectae sunt.
2) Quia *EG* = 2 *CF*.

---

7 so ist] debuit: und es ist. neque enim *NC* ∥ *BG* ex praemissis sequitur, sed ex proportione *GC* : *CZ* = *GN* : *ND* (Eucl. VI, 2) et Eucl. I, 30.

jedes der beiden $\triangle EFQ$ *und* GCQ; *also ist es* $= \frac{1}{12}$ *des Quadrates. Weil ferner* $ZF = EF$ *ist, so ist* $\triangle ZFG = \triangle EFG$ [Eucl. VI, 1]; *wenn wir nun* $\triangle GCQ = \triangle EFQ$ *wegnehmen, so bleibt Viereck* $FQCZ = \triangle EGQ$; *also ist auch Viereck* $FQCZ = \frac{1}{12}$ *des Quadrates* AG.

Wir haben nun das Rechteck ZG *in 7 Teile geteilt und gehen nun zur Teilung des andern Rechtecks über.*

Weil BZ *und* EC *zwei parallele Diagonalen sind* [Eucl. VI, 2], *und* $ZF = EF$ *ist, so ist* $\triangle ZLF = EFQ$ [Eucl. VI, 19], *mithin* $\triangle ZLF = \frac{1}{24}$ *des Quadrates* AG. *Weil* $BH = HE$ *ist, so ist* $\triangle BEZ$ *das Vierfache des* $\triangle BHT$; *denn jedes derselben ist rechtwinklig.*[1]) *Da aber* $\triangle BEZ = \frac{1}{4}$ *des Quadrates* $ABGD$ *ist, so ist* $\triangle BHT = \frac{1}{16}$ *desselben. Nach unserer Voraussetzung geht ferner die Linie* HK *durch den Punkt* A; *also hat man die Proportion* [Eucl. VI, 4]

$$AB : HT = BK : KT.$$

Es ist aber $AB = 2\,HT$,[2]) *also auch* $BK = 2\,KT$, *mithin* $BT = 3\,KT$; *also ist* $\triangle BHT$ *das Dreifache des* $\triangle KHT$ [Eucl. VI, 1]. *Weil aber* $\triangle BHT = \frac{1}{16}$ *des ganzen Quadrates ist, so ist* $\triangle KHT = \frac{1}{48}$ *desselben. Ferner ist* $\triangle BKH$ *das Doppelte des* $\triangle KHT$ [Eucl. VI, 1], *also* $= \frac{1}{24}$ *des Quadrates. Da weiter* $BL = 2\,ZL$,[3]) *und* $AL = 2\,LF$ *ist,*[4]) *so ist* $\triangle ABL$ *das Doppelte des* $\triangle ALZ$ *und* $\triangle ALZ$ *das Doppelte des* $\triangle ZLF$ [Eucl. VI, 1]. *Weil aber* $\triangle ZLF = \frac{1}{24}$ *des ganzen Quadrates ist, so ist* $\triangle ALZ = \frac{1}{12}$ *desselben, also* $\triangle ABL = \frac{1}{6}$. *Es ist aber* $\triangle ABM = \triangle BML$ [Eucl. VI, 1], *also jedes dieser beiden Dreiecke* $= \frac{1}{12}$ *des Quadrates. Es bleibt noch übrig das Fünfeck* $LFEHT =$ *der Hälfte*

---

1) Ideo $\triangle$ BEZ, BHT aequianguli sunt et rationem habent, quam $BE^2 : BH^2$ (Eucl. VI, 19).

2) Quia BZ in T in duas partes aequales secta est.

3) Quia $\triangle$ ABL, ZFL aequianguli et $AB = 2\,ZF$; tum u. Eucl. VI, 4.

4) U. not. 3.

eines Sechstels mehr der Hälfte eines Achtels des ganzen Quadrates.[1])

Wir haben also auch das Quadrat AE in 7 Teile geteilt; mithin ist die ganze Figur ABGD in 14 Teile geteilt, welche zu ihr in Verhältnis stehen; und das ist, was wir wollten.

---

1) Pentagonum illud $= \frac{1}{2} AG \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{24}\right) AG = AG\left(\frac{1}{2} \div \frac{17}{48}\right) = \frac{7}{48} AG = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}\right)\right) AG.$

---

3 Quadrat] *h. e.* Rechteck. 5 *In fine add.*: beendigt wurde das Buch des Archimedes über die Figur Stomaschion am Montag den 6. Rabî' I. 1061 *codd.* (h. e. mense Martio 1651).

DE MECHANICIS PROPOSITIONIBUS AD ERATOSTHENEM METHODUS.

46r col. 2 Ἀρχιμήδους Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένην ἔφοδος.

Ἀρχιμήδης Ἐρατοσθένει εὖ πρά|ττειν.

Ἀπέστειλά σοι πρότερον | τῶν εὑρημένων θεωρημάτων | ἀναγράψας αὐτῶν τὰς προτά|σεις φάμενος εὑρίσκειν ταύτας | τὰς ἀποδείξεις, ἃς οὐκ εἶπον | ἐπὶ τοῦ παρόντος· ἦσαν δὲ τῶν ἀ|πεσταλμένων θεωρημάτων | αἱ προτάσεις αἵδε· τοῦ μὲν | πρώτου· ἐὰν εἰς πρίσμα ὀρθὸν πα|ραλληλόγραμμον ἔχον βάσιν | κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν | βάσεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναν|τίον παραλληλογράμμοις, τὰς | δὲ πλευρὰς ἐπὶ τῶν
43v col. 2 λοιπῶν τοῦ | πρίσματος ἐπιπέδων, καὶ διά τε | ⟨τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου,⟩ | ὅς ἐστι βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μι|ᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου τοῦ | ἐν τῷ κατεναντίον ἐπιπέδῳ | ἀχθῇ ἐπίπεδον, τὸ ἀχθὲν ἐπί|πεδον ἀποτεμεῖ τμῆμα ἀπὸ | τοῦ κυλίνδρου, ὅ ἐστι περιεχόμε|νον ὑπὸ δύο ἐπιπέδων καὶ ἐπι|φανείας κυλίνδρου, ἑνὸς μὲν | τοῦ ἀχθέντος, ἑτέρου δέ, ἐν ᾧ ἡ | βάσις ἐστὶν τοῦ κυλίνδρου, τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς με|ταξὺ τῶν εἰρημένων ἐπιπέ|δων, τὸ δὲ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου τμῆμα ἕκτον μέρος | ἐστὶ τοῦ ὅλου πρίσματος. | τοῦ δὲ ἑτέρου θεωρήματος ἡ πρότασ|ις
46v col. 1 ἥδε· ἐὰν εἰς κύβον κύλινδρος | ἐγγραφῇ τὰς μὲν βάσεις ἔχων | πρὸς τοῖς κατεναντίον παραλλη|λογράμμοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν | τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέ|δων ἐφαπ-

Archimedis De mechanicis propositionibus ad Eratosthenem methodus.

Archimedes Eratostheni s.

Antea ex theorematis a me inuentis quaedam tibi misi perscriptis eorum propositionibus eas te iubens demonstrationes inuenire, quas nondum indicaueram; theorematum autem, quae miseram, hae erant propositiones: primi, si in prisma rectum basim quadratam [1] habens cylindrus inscribitur bases in quadratis [1] oppositis habens, latera autem in reliquis planis prismatis, et per centrum circuli, qui basis est cylindri, unumque latus quadrati in opposito plano positi planum ducitur, planum ita ductum a cylindro segmentum abscindet duobus planis superficieque cylindri comprehensum, scilicet plano ducto alteroque, in quo est basis cylindri, et superficie inter haec plana posita, segmentum autem a cylindro abscisum sexta pars erit totius prismatis. alterius uero theorematis propositio haec est: si in cubum cylindrus inscribitur bases ad quadrata opposita habens, superficiem autem reliqua quattuor plana contingentem, et in eundem

1) Pro παραλληλόγραμμον lin. 9, 11, 24 scribendum aut certe intellegendum τετράγωνον.

8 sqq. Hero, Metr. p. 130, 15 sqq. (ἐν τῷ Ἐφοδικῷ). 22 sqq. ibid. p. 130, 25 sqq. (ἐν τῷ αὐτῷ βιβλίῳ).

13 ὅς] ὅ C. 16 ἀποτεμεῖ] ἀποτεμῇ. 19 δὲ ἐπιφανείας τῆς] om. 20 δὲ] om. 25 ἐφαπτομένην] ἐφαπτόμενος, quod frustra defendit *Reinach*.

τομένην, ἐγγραφῇ δὲ καὶ | ἄλλος κύλινδρος εἰς τὸν αὐτὸν κύ|βον τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν ἄλλοις | παραλληλογράμμοις, τὴν δὲ ἐπι|φάνειαν τῶν λοιπῶν τεσσάρων | ἐπιπέδων ἐφαπτομένην, τὸ πε|ριληφθὲν σχῆμα ὑπὸ τῶν ἐπι|φανειῶν τῶν κυλίνδρων, ὅ ἐστιν | ἐν ἀμφοτέροις τοῖς κυλίνδροις, | δίμοιρόν ἐστι τοῦ ὅλου κύβου. συμ|βαίνει δὲ ταῦτα τὰ θεωρήματα | διαφέρειν τῶν πρότερον εὑρη|μένων· ἐκεῖνα μὲν γὰρ τὰ σχή|ματα, τά τε κωνοειδῆ καὶ | σφαιροειδῆ καὶ τὰ τμήματα | 43r col. 1 *⟨αὐτῶν, τῷ μεγέθει σχήμασι⟩ | κώνων καὶ κυλίνδρων συνε|κρίναμεν, ἐπιπέδοις δὲ περι|εχομένῳ στερεῷ σχήματι οὐ|δὲν αὐτῶν ἴσον ἐὸν εὕρηται, | τούτων δὲ τῶν σχημάτων τῶν | δυσὶν ἐπιπέδοις καὶ ἐπιφανεί|αις κυλίνδρων ἕκαστον ἑνὶ τῶν | ἐπιπέδοις περιεχομένων στερ|εῶν σχημάτων ἴσον εὑρίσκεται.*

Τούτων δὴ τῶν θεωρημάτων | τὰς ἀποδείξεις ἐν τῷδε τῷ βι|βλίῳ γράψας ἀποστελῶ σοι.

Ὁρῶν δέ σε, καθάπερ λέγω, σπου|δαῖον καὶ φιλοσοφίας προεστῶ|τα ἀξιολόγως καὶ τὴν ἐν τοῖς | μαθή- 46v col. 2 *μασιν κατὰ τὸ ὑποπίπτον | θεωρίαν τετιμηκότα ἐδοκίμα|σα γράψαι σοι καὶ εἰς τὸ αὐτὸ βιβλί|ον ἐξορίσαι τρόπου τινὸς ἰδιό|τητα, καθ' ὃν σοι παρεχόμενον | ἔσται λαμβάνειν ἀφορμὰς εἰς | τὸ δύνασθαί τινα τῶν ἐν τοῖς | μαθήμασι θεωρεῖν διὰ τῶν | μηχανικῶν. τοῦτο δὲ πέπεισμαι χρή|σιμον εἶναι οὐδὲν ἧσσον καὶ εἰς τὴν | ἀπόδειξιν αὐτῶν τῶν θεωρη|μάτων. καὶ γάρ τινα τῶν πρότερον μοι φα|νέντων μηχανικῶς ὕστερον γε|ωμετρικῶς ἀπεδείχθη διὰ τὸ | χωρὶς ἀποδείξεως εἶναι τὴν διὰ τούτου τοῦ | τρόπου θεωρίαν· ἑτοιμότερον γάρ | ἐστι προλαβόντα διὰ τοῦ τρόπου γνῶ.|σίν τινα τῶν ζητημάτων πο|ρίσασθαι τὴν ἀπόδειξιν μᾶλ-*

cubum alius quoque cylindrus inscribitur bases in aliis quadratis[1]) habens, superficiem autem reliqua quattuor plana contingentem, figura superficiebus cylindrorum comprehensa, quae intra utrumque cylindrum posita est, duae partes est totius cubi. accidit autem, ut hae propositiones ab inuentis antea differant; illas enim figuras, conoidea sphaeroideaque et eorum segmenta, magnitudine cum figuris conorum cylindrorumque comparauimus, planis uero comprehensae figurae solidae nulla earum aequalis inuenta est, at hae figurae, quae duobus planis superficiebusque cylindrorum comprehenduntur, utraque[2]) figurae solidae earum, quae planis comprehenduntur, aequalis inuenitur.

Harum igitur propositionum demonstrationes in hoc libro perscriptas tibi mitto.

Cum autem, sicut dixi,[3]) studiosum te cognouerim philosophiamque egregie docentem nec quaestiones mathematicas, si quando occurrunt, spernentem, methodi cuiusdam proprietatem tibi perscribere et in eodem libro exponere constitui, qua niso tibi licebit facultatem adipisci mathematica quaedam per mechanica examinandi. quod mihi persuasum est etiam ad ipsas propositiones demonstrandas aeque utile esse; nam earum quoque, quas antea perspexeram per mechanicam, quaedam postea geometrice demonstratae sunt, quia examinatio hac methodo facta demonstrationem non adfert; magis enim in promptu est demonstrationem comparare aliqua notione eorum, quae quaeruntur, prius per hanc methodum procurata, potius quam sine ulla notione

---

1) Cfr. p. 428 not. 1.
2) Lin. 14 debuit scribi *ἑκάτερον*.
3) Spectat fortasse ad p. 426, 5 sq.

---

4 *ἐφαπτομένην*] *ἐφαπτόμενος*. **11** *ἐπιπέδοις*] *ἐπιπέδων*. **13** *κυλίνδρων*] sc. *περιεχομένων*. **14** *ἐπιπέδοις*] *ἐπιπέδῳ*. **15** *στερεῶν σχημάτων*] *στερεῷι σχήματι*. **17** *ἀποστελῶ*] fort. *ἀποστέλλω*. **25** *πέπεισμαι*] *πέπισμαι*. **27** *τινα τῶν*] om. *πρότερον*] *προτέρων*. **29** *τούτου*] om.; add. *Reinach*.

43r col. 2 λον | ἢ μηδενὸς ἐγνω̣σ̣μ̣έ̣ν̣ο̣υ̣ ζητεῖν. | ⟨...... δ̣ι̣ό̣π̣ε̣ρ̣ κ̣α̣ὶ̣ τ̣ῶ̣ν̣ θ̣ε̣ω̣ρ̣η̣⟩|μάτων τούτω̣ν̣, ὧν Εὔδοξος ἐξηύρη|κε̣ν̣ πρῶτος τὴν ἀπόδειξιν, | περὶ τοῦ κώνου καὶ τῆς πυραμίδος, | ὅ̣τ̣ι̣ τρίτον μέρος ὁ μὲν κῶνος | τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ πυραμὶς τοῦ | πρίσματος, τῶν βάσιν ἐχόν|των τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, οὐ | μικρὰν ἀπονείμαι ἄν τις Δημο|κρίτῳ μερίδα πρώτῳ τὴν ἀ|πόφασιν τὴν περὶ τοῦ εἰρημέ|νου σχήματος χωρὶς ἀποδείξε|ως ἀποφηναμένῳ. ἡμῖ̣ν̣ δὲ | συμβαίνει καὶ τοῦ νῦν ἐκδιδο̣|μένου θεωρήματος τὴν εὕρεσι̣ν̣ | ὁμοία̣ν̣ ταῖς πρότερον γεγενῆσθαι· | ἠ̣β̣ο̣υ̣λ̣ή̣θ̣η̣ν̣ δὲ τὸν τρό- 57r col. 1 πον ἀνα|γ̣ρ̣ά̣ψ̣α̣ς̣ ἐξενεγκεῖν ἅμα μὲν | καὶ διὰ τὸ προειρηκέναι ὑπὲρ | αὐτοῦ, μή τισιν δοκῶμεν κ̣ενὴν | φωνὴν καταβεβλῆσθαι, ἅμα | δ̣ὲ̣ κ̣α̣ὶ̣ π̣ε̣π̣ε̣ι̣σμένος εἰς τὸ μάθη|μα οὐ μικρὰν ἂν συμβαλέσθαι χρεί|αν· ὑπολαμβάνω γάρ τινας ἢ τῶν ὄντων ἢ ἐπιγινομένων διὰ | τοῦ ἀποδειχθέντος τρόπου καὶ | ἄλλα θεωρήματα ο̣ὔ̣π̣ω̣ ἡ̣μ̣ῖ̣ν̣ σ̣υ̣ν̣|παρ̣α̣π̣επτωκότα εὑρήσειν.

γρά|φο̣μεν οὖν πρῶτον τὸ καὶ πρῶ|τον φανὲν διὰ τῶν μηχανικῶν, | ὅτι πᾶν τμῆμα ὀρθογωνίου κώ|νου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστιν τρι|γώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν | αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, μετὰ δὲ τοῦ|το ἕκαστον τῶν διὰ τοῦ αὐτοῦ τρόπου | θεωρηθέντων· ἐπὶ τέλει δ̣ὲ̣ τοῦ βι|βλίου γράφομεν τὰς γεωμετρι̣|⟨κ̣ὰ̣ς̣ ἀ̣π̣ο̣δ̣ε̣ί- 64v col. 1 ξ̣ε̣ι̣ς̣ ἐ̣κ̣ε̣ί̣ν̣ω̣ν̣ τ̣ῶ̣ν̣⟩ | ⟨θ̣ε̣ω̣ρ̣η̣μ̣ά̣τ̣ω̣ν̣, ὧ̣ν̣ τ̣ὰ̣ς̣ π̣ρ̣ο̣⟩|τ̣άσεις ἀπεστείλ̣α̣μ̣ε̣ν̣ ⟨σ̣ο̣ι̣ π̣ρ̣ό̣τ̣ε̣ρ̣ο̣ν̣⟩.

ΠΡΟΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Ἐὰν ἀπὸ μεγέθους μέγεθος ἀ|φαιρεθῇ, ⟨τ̣ὸ̣ δ̣ὲ̣ α̣ὐ̣τ̣ὸ̣ 1
σ̣η̣μ̣ε̣ῖ̣ο̣ν̣ κ̣έ̣ν̣⟩|τρον τοῦ βάρους ⟨ἢ̣ τ̣ο̣ῦ̣ τ̣ε̣ ὅ̣λ̣ο̣υ̣⟩ | καὶ

praeuia quaerere. quare etiam earum propositionum, quarum demonstrationem Eudoxus primus repperit, de cono et pyramide, tertiam scilicet partem esse conum cylindri, pyramidem autem prismatis, eandem basim altitudinemque aequalem habentium, haud exiguam partem tribueris Democrito, qui primus de figuris, quas diximus, hoc edixit sine demonstratione. nobis autem accidit, ut earum quoque propositionum, quas nunc edimus, inuentio prioribus similis euenerit; methodum autem perscriptam in publicum edere statui, simul quia de ea antea significaueram, ne uana praedicasse uiderer, simul autem etiam, quia mihi persuasum erat, haud exiguam utilitatem inde ad mathematicam redundaturam esse; confido enim, nonnullos eorum, qui sunt, aut qui futuri sunt, hac methodo monstrata alias quoque propositiones, quae nobis nondum in mentem uenerint, inuenturos esse.

Primum igitur perscribimus, quod etiam primum perspeximus per mechanica, quoduis segmentum sectionis coni rectanguli tertia parte maius esse triangulo basim eandem habenti altitudinemque aequalem, deinceps autem singula, quae eadem methodo examinauimus; in extremo autem libro geometricas eorum theorematum demonstrationes perscribimus, quorum propositiones antea tibi misimus.

LEMMATA.

1. Si a magnitudine magnitudo aufertur, et idem punctum centrum grauitatis est totius ablataeque, reliquae centrum grauitatis est idem punctum.

---

2 *ὧν*] om. 3 *περὶ*] . *ε* . 7 *ἂν*] om. 8 *τοῦ εἰρημένου σχήματος*] fort. *τῶν εἰρημένων σχημάτων*. 9 *τοῦ νῦν ἐκδιδομένου θεωρήματος*] fort. *τῶν νῦν ἐκδιδομένων θεωρημάτων*. *πεπεισμένος*] *πεπεισμένοις*. 15 *ἂν*] om. 16 *ἐπιγινομένων*] *ἐπιγεινομένων*. 23 *τῶν*] om. 24—25 suppleui praeeunte *Theodoro Reinach*. 26 suppleuit *Reinach*. 27 addidi.

τοῦ ἀφαιρουμένου, ⟨τοῦ⟩ | λοιποῦ τὸ αὐτὸ σημεῖον
⟨κέντρον⟩ | ἐστὶ τοῦ βάρους.

⟨Ἐὰν ἀπὸ μεγέ⟩|θους μέγεθο⟨ς ἀφαιρεθῇ, ᾗ δὲ⟩ | 2
μὴ τὸ αὐτὸ σημεῖον κέντρον | τοῦ βάρους τοῦ τε ὅλου
μεγέθους | καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου μεγέθους, | τὸ κέν-
τρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ | λοιποῦ μεγέθους ἐπὶ τῆς
⟨εὐθείας⟩ | τῆς ἐπιζευγνυούσης τὰ κέντρα | τοῦ βάρους
57ʳ τοῦ τε ὅλου ⟨καὶ⟩ | ⟨τοῦ ἀφαιρουμέ⟩νου ἐκβεβλη-|
col. 2 μένης καὶ ἀφαιρεθείσης ἀπ' αὐ|τῆς πρὸς τὴν μεταξὺ
τῶν εἰρημέ|νων κέντρων τοῦ βάρους τοῦτον | ἐχούσης
τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ βάρος | τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθους
πρὸς | τὸ [λοιπὸν] βάρος τοῦ λοιποῦ μεγέθους.

Ἐὰν ὁποσωνοῦν μεγεθέων τὸ κέν|τρον τοῦ βάρους 3
ἐπὶ τῆς αὐτῆς | εὐθείας ᾖ, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγ-|
κειμένου μεγέθους τὸ κέντρον ἔσται | ἐπὶ τῆς αὐτῆς
εὐθείας.

Πάσης | εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους | ἡ δι- 4
χοτομία τῆς εὐθείας.

Παντὸς | τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βά|ρους 5
τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ ἐκ τῶν | γωνιῶν τοῦ τριγώνου
ἐπὶ μέσας | τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι | τέμνουσιν
ἀλλήλας.

Παντὸς πα|ραλληλογράμμου τὸ κέντρον ἐστὶν | ⟨τοῦ 6
βάρους τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ | διάμετροι συμπίπτουσιν.

64ᵛ col. 2 Κύκλου⟩ | τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστίν, ὃ καὶ | 7
⟨τοῦ κύκλου⟩ ἐστὶ κέντρον.

Παντὸς | κυλίνδρου τὸ κέντρον τοῦ βάρους | ἐστὶν 8
ἡ διχοτομία τοῦ ἄξονος.

Παν|τὸς πρίσματος τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ | βάρους ἡ 9
διχοτομία τοῦ ἄξονος.

Παν|τὸς κώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βά|ρους ἐπὶ 10

2. Si a magnitudine magnitudo aufertur, nec idem punctum centrum grauitatis est totius magnitudinis magnitudinisque ablatae, reliquae magnitudinis centrum grauitatis positum est in recta centra grauitatis totius ablataeque iungenti producta, ablata ab ea recta, quae ad rectam inter centra grauitatis, quae diximus, positam eam rationem habet, quam habet pondus magnitudinis ablatae ad pondus reliquae magnitudinis.[1])

3. Si quotlibet magnitudinum centra grauitatis in eadem recta posita sunt, centrum magnitudinis ex omnibus compositae ipsum quoque in eadem recta positum erit.[2])

4. Cuiusuis rectae centrum grauitatis punctum medium est rectae.[3])

5. Cuiusuis trianguli centrum grauitatis est punctum, in quo rectae ab angulis trianguli ad media latera ductae inter se secant.[4])

6. Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis est punctum, in quo diametri concurrunt.[5])

7. Circuli centrum grauitatis est punctum, quod idem centrum est circuli.

8. Cuiusuis cylindri centrum grauitatis est punctum medium axis.

9. Cuiusuis prismatis centrum grauitatis est punctum medium axis.[6])

10. Cuiusuis coni centrum grauitatis in axe positum est ita diuiso, ut pars ad uerticem posita triplo maior sit reliqua.

---

1) Demonstratur De plan. aequil. I, 8.

2) Supponitur De plan. aequil. I, 4 p. 128, 22; 13 p. 152, 10; II, 2 p. 170, 3; 5 p. 178, 9. cfr. De plan. aequil. I, 5.

3) Cfr. De plan. aequil. I, 4.

4) Est De plan. aequil. I, 14.

5) Est De plan. aequil. I, 10.

6) Contra usum loquendi Euclidis de axe corporis non per reuolutionem orti loquitur. si uerum est πρίσματος, axis ea recta est, quae centra grauitatis basis planique oppositi coniungit.

---

10 *ἐχούσης*] *ἔχουσα*. **12** *λοιπὸν*] deleo.

τοῦ ἄξονος διαιρεθέντος | οὕτως, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τμῆ|μα τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ.

Χρη|σόμεθα δὲ καὶ [ἐν τῷ προγεγραμ|μένῳ Κωνοειδῶν] τῷδε τῷ θεωρή|ματι· Ἐὰν ὁποσαοῦν μεγέθη ἄλ|λοις μεγέθεσιν ἴσοις τὸ πλῆθος | κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον τὰ ὁ|μοίως τεταγμένα, ᾗ δὲ τὰ πρῶτα | 1)
57v col. 1 μεγέθη πρὸς ἄλλα μεγέθη ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, ἢ τὰ | πάντα ἤ τινα αὐτῶν, καὶ τὰ ὕστε|ρον μεγέθη πρὸς ἄλλα μεγέθη τὰ ὁμόλογα ἐν | τοῖς αὐτοῖς λόγοις ᾖ, πάντα τὰ | πρῶτα μεγέθη πρὸς πάντα τὰ | λεγόμενα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, | ὃν ἔχει πάντα τὰ ὕστερον πρὸς | πάντα τὰ λεγόμενα.

α'.

Ἔστω | τμῆμα τὸ ΑΒΓ περιεχόμενον | ὑπὸ εὐθείας τῆς ΑΓ καὶ ὀρθο|γωνίου κώνου τομῆς τῆς ΑΒΓ, | καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΑΓ τῷ Δ, | καὶ παρὰ τὴν διάμετρον ἤχθω ἡ | ΔΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, | ΒΓ.

λέγω, ὅτι ἐπίτριτόν ἐστιν τὸ ΑΒΓ | τμῆμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

ἤχθω|σαν ἀπὸ τῶν Α, Γ σημείων ἡ μὲν | ΑΖ παρὰ τὴν ΔΒΕ, ἡ δὲ ΓΖ ἐπιψαύ|ουσα τῆς τομῆς, καὶ ἐκ-
64r col. 1 βεβλήσ|⟨θω ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ κείσθω τῇ ΓΚ | ἴση ἡ ΚΘ⟩. νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ καὶ | μέσον αὐτοῦ τὸ Κ καὶ τῇ ΕΔ πα|ράλληλος τυχοῦσα ἡ ΜΞ.

α'] Hero, Metr. p. 80, 17 sqq. (ἐν τῷ Ἐφοδικῷ); 84, 11 sqq.

3 ἐν — Κωνοειδῶν] deleo. 4 τῷ] om. 5 ἴσοις] ἴσα. 7 πρὸς ἄλλα μεγέθη] om. λόγοις] τόποις. 9 ἄλλα μεγέθη] om. 13 α'] om.

1) Demonstratur De conoid. et sphaeroid. 1. sed uerba lin. 3 ἐν τῷ προγεγραμμένῳ Κωνοειδῶν et forma neglegentiore et collocatione praua interpolata esse monstrantur; e margine irrepserunt.

11. Utemur autem hac quoque propositione:[1])
si quotlibet magnitudines ad alias magnitudines numero aequales binae ad binas, quae eodem loco positae sunt, eandem rationem habent, et priores magnitudines ad alias magnitudines quaslibet rationes habent aut omnes aut aliquot earum, posteriores autem magnitudines ad alias magnitudines, quae eodem loco positae sunt, easdem rationes habent, omnes magnitudines priores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem rationem habent, quam omnes posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

I.

Sit segmentum $AB\Gamma$ comprehensum recta $A\Gamma$ sectioneque coni rectanguli $AB\Gamma$, et $A\Gamma$ in Δ in duas partes aequales secetur, diametro autem parallela ducatur ΔBE, et ducantur AB, $B\Gamma$.

Dico, segmentum $AB\Gamma$ tertia parte maius esse triangulo $AB\Gamma$.

A punctis A, Γ ducantur AZ rectae ΔBE parallela, ΓZ autem sectionem contingens, et ΓB ad K producatur, ponaturque $K\Theta = \Gamma K$. recta $\Gamma\Theta$ libra fingatur punctumque eius medium K, et $M\Xi$ recta aliqua rectae $E\Delta$ parallela.

ἐπεὶ οὖν | παραβολή ἐστιν ἡ ΓΒΑ, καὶ ἐφά|πτεται ἡ ΓΖ, καὶ τεταγμένως ἡ | ΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΒΔ· τοῦτο γὰρ ἐν | τοῖς στοιχείοις δείκνυται· διὰ δὴ | τοῦτο, καὶ διότι παράλληλοί εἰσιν | αἱ ΖΑ, ΜΞ τῇ ΕΔ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ | μὲν ΜΝ τῇ ΝΞ, ἡ δὲ ΖΚ τῇ ΚΑ. | καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΞ, οὕ|τως ἡ ΜΞ πρὸς ΞΟ [τοῦτο γὰρ ἐν | λήμματι δείκνυται], ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς | ΑΞ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΝ, καὶ ἴση | ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΚ | πρὸς ΚΝ,
57v col. 2 *οὕτως ἡ ΜΞ πρὸς ΞΟ. | καὶ ἐπεὶ τὸ Ν σημεῖον κέντρον | τοῦ βάρους τῆς ΜΞ εὐθείας ἐστίν, | ἐπείπερ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΝ τῇ ΝΞ, | ἐὰν ἄρα τῇ ΞΟ ἴσην θῶμεν τὴν ΤΗ | καὶ κέντρον τοῦ βάρους αὐτῆς τὸ | Θ, ὅπως ἴση ᾖ ἡ ΤΘ τῇ ΘΗ, ἰσορ|ροπήσει ἡ ΤΘΗ τῇ ΜΞ αὐτοῦ με|νούσῃ διὰ τὸ ἀντιπεπονθότως | τετμῆσθαι τὴν ΘΝ τοῖς ΤΗ, ΜΞ | βάρεσιν, καὶ ὡς τὴν ΘΚ πρὸς ΚΝ, | οὕτως τὴν ΜΞ πρὸς τὴν ΗΤ· ὥσ|τε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων βάρους κέν|τρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Κ. ὁμοί-|ως δὲ καί, ὅσαι ἂν ἀχθῶσιν | ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παράλλη|λοι τῇ ΕΔ, ἰσορροπήσουσιν αὐ|τοῦ μένουσαι ταῖς ἀπολαμβα|νομέναις ἀπ' αὐτῶν ὑπὸ τῆς | τομῆς μετενεχθείσαις ἐπὶ τὸ | ⟨Θ, ὥστε εἶναι τοῦ ἐξ ἀμφοτέ⟩|ρων κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ.*
64r col. 2 *| καὶ ἐπεὶ ἐκ μὲν τῶν ἐν τῷ ΓΖΑ | τριγώνῳ τὸ ΓΖΑ τρίγωνον συνέστηκεν, ἐκ δὲ τῶν | ἐν τῇ τομῇ ὁμοίως τῇ ΞΟ λαμ-|βανομένων συνέστηκε τὸ ΑΒΓ | τμῆμα, ἰσορροπήσει ἄρα τὸ | ΖΑΓ τρίγωνον αὐτοῦ μένον τῷ | τμήματι τῆς τομῆς τεθέν|τι περὶ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ | κατὰ τὸ Κ σημεῖον, ὥστε τοῦ ἐ|ξ ἀμφοτέρων κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους τὸ Κ. τετμήσθω δὴ | ἡ ΓΚ τῷ Χ, ὥστε τριπλασίαν | εἶναι τὴν ΓΚ τῆς ΚΧ· ἔσται ἄρα |*

iam quoniam $ΓBΔ$ parabola[1]) est, $ΓZ$ autem contingit et ordinate ducta est $ΓΔ$, erit $EB = BΔ$; hoc enim in elementis[2]) demonstratur; ea igitur de causa, et quia ZA, $MΞ$ rectae $EΔ$ parallelae sunt, erit etiam [Eucl. VI, 4; V, 9] $MN = NΞ$ et $ZK = KA$. et quoniam est

$$ΓA : AΞ = MΞ : ΞO,^{3)} \text{ et } ΓA : AΞ = ΓK : KN$$

[Eucl. VI, 2; V, 18], et $ΓK = KΘ$, erit $ΘK : KN = MΞ : ΞO$. et quoniam punctum N centrum grauitatis est rectae $MΞ$ [lemm. 4], quia $MN = NΞ$, si ponimus $TH = ΞO$ et $Θ$ centrum grauitatis eius, ita ut sit $TΘ = ΘH$ [lemm. 4], recta $TΘH$ cum recta $MΞ$ suo loco manenti aequilibritatem seruabit, quia $ΘN$ in contraria ratione ponderum TH, $MΞ$ secta est, et $ΘK : KN = MΞ : HT$ [De plan. aequil. I, 6—7]; quare magnitudinis ex utraque compositae centrum grauitatis est K [lemm. 3]. similiter autem, quotcunque in triangulo $ZAΓ$ rectae $EΔ$ parallelae rectae ducuntur, ipsae quoque suo loco manentes aequilibritatem seruabunt cum partibus suis, quae sectione abscinduntur, ad $Θ$ ita transpositis, ut magnitudinis ex utraque compositae centrum grauitatis sit K. et quoniam ex rectis in triangulo $ΓZA$ ductis triangulus $ΓZA$ constat, ex rectis autem in sectione eodem modo, quo $ΞO$, sumptis segmentum $ABΓ$, triangulus $ZAΓ$ suo loco manens cum segmento sectionis circum $Θ$ centrum grauitatis posito aequilibritatem seruabit in puncto K, ita ut magnitudinis ex utraque compositae centrum grauitatis sit K. puncto igitur X recta $ΓK$ ita diuidatur, ut sit $ΓK = 3\,KX$; itaque X centrum grauitatis erit trianguli

1) Hoc quoquo uestigium est interpolationis; Archimedes scripserat *ὀρθογωνίου κώνου τομά*.

2) Sc. conicorum Euclidis et Aristaei; est Quadrat. parab. 2.

3) Est Quadrat. parab. 5 coll. Eucl. V, 18. uerba *τοῦτο — δείκνυται* lin. 7 interpolatoris sunt; lemma, quod idem sine dubio in mg. addiderat, nunc non comparet.

6 $ΓA$] $ΓΔ$. **7** $ΞO$] $ΞΘ$. *τοῦτο — δείκνυται*] deleo. **14** *ἤ*] om. **19** *ἂν*] *ἐὰν*. **20** $EΔ$] $HΔ$. *μένουσαι*] *μενούσαις*. **23** *κέντρον*] *κέντρων*. **24** *τὸ* $ΓZA$ *τρίγωνον*] om.

τὸ Χ σημεῖον κέντρον βάρους | τοῦ ΑΖΓ τριγώνου· 66r col. 1 δέδεικται γὰρ | ἐν τοῖς Ἰσορροπικοῖς. ἐπεὶ οὖν ἰ|σόρροπον τὸ ΖΑΓ τρίγωνον αὐ|τοῦ μένον τῷ ΒΑΓ τμήματι κατὰ | τὸ Κ τεθέντι περὶ τὸ Θ κέντρον | τοῦ βάρους, καί ἐστιν τοῦ ΖΑΓ τρι|γώνου κέντρον βάρους τὸ Χ, ἔστιν | ἄρα, ὡς τὸ ΑΖΓ τρίγωνον πρὸς | τὸ ΑΒΓ τμῆμα κείμενον περὶ τὸ | Θ κέντρον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΧΚ. | τριπλασία δέ ἐστιν ἡ ΘΚ τῆς ΚΧ· τρι|πλάσιον ἄρα καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον | τοῦ ΑΒΓ τμήματος. ἔστι δὲ καὶ | τὸ ΖΑΓ τρίγωνον τετραπλάσιον | τοῦ ΑΒΓ τριγώνου διὰ τὸ ἴσην εἶναι | τὴν μὲν ΖΚ τῇ ΚΑ, τὴν δὲ ΑΔ τῇ | ΔΓ· ἐπίτριτον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τμῆ|μα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. [τοῦτο οὖν | φανερόν ἐστιν].

71v col. 1

β'.

Τοῦτο δὴ διὰ μὲν τῶν νῦν εἰρημένων | οὐκ ἀποδέδεικται, ἔμφασιν δέ | τινα πεποίηκε τὸ συμπέρασμα | ἀληθὲς εἶναι· διόπερ ἡμεῖς ὁ|ρῶντες μὲν οὐκ ἀποδεδειγμέ|νον, ὑπονοοῦντες δὲ τὸ συμπέ|ρασμα ἀληθὲς εἶναι, τάξο|μεν τὴν γεωμετρουμένην ἀ|πόδειξιν ἐξευρόντες αὐτοὶ τὴν | ἐκδοθεῖσαν πρότερον.

Ὅτι δὲ πᾶ|σα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶν τοῦ | κώνου 66r col. 2 τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος | ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν | τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ | κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ὁ κύλιν|δρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ | μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, | ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαί|ρας, ἡμιόλιος τῆς σφαίρας ἐστίν, | ὧδε θεωρεῖται κατὰ τρόπον τόνδε·

Ἔστω γάρ τις σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος | κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αἱ | ΑΓ, ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἀλλή-

$AZ\Gamma$; hoc enim in libro De aequilibriis[1]) demonstratum est. quoniam igitur triangulus $Z A\Gamma$ suo loco manens in puncto K cum segmento $BA\Gamma$ circum Θ centrum grauitatis posito aequilibritatem seruat, et X centrum grauitatis est trianguli $ZA\Gamma$, erit, ut triangulus $AZ\Gamma$ ad segmentum $AB\Gamma$ circum Θ centrum positum, ita $\Theta K : XK$. uerum $\Theta K = 3\,KX$; quare etiam $AZ\Gamma$ triangulus segmento $AB\Gamma$ triplo maior est. sed triangulus $ZA\Gamma$ idem triangulo $AB\Gamma$ quadruplo maior est [ZMP. XXIV p. 179 nr. 7], quia $ZK = KA$ et $A\Delta = \Delta\Gamma$;[2]) ergo segmentum $AB\Gamma$ triangulo $AB\Gamma$ tertia parte maius est.[3])

II.

Hoc igitur per ea, quae nunc diximus, demonstratum illud quidem non est, at significationem quandam dedit, conclusionem ueram esse; quare, cum intellegamus, conclusionem demonstratam non esse, suspicemur autem, eam ueram esse, demonstrationem per geometriam a nobis ipsis inuentam suo loco[4]) proponemus, quam eandem antea edidimus.

Omnem uero sphaeram quadruplo maiorem esse cono basim habenti circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem radio sphaerae aequalem, et cylindrum basim habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, dimidia parte maiorem esse sphaera, per hanc methodum sic examinatur:

Sit enim sphaera, cuius circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, dia-

1) Cfr. lemm. 5, et u. De plan. aequil. I, 15; II, 5. ZMP. XXIV p. 179 nr. 6ª.

2) Nam $\Delta\Gamma : A\Gamma = \Delta B : AK$ (Eucl. VI, 4), unde
$$\Delta B = \tfrac{1}{2} AK = \tfrac{1}{4} AZ.$$

3) τοῦτο — ἐστιν lin. 13—14 cum lin. 16 sqq. stare nequeunt.

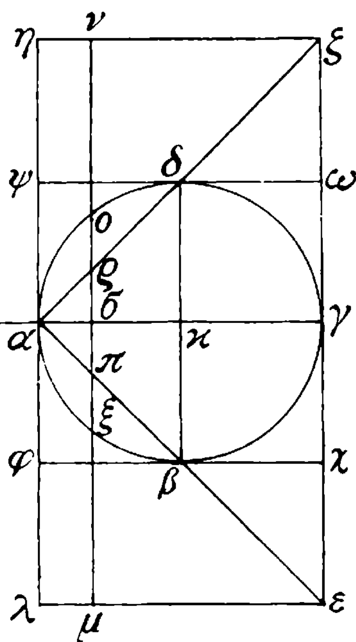
4) Sine dubio in extremo libro.

2 ἐπεὶ] ἔσται. **13** τοῦτο — **14** ἐστιν] deleo. **15** β'] om. Hic fig. p. 435. **20** τάξομεν] quod addubitat *Theodorus Reinach*, nunc praestare possum. **22** τετραπλασία] διπλασία.

λαις οὖ|σαι, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῇ σφαί|ρᾳ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς | πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἀπὸ | τοῦ ὀρθοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἀναγε|γράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Α ση|μεῖον, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ἐπιφα|νείας αὐτοῦ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπι|πέδῳ διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν βάσιν· | ⟨ποιήσει δὴ κύκλον ὀρθὸν 71v col. 2 *πρὸς⟩ | τὴν ΑΓ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΕΖ. | ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος | ἀναγεγράφθω ἄξονα ἔχων τῇ | ΑΓ ἴσον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κυλίν-|δρου αἱ ΕΛ, ΖΗ· καὶ ἐκβεβλήσθω | ἡ ΓΑ, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ | νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ, μέσον δὲ αὐ|τοῦ τὸ Α, καὶ ἤχθω τις παράλληλος ὑ|πάρχουσα τῇ ΒΔ ἡ ΜΝ, τεμνέτω | δὲ αὕτη τὸν μὲν ΑΒΓΔ κύκλον κατὰ | τὰ Ξ, Ο, τὴν δὲ ΑΓ διάμετρον κατὰ τὸ Σ, | τὴν δὲ ΑΕ εὐθεῖαν κατὰ τὸ Π, τὴν | δὲ ΑΖ κατὰ τὸ Ρ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ | εὐθείας ἐπίπεδον ἀνεστάτω | ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦ|το ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν | ⟨κύκλον, οὗ ἔσται διάμετρος ἡ ΜΝ, | ἐν δὲ τῇ ΑΒΓΔ σφαίρᾳ⟩ | κύκλον, οὗ ἔσται* 66v col. 1 *διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν | δὲ τῷ ΑΕΖ κώνῳ κύκλον, οὗ ἔσται δι|άμετρος ἡ ΠΡ.*

καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ | ὑπὸ ΓΑ, ΑΣ τῷ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ· ἴση γὰρ | ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΣΜ, ἡ δὲ ΑΣ τῇ ΠΣ· τῷ δὲ | ὑπὸ ΓΑ, ΑΣ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΞ, του-|τέστιν τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ, ἴσον ἄρα τὸ ὑ|πὸ τῶν ΜΣ, ΣΠ τοῖς ἀπὸ τῶν ΞΣ, ΣΠ. | καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ | ΜΣ πρὸς ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ, ὡς ἄρα | ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, τουτέστι τὸ ἀπὸ | ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ. τῷ δὲ ὑπὸ ΜΣ, | ΣΠ ἴσα ἐδείχθη τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ· ὡς ἄρα | ἡ ΑΘ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ |

metri autem $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se perpendiculares, et in sphaera circulus sit circum diametrum $B\Delta$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis, in hoc autem circulo perpendiculari conus construatur uerticem habens punctum A, et superficie eius producta conus per Γ plano basi parallelo secetur; hoc igitur circulum efficiet ad $A\Gamma$ perpendicularem, eiusque diametrus erit EZ. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens rectae $A\Gamma$ aequalem, lateraque cylindri sint EA, ZH; et producatur ΓA, eique aequalis ponatur $A\Theta$, fingatur autem $\Gamma\Theta$ libra mediumque eius punctum A, et ducatur recta aliqua MN rectae $B\Delta$ parallela circulumque $AB\Gamma\Delta$ secet in Ξ, O, diametrum autem $A\Gamma$ in Σ et rectam AE in Π, rectam AZ autem in P, et in recta MN planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare; hoc igitur sectionem efficiet in cylindro circulum, cuius diametrus erit MN, in sphaera autem $AB\Gamma\Delta$ circulum, cuius diametrus erit ΞO, in cono AEZ autem circulum, cuius diametrus erit ΠP.



et quoniam $\Gamma A \times A\Sigma = M\Sigma \times \Sigma\Pi$ (nam $A\Gamma = \Sigma M$, $A\Sigma = \Pi\Sigma$ [Eucl. VI, 4]), et $\Gamma A \times A\Sigma = A\Xi^2$ [Eucl. VI, 8 coroll.] $= \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2$ [Eucl. I, 47], erit

$$M\Sigma \times \Sigma\Pi = \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2.$$

et quoniam est $\Gamma A : A\Sigma = M\Sigma : \Sigma\Pi$, et $\Gamma A = A\Theta$, erit

1 οὖσαι] οὖσαις. 3 κύκλον] om. 11 ζυγὸς] ὁ ζυγὸς. 20 τῷ] τὸ. 21 διάμετρος] ἡ διάμετρος. 23 γὰρ] bis. 24 τῷ] *Reinach*, τὸ. 25 ὑπὸ] ἀπὸ. 29 τῷ] τὸ.

ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΞΟ, ΠΡ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΞΟ, ΠΡ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ | κυλίνδρῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς | ⟨ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους τόν τε | ἐν τῷ κώνῳ, οὗ 71r col. 1 *διάμετρος ἡ ΠΡ,⟩ | καὶ τὸν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ ἐστιν διά|μετρος ἡ ΞΟ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως | ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ πρὸς τοὺς | κύκλους τόν τε ἐν τῇ σφαίρᾳ καὶ | τὸν ἐν τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν, ὡς ἡ ΘΑ | πρὸς ΑΣ, οὕτως αὐτὸς ὁ κύκλος ὁ ἐν | τῷ κυλίνδρῳ αὐτοῦ μένων ἀμφο|τέροις τοῖς κύκλοις, ὧν εἰσιν διάμε|τροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, μετενεχθεῖσιν καὶ τε-| θεῖσιν οὕτως ἐπὶ τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου | αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ | Θ, ἰσορροπήσουσι κατὰ τὸ Α σημεῖ|ον. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλ|λη ἀχθῇ ἐν τῷ ΑΖ παραλληλογράμ|μῳ παρὰ τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ* 66v col. 2 *τῆς ἀ|χθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν | πρὸς τὴν ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν | τῷ κυλίνδρῳ ἰσορροπήσει πε|ρὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων ἀμ|φοτέροις τοῖς κύκλοις τῷ τε | ἐν τῇ σφαίρᾳ γινομένῳ καὶ τῷ | ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τε|θεῖσιν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, | ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶ-ναι | τοῦ βάρους τὸ Θ. συμπληρω|θέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τῶν | ληφθέντων κύκλων καὶ τῆς σφαί-|ρας καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσει | ὁ κύλινδρος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐ|τοῦ μένων συναμφοτέροις τῇ | τε σφαίρᾳ καὶ τῷ κώνῳ μετενε|χθεῖσι καὶ τεθεῖσι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ | τὸ Θ, ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον | εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ | τὰ εἰρημένα στερεὰ κατὰ τὸ Α ση|μεῖον τοῦ μὲν κυλίνδρου μένοντος* 71r col. 2 *περὶ κέντρον | τοῦ βάρους τὸ Κ, τῆς δὲ σφαίρας καὶ |*

$\Theta A : A\Sigma = M\Sigma : \Sigma\Pi = M\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma\Pi$. demonstrauimus autem, esse $M\Sigma \times \Sigma\Pi = \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2$; itaque

$$A\Theta : A\Sigma = M\Sigma^2 : \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2.$$

uerum [Eucl. V, 15]

$$M\Sigma^2 : \Xi\Sigma^2 + \Sigma\Pi^2 = MN^2 : \Xi O^2 + \Pi P^2,$$

et, ut $MN^2 : \Xi O^2 + \Pi P^2$, ita circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, ad utrumque circulum, et qui in cono est, cuius diametrus est ΠP, et qui in sphaera est, cuius diametrus ΞO [Eucl. XII, 2]; itaque, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus in cylindro positus ad circulos in sphaera et in cono positos. quoniam igitur est, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita ipse circulus in cylindro positus suo loco manens ad utrumque circulum,[1]) quorum diametri sunt ΞO, ΠP, transpositos et ad Θ ita collocatos, ut Θ centrum grauitatis sit utriusque, in A puncto aequilibritatem seruabunt. similiter autem demonstrabimus, etiam si in parallelogrammo AZ alia recta rectae EZ parallela ducatur, et in recta ducta planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare, circulum in cylindro ortum suo loco manentem in puncto A cum utroque circulo et in sphaera et in cono ortis transpositis et in libra ad punctum Θ ita collocatis, ut Θ centrum grauitatis sit utriusque, aequilibritatem seruaturum esse. expletis igitur per circulos ita sumptos cylindro et sphaera conoque cylindrus suo loco manens cum utroque simul et sphaera et cono transpositis et in libra ad Θ ita collocatis, ut Θ centrum grauitatis sit utriusque, in A puncto aequilibritatem seruabit. quoniam igitur figurae

1) Lin. 9—14 uereor ne aliquid turbatum sit; nam lin. 11 scribendum fuit ⟨πρὸς⟩ ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους κτλ., quod propter lin. 12 restitui nequit. datiuus melius ab ἰσορροπήσουσι lin. 14 penderet (tum scribendum ἰσορροπήσει), et ἐπεὶ lin. 9 — αὐτὸς lin. 10 inutilia sunt; cfr. p. 450, 7 sqq.

2 τὸ] τά. 3 τὸ] τά. 7 διάμετρος] ἡ διάμετρος. 10 αὐτὸς ὁ] ὁ αὐτὸς. 16 AZ] $A\Gamma$. 23 τὸ] περὶ τὸ. 30 μένοντος] om.

τοῦ κώνου μετενηνεγμένων, ὡς | εἴρηται, περὶ κέντρον βάρους τὸ Θ, | ἔσται, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, οὕτως ὁ κύλιν|δρος πρὸς τὴν σφαῖραν καὶ τὸν κῶ|νον. διπλασία δὲ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλα|σίων ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος συναμ|φοτέρου τῆς τε σφαίρας καὶ τοῦ | κώνου. αὐτοῦ δὲ τοῦ κώνου τριπλα|σίων ἐστί· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι εἰσὶ δυ|σὶ κώνοις τοῖς αὐτοῖς καὶ δυσὶ σφαί-|ραις. κοινοὶ ἀφῃρήσθωσαν δύο | κῶνοι· εἷς ἄρα κῶνος ὁ ἔχων τὸ | διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ | ἴσος ἐστὶ ταῖς εἰρημέναις δυσὶ | σφαίραις. ὁ δὲ κῶνος, οὗ τὸ διὰ | τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ, ἴσος ἐστὶν |
65ʳ col. 1 *ὀκτὼ κώνοις, ὧν ἐστι τὸ διὰ τοῦ | ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ, διὰ τὸ | διπλῆν εἶναι τὴν ΕΖ τῆς ΒΔ. οἱ ἄρα | ὀκτὼ κῶνοι οἱ εἰρημένοι ἴσοι εἰσὶ | δυσὶ σφαίραις. τετραπλασίων | ἄρα ἐστὶν ἡ σφαῖρα, ἧς μέγιστος | κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, τοῦ κώνου, οὗ κορυ|φὴ μέν ἐστι τὸ Α σημεῖον, βάσις | δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύ|κλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ.*

ἤχθω|σαν δὴ διὰ τῶν Β, Δ σημείων ἐν | τῷ ΛΖ παραλληλογράμμῳ τῇ | ΑΓ παράλληλοι αἱ ΦΒΧ, ΨΔΩ, καὶ | νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσεις | μὲν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΦΨ, ΧΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ὁ ΑΓ. ἐπεὶ | οὖν διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλινδρος, οὗ | ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλλη|λόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, |
72ᵛ col. 1 *<οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλ>|ληλόγραμμον τὸ ΦΔ, αὐτὸς δὲ οὗ|τος τριπλασίων ἐστὶν τοῦ κώνου, | οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον | τὸ ΑΒΔ, ὡς ἐν τοῖς Στοιχείοις, ἑξα|πλασίων ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι | τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλό|γραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κώνου, οὗ | τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ. | ἐδείχθη δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετρα|πλασία οὖσα ἡ*

solidae, quas diximus, in puncto A aequilibritatem seruant cylindro circum K centrum grauitatis [lemm. 8] manente, sphaera autem conoque circum Θ centrum grauitatis transpositis, erit, ut $\Theta A : AK$, ita cylindrus ad sphaeram conumque [De plan. aequil. I, 6—7]. uerum $\Theta A = 2\,AK$; quare etiam cylindrus utroque simul sphaera conoque duplo maior est. idem autem ipso cono triplo maior est [Eucl. XII, 10]; itaque tres coni duobus conis iisdem et duabus sphaeris aequales sunt. auferantur, qui communes sunt, duo coni; itaque unus conus, cuius triangulus per axem positus AEZ est, duabus sphaeris, quales diximus, aequalis est. sed conus, cuius triangulus per axem positus AEZ est, aequalis est octo conis, quorum triangulus per axem positus $AB\Delta$ est [Eucl. XII, 12], quia $EZ = 2\,B\Delta$; quare octo coni, quales diximus, duabus sphaeris aequales sunt. ergo sphaera, cuius maximus circulus est $AB\Gamma\Delta$, quadruplo maior est cono, cuius uertex est punctum A, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ ad $A\Gamma$ perpendicularis.[1])

iam per puncta B, Δ in parallelogrammo ΛZ rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur ΦBX, $\Psi\Delta\Omega$, et fingatur cylindrus, cuius bases sint circuli circum diametros $\Phi\Psi$, $X\Omega$, axis autem $A\Gamma$. quoniam igitur cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, duplo maior est cylindro, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Delta$ est [Eucl. XII, 14], hic autem ipse cono, cuius triangulus per axem positus $AB\Delta$ est, triplo maior est, ut in Elementis[2]) est [Eucl. XII, 10], cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, cono, cuius triangulus per axem positus $AB\Delta$

1) Est De sph. et cyl. I, 34.

2) Suspicor, uerba *ὡς ἐν τοῖς Στοιχείοις* p. 444, 27 sq. interpolatoris esse; nam desideratur *δέδεικται*, nec intellegitur, cur hoc solo loco Euclidis opus nominatim citatum sit.

---

4 *διπλασίων*] *διπλάσιον*. 20 ΦBX, $\Psi\Delta\Omega$] $\overline{\varphi\beta}$ $\overline{\chi\psi}$ $\delta\overline{\omega}$. 21 *νοείσθω κύλινδρος, οὗ*] *νοείσθωσαν κύλινδροι ὧν*. 22 *κύκλοι*] *κύκλους*.

σφαῖρα, ἧς μέ|γιστός ἐστιν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· | ἡμιόλιος ἄρα ὁ κύλινδρος τῆς | σφαίρας· ὅπερ ἔδει δειχθῆναι. |

Τούτου τεθεωρημένου, διότι πᾶ|σα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ | κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος 65r col. 2 *τὸν | μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον | τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, | ἡ ἔννοια ἐγένετο, ὅτι πάσης σφαί-|ρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ | τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαί|ρᾳ· ὑπόληψις γὰρ ἦν, καὶ διότι πᾶς κύκλος | ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχον|τι τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, ὕψος | δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, | καὶ διότι πᾶ|σα σφαῖρα | ἴση ἐστὶ κώ|νῳ τῷ βά|σιν μὲν ἔχον|τι τὴν ἐπι|φάνειαν τῆς | σφαίρας, ὕψος | δὲ ἴσον τῇ ἐκ | τοῦ κέντρου | τῆς σφαίρας.*

γ'.

72v col. 2 *Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου ταύτου | ⟨καί, ὅτι ὁ κύλινδρος ὁ τὴν μὲν βάσιν⟩ | ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν | ἐν τῷ σφαιροειδεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῷ | ἄξονι τοῦ σφαιροειδοῦς, ἡμιόλιός ἐστι | τοῦ σφαιροειδοῦς· | τούτου δὲ θεωρη|θέντος φανερόν, ὅτι παντὸς σφαι-|ροειδοῦς ἐπιπέδῳ τμηθέντος δι|ὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄ|ξονα τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς δι|πλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν | μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ τμή|ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.*

ἔστω γάρ τι | σφαιροειδὲς καὶ τετμήσθω ἐπιπέ|δῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ γινέσθω ἐν | τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ ὀξυγωνίου | κώνου τομὴ ἡ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ | αὐ- 65v col. 1 *τῆς ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ, κέντρον | δὲ τὸ Κ, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῷ σφαι|ροειδεῖ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ*

est, sexcuplo maior est. demonstrauimus autem, sphaeram, cuius circulus maximus sit $AB\Gamma\Delta$, eodem cono quadruplo maiorem esse; ergo cylindrus dimidia parte maior est sphaera; quod erat demonstrandum.[1])

Hoc examinato, omnem sphaeram cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radio sphaerae aequalem, quadruplo maiorem esse, orta est opinio, omnis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae;[2]) supposui enim, sicut omnis circulus triangulo basim habenti ambitum circuli, altitudinem autem radio circuli aequalem, aequalis sit,[3]) ita etiam omnem sphaeram cono aequalem esse basim habenti superficiem sphaerae, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

III.

Per hanc methodum hoc quoque examinatur, cylindrum basim habentem maximo circulo sphaeroidis aequalem, altitudinem autem axi sphaeroidis aequalem, dimidia parte maiorem esse sphaeroide; quo examinato adparet, quouis sphaeroide per centrum plano ad axem perpendiculari secto dimidium sphaeroidis cono eandem basim altitudinemque eandem habenti, quam segmentum, duplo maius esse.[4])

Sit enim sphaeroides aliquod planoque per axem secetur, et in superficie eius sectio coni acutianguli efficiatur $AB\Gamma\Delta$, diametri autem eius sint $A\Gamma$, $B\Delta$ centrumque K, et in sphaeroide circulus sit circum diametrum $B\Delta$ ad $A\Gamma$ perpendi-

1) Est De sph. et cyl. I, 34 coroll. ceterum clausulam illam sollemnem demonstrationum addi non debuisse, adparet ex p. 438, 16 sq.

2) Demonstratur De sph. et cyl. I, 33.

3) De dim. circ. 1.

4) De conoid. et sphaeroid. 27.

1 *ἔστιν*] *μέν ἔστιν ὁ.* **4** *τούτου τεθεωρημένου*] *τοῦ τοῦ τεθεῶρήματος.* **5** *τοῦ*] om. **12—15** Hic fig. p. 441. **16** *γ'*] om. **23** *τὸν*] *τε τόν.*

ὀρθ|ὸς πρὸς τὴν *ΑΓ*, νοείσθω δὲ κῶνος βά|σιν ἔχων τὸν εἰρημένον κύκλον, κο|ρυφὴν δὲ τὸ *Α* σημεῖον, καὶ ἐκβλη|θείσης τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τετ|μήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ | *Γ* παρὰ τὴν βάσιν· ἔσται δὴ ἡ τομὴ | αὐτοῦ κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὴν *ΑΓ*, διά|μετρος δὲ αὐτοῦ ἡ *ΕΖ*. ἔστω δὲ καὶ κύ|λινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν | κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ *ΕΖ*, ἄξονα | δὲ τὴν *ΑΓ* εὐθεῖαν, καὶ ἐκβληθείσης | τῆς *ΓΑ* κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ *ΑΘ*, καὶ νο|είσθω ζυγὸς ὁ *ΘΓ*, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ | *Α*, ἤχθω δέ τις ἐν τῷ *ΑΖ* παραλλη|λογράμμῳ παρὰ τὴν *ΕΖ* ἡ *ΜΝ*, καὶ | ἀπὸ τῆς *ΜΝ* ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρ|⟨θὸν πρὸς τὴν *ΑΓ*· ποιήσει δὴ 72r col. 1 τοῦτο ἐν⟩ | μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, | οὗ διάμετρος ἡ *ΜΝ*, ἐν δὲ τῷ σφαιρο|ειδεῖ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ *ΞΟ*, ἐν δὲ τῷ | κώνῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος | ἡ *ΠΡ*.

καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ *ΓΑ* πρὸς τὴν *ΑΣ*, | οὕτως ἡ *ΕΑ* πρὸς *ΑΠ*, τουτέστιν ἡ *ΜΣ* πρὸς | τὴν *ΣΠ*, ἴση δὲ ἡ *ΓΑ* τῇ *ΑΘ*, ὡς ἄρα ἡ | *ΘΑ* πρὸς *ΑΣ*, οὕτως ἡ *ΜΣ* πρὸς *ΣΠ*. ὡς δὲ ἡ | *ΜΣ* πρὸς *ΣΠ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΜΣ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΜΣ*, | *ΣΠ*· τῷ δὲ ὑπὸ *ΜΣ*, *ΣΠ* ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν | *ΠΣ*, *ΣΞ*. ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ ὑπὸ *ΑΣ*, *ΣΓ* | πρὸς τὸ ἀπὸ *ΣΞ*, οὕτως τὸ ὑπὸ *ΑΚ*, *ΚΓ*, | τουτέστιν τὸ ἀπὸ *ΑΚ*, πρὸς τὸ ἀπὸ *ΚΒ* | [ἀμφότεροι γὰρ οἱ λόγοι ἐν τῷ τῆς | πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν εἰσίν], ὡς | δὲ τὸ ἀπὸ *ΑΚ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΚΒ*, οὕτως τὸ ἀπὸ *ΑΣ* | πρὸς τὸ ἀπὸ *ΣΠ*, ἐναλλὰξ ἄρα 65v col. 2 ἔσται, ὡς τὸ | ἀπὸ *ΑΣ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΑΣΓ*, τὸ ἀπὸ

---

6 *καὶ*] *καὶ ὁ*. **9** *ζυγὸς*] *ὁ ζυγός*. **14** *κύκλον*] om. **25** *ἀμφότεροι* — **26** *εἰσίν*] deleo.

cularis, fingatur autem conus basim habens circulum, quem significauimus, uerticem autem A punctum, et producta eius superficie conus per Γ plano basi parallelo secetur; sectio igitur eius circulus erit ad $A\Gamma$ perpendicularis eiusque diametrus EZ. sit autem etiam cylindrus basim habens eundem circulum, cuius diametrus est EZ, axem autem rectam $A\Gamma$, et recta ΓA producta aequalis ei ponatur $A\Theta$, libraque fingatur $\Theta\Gamma$, medium autem eius punctum A, et in parallelogrammo AZ rectae EZ parallela ducatur recta aliqua MN, in MN autem planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare; hoc igitur sectionem efficiet in cylindro circulum, cuius diametrus est MN, in sphaeroide autem circulum, cuius diametrus est ΞO [De conoid. 11 c], in cono autem circulum, cuius diametrus est ΠP.

et quoniam est $\Gamma A : A\Sigma = EA : A\Pi$ [Eucl. VI, 4] $= M\Sigma : \Sigma\Pi$ [Eucl. VI, 4; V, 18], et $\Gamma A = A\Theta$, erit

$$\Theta A : A\Sigma = M\Sigma : \Sigma\Pi.$$

uerum $M\Sigma : \Sigma\Pi = M\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma\Pi$; et $M\Sigma \times \Sigma\Pi = \Pi\Sigma^2 + \Sigma\Xi^2$. quoniam enim

$$A\Sigma \times \Sigma\Gamma : \Sigma\Xi^2 = AK \times K\Gamma : KB^2\,{}^{1)} = AK^2 : KB^2,$$

1) Propter proprietatem ellipsis (Apollonius, Conic. I, 21) Archimedi quoque notam (u. ZMP. XXV p. 47 nr. 5). uerba *ἀμφότεροι* lin. 25 — *εἰσίν* lin. 26 interpolata sunt; nam uocabula *πλαγία* et *ὀρθία* ab Apollonio demum usurpata sunt.

ΠΣ | πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ | ΑΣΓ, τὸ ἀπὸ ΣΠ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΠ, ΠΜ· ἴ|σον ἄρα τὸ ὑπὸ ΜΠ, ΠΣ τῷ ἀπὸ ΞΣ. κοι|νὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΠΣ· τὸ ἄρα | ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ τοῖς ἀπὸ ΠΣ, ΣΞ ἴσον. | ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΠΣ, ΣΞ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ | ἀπὸ ΣΞ, ΣΠ, οὕτως ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ | κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμ|φοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διά|μετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ· ὥστε ἰσορροπή|σει περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, | οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐτοῦ μέ|νων | ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις, ὧν διά|μετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, μετενεχθεῖσι καὶ | τεθεῖσιν τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, 72r col. 2 *ὥστε | ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ | βάρους τὸ Θ. συναμφοτέρων δὲ τῶν | κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, | μετενηνεγμένων κέντρον τοῦ βά|ρους τὸ Θ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμ|φοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διά|μετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ. ὁμοίως δὲ δειχθή|σεται, καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν | τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ παρὰ | τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐ|πίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν | ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ κυλίν|δρῳ ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α ση|μεῖον αὐτοῦ μένων συναμφοτέ|ροις τοῖς κύκλοις τῷ τε ἐν τῷ | σφαιροειδεῖ γινομένῳ καὶ τῷ ἐν τῷ | κώνῳ μετενεχθεῖσιν* 58r col. 1 *τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἑκατέρου | αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους | τὸ Θ. συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυ|λίνδρου ὑπὸ τῶν ληφθέντων | κύκλων καὶ τοῦ σφαιροειδοῦς καὶ | τοῦ κώνου ἰσόρροπος ὁ κύλινδρος | ἔσται περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μέ|νων τῷ τε σφαι-*

6 *ΠΣ*] *μσ.* 9 *ἰσορροπήσει*] *ἰσορροπήσουσι.* 21 *ὅτι*] om. 24 *τῷ* (pr.)] om.

et $AK^2 : KB^2 = A\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2$ [Eucl. VI, 4], permutando [Eucl. V, 16] erit

$$A\Sigma^2 : A\Sigma \times \Sigma\Gamma = \Pi\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2.$$

uerum $A\Sigma^2 : A\Sigma \times \Sigma\Gamma = \Sigma\Pi^2 : \Sigma\Pi \times \Pi M$ [Eucl. VI, 4; V, 15]; itaque $M\Pi \times \Pi\Sigma = \Xi\Sigma^2$ [Eucl. V, 9]. commune adiiciatur $\Pi\Sigma^2$; itaque $M\Sigma \times \Sigma\Pi$ [Eucl. II, 3] $= \Pi\Sigma^2 + \Sigma\Xi^2$. quare $\Theta A : A\Sigma = M\Sigma^2 : \Pi\Sigma^2 + \Sigma\Xi^2$. sed ut

$$M\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2 + \Sigma\Pi^2,$$

ita circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, ad utrumque circulum, quorum diametri sunt ΞO, ΠP [Eucl. XII, 2]; quare circulus, cuius diametrus est MN, suo loco manens circum punctum A aequilibritatem seruabit cum utroque circulo, quorum diametri sunt ΞO, ΠP, transpositis et in libra ad Θ ita collocatis, ut Θ utriusque centrum grauitatis sit. ⟨circuli autem, cuius diametrus est MN, suo loco manentis centrum grauitatis est Σ⟩[1]) [lemm. 7], et utriusque simul circuli, quorum diametri sunt ΞO, ΠP, transpositorum centrum grauitatis est Θ [cfr. lemm. 1]; quare erit, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est MN, ad utrumque circulum, quorum diametri sunt ΞO, ΠP. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in parallelogrammo AZ rectae EZ parallela ducatur, et a recta ita ducta planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare, circulum in cylindro ortum suo loco manentem circum A punctum aequilibritatem seruaturum esse cum utroque simul circulo in sphaeroide conoque ortis transpositis ad punctum Θ librae ita, ut utriusque centrum grauitatis sit Θ. expletis igitur per circulos sumptos cylindro, sphaeroide, cono cylindrus suo loco manens cum sphaeroide conoque transpositis et in libra ad Θ ita collocatis, ut utriusque centrum grauitatis sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabit. et

1) Haec fere post Θ lin. 14 aut addenda aut saltem cogitatione supplenda, nisi forte pro δὲ lin. 14 scribendum δή.

ροειδεῖ καὶ τῷ κώ|νῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν | ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥσ|τε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους τὸ Θ. καί ἐστι τοῦ μὲν κυ-|λίνδρου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ, | τοῦ δὲ σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου | συναμφοτέρων, ὡς ἐρρέθη, κέν-|τρον τοῦ βάρους τὸ Θ· ἔστιν οὖν, | ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, ὁ κύλινδρος | πρὸς ἀμφότερα τό τε σφαιρο|⟨ειδὲς 63v col. 1 *καὶ τὸν κῶνον⟩. δ⟨ιπλα⟩σία | δὲ ἡ ΑΘ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα | καὶ ὁ κύλινδρος ἀμφοτέρων τοῦ | τε σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου· | εἷς ἄρα κύλινδρος ἴσος δυσὶν | κώνοις καὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. | εἷς δὲ κύλινδρος ἴσος ἐστὶ τρισὶ κώ|νοις τοῖς αὐτοῖς· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι | εἰσὶ δυσὶ κώνοις καὶ δυσὶ σφαιρο|ειδέσι. κοινοὶ ἀφῃρήσθωσαν | δύο κῶνοι· λοιπὸς ἄρα εἷς κῶνος, | οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ Α|ΕΖ, ἴσος ἐστὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. εἷς δὲ | κῶνος ὁ αὐτὸς ἴσος ἐστὶν ὀκτὼ κώνοις, | ὧν ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ | ΑΒΔ· ὀκτὼ ἄρα κῶνοι οἱ εἰρημένοι* 58r col. 2 *ἴσ|οι εἰσὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν· καὶ τέσσαρες | ἄρα κῶνοι ἴσοι ἑνὶ σφαιροειδεῖ· | τετραπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ σφαιροειδὲς | τοῦ κώνου, οὗ κορυφὴ μέν ἐστι τὸ Α σημεῖ|ον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν | ΒΔ κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ | τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς διπλάσι|όν ἐστι τοῦ εἰρημένου κώνου.*

ἤχθωσαν | δὲ διὰ τῶν Β, Δ σημείων ἐν τῷ ΑΖ παρ|αλληλογράμμῳ τῇ ΑΓ παράλλη|λοι αἱ ΦΧ, ΨΩ, καὶ νοείσθω κύλινδρος, | οὗ βάσεις μὲν οἱ περὶ διαμέτρους | τὰς ΦΨ, ΧΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ἡ ΑΓ | εὐθεῖα.

ἐπεὶ οὖν διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλιν|δρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλλη|λόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, οὗ | τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον

τὸ | ΦΔ, διὰ τὸ ἴσας αὐτῶν εἶναι τὰς βά|σεις, τὸν δὲ 32
ἄξονα τοῦ ἄξονος διπλά|σιον, αὐτὸς δὲ ὁ κύλινδρος, οὗ
τὸ | διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον | τὸ ΦΔ, τρι- 63v col. 2

---

centrum grauitatis est cylindri punctum K [lemm. 8], sphaeroidis autem conique coniunctorum punctum Θ, ut dictum est [p. 450, 25]; erit igitur, ut $\Theta A : AK$, ita cylindrus ad utrumque et sphaeroides et conum. uerum $A\Theta = 2\,AK$; quare etiam cylindrus utroque et sphaeroide et cono duplo maior est, h. e. unus cylindrus duobus conis et duobus sphaeroidibus aequalis est. uerum unus cylindrus tribus conis iisdem aequalis est [Eucl. XII, 10]; itaque tres coni duobus conis et duobus sphaeroidibus aequales sunt. auferantur, qui communes sunt, duo coni; itaque, qui relinquitur, unus conus, cuius triangulus per axem positus AEZ est, duobus sphaeroidibus aequalis est. sed unus conus idem octo conis, quorum triangulus per axem positus $AB\Delta$ est, aequalis est; itaque octo coni, quales diximus, duobus sphaeroidibus aequales sunt, h. e. quattuor coni uni sphaeroidi aequales; sphaeroides igitur quadruplo maius est cono, cuius uertex est punctum A, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus ad $A\Gamma$ perpendicularis, et dimidium sphaeroidis cono, quem diximus, duplo maius est.

ducantur autem in AZ parallelogrammo per puncta B, Δ rectae $A\Gamma$ parallelae ΦX, $\Psi\Omega$, et fingatur cylindrus, cuius bases sint circuli circum diametros $\Phi\Psi$, $X\Omega$ descripti, axis autem $A\Gamma$ recta.

quoniam igitur cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, duplo maior est cylindro, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Delta$ est [Eucl. XII, 13], quia bases eorum aequales sunt, axis autem axe duplo maior, et ipse cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum

---

1 τεθεῖσιν] τεθείσης. 5 τοῦ κώνου] τῷ κώνῳ. συναμφοτέρων] συναμφότερον. 12 τρισὶ] τρεῖς. 14 κοινοὶ] κώνοις. 24 διπλάσιον] διπλάσιος. 28 ΦΨ, ΧΩ] φχ ψω. ἡ] τῇ. εὐθεῖα] εὐθείᾳ. 34 τριπλασίων] τριπλάσιον.

πλασίων ἐστὶ τοῦ κώνου, | οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις | δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος | ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΓ, ἑξαπλά|σιος ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστι τὸ διὰ τοῦ | ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ | ΦΩ, τοῦ εἰρημένου κώνου. ἐδείχθη | δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλάσιον |. τὸ σφαιροειδές· ἡμιόλιος ἄρα ἐστὶν ὁ | κύλινδρος τοῦ σφαιροειδοῦς· οῑ.

δʹ.

Ὅτι δὲ πᾶν | τμῆμα ὀρ|θογωνίου κω|νοειδοῦς ἐπι-|
58ᵛ col. 1 πέδῳ ἀπο|τεμνόμενον | ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν | ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος | τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ τὸν ἄ|ξονα τὸν αὐτόν, ὧδε διὰ τοῦ τρόπου | τούτου θεωρεῖται·

ἔστω γὰρ ὀρθογώ|νιον κωνοειδὲς καὶ τετμήσθω ἐ-| πιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποι|είτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ὀρ|θογωνίου κώνου τομὴν τὴν ΑΒΓ, | τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ | ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἔστω | αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἡ ΒΓ, ἄξων δὲ | ἔστω τοῦ τμήματος ἡ ΔΑ, καὶ ἐκ|βεβλήσθω ἡ ΔΑ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ κείσθω | αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς | ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, ἔστω δὲ ἡ | τοῦ τμήματος βάσις ὁ περὶ διά|μετρον τὴν ΒΓ κύκλος ὀρθὸς
63ʳ col. 1 ὢν πρὸς | ⟨τὴν ΑΔ, νοείσθω δὲ κῶνος βάσιν⟩ | μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἐστι διάμετρος | ἡ ΒΓ, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, ἔστω | δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων | τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΒΓ, ἄ-| ξονα δὲ τὸν ΑΔ, καὶ ἤχθω τις ἐν | τῷ παραλληλο-

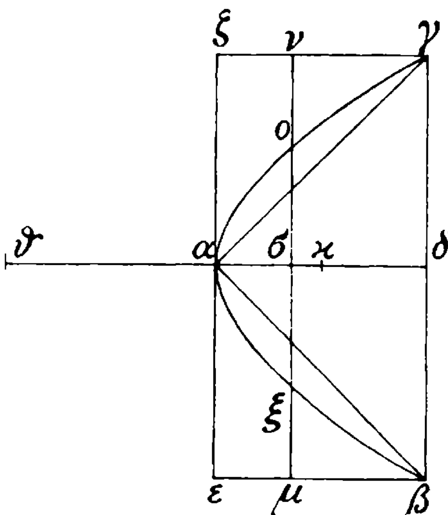
7 οῑ] h. e. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Hic fig. p. 449. 8 δʹ] om. 8 ὀρθογωνίου] ὀρθογώνιον. 16 ΑΒΓ] αβ. 18 ἔστω] ἔσται. 20 ζυγὸς] ὁ ζυγός. 24 κορυφὴν] κορυφή.

$\Phi\Delta$ est, triplo maior est cono, cuius uertex est A punctum, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus ad $A\Gamma$ perpendicularis [Eucl. XII, 10], cylindrus, cuius parallelogrammum per axem positum $\Phi\Omega$ est, sexcuplo maior est cono, quem significauimus. demonstrauimus autem, sphaeroides eodem cono quadruplo maius esse; ergo cylindrus sphaeroide dimidia parte maior est; quod erat demonstrandum.[1])

IV.

Quoduis autem segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari dimidia parte maius esse cono basim habenti eandem, quam segmentum, axemque eundem,[2]) per hanc methodum sic examinatur:

Sit enim conoides rectangulum planoque per axem secetur, quod in superficie sectionem efficiat coni rectanguli sectionem [De conoid. 11 a] $AB\Gamma$, secetur autem alio quoque plano ad axem perpendiculari, communisque planorum sectio sit $B\Gamma$, axis autem sectionis sit ΔA, et ΔA ad Θ producatur, eique aequalis ponatur $A\Theta$, et $\Delta\Theta$ libra fingatur, medium autem eius punctum A, basis autem segmenti circulus [ib.] sit circum diametrum $B\Gamma$ descriptus ad $A\Delta$ perpendicularis, et fingatur conus basim habens circulum, cuius



diametrus est $B\Gamma$, uerticem autem punctum A, sit autem etiam cylindrus basim habens circulum, cuius diametrus est $B\Gamma$, axem autem $A\Delta$, et in parallelogrammo recta

1) U. supra p. 447 not. 1.
2) De conoid. 21.

γράμμῳ ἡ ΜΝ | παράλληλος οὖσα τῇ ΒΓ, καὶ | ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστά|τω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὴ | τοῦτο ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν | κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ | τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου | κωνοειδοῦς τομὴν κύκλον, οὗ διά|μετρος ἡ ΞΟ.

καὶ ἐπεὶ ὀρθογωνίου | κώνου τομή ἐστιν ἡ ΒΑΓ, 58^{v} col. 2 διά|μετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΑΔ, καὶ τεταγμέ|νως κατηγμέναι εἰσὶν αἱ ΞΣ, | ΒΔ, ἔστιν, ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ | ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ | ΑΘ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ | πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ | ἀπὸ ΣΞ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυ|λίνδρῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς | τὸν κύκλον τὸν ἐν τῷ τμήματι | τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς, οὗ | διάμετρος ἡ ΞΟ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος | ἡ ΜΝ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος | ἡ ΞΟ. ἰσόρροπος ἄρα ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος | ἡ ΜΝ, ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ περὶ τὸ | Α σημεῖον αὐτοῦ μένων τῷ κύ|κλῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, μετενε|χθέντι καὶ τεθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον αὐτοῦ | ⟨εἶναι τοῦ βάρους τὸ⟩ Θ· ⟨καί 63^{r} col. 2 ἐστι | τοῦ⟩ μὲν ⟨κύκλου, οὗ διάμετρός ἐστιν ἡ⟩ | ΜΝ, κέντρον τοῦ βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ | κύκλου, οὗ ἐστι διάμετρος ἡ ΞΟ, μετε|νηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους | τὸ Θ, καὶ ἀντιπεπονθότως τὸν | αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ὃν | ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς | τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ. ὁ-| μοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη | τις ἀχθῇ ἐν τῷ ΕΓ παραλληλο|γράμμῳ παρὰ τὴν ΒΓ, καὶ ἀπὸ | τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ανα|σταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν

ΑΘ, ὅτι ἰσορ|ροπήσει πρὸς τῷ Α σημείῳ ὁ γενόμε-| νος κύκλος ἐν τῷ κυλίνδρῳ αὐ|τοῦ μένων τῷ γενομέ- νῳ ἐν τῷ | τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνο|ειδέος μετ- 45r col. 1 ενεχθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέν-

---

aliqua MN rectae $B\Gamma$ parallela ducatur, in MN uero planum erigatur ad $A\Delta$ perpendiculare; hoc igitur sectionem efficiet in cylindro circulum, cuius diametrus est MN, in segmento autem conoidis rectanguli circulum, cuius diametrus est ΞO [De conoid. 11 a].

et quoniam rectanguli coni sectio est $BA\Gamma$, diametrus autem eius $A\Delta$ et ordinate ductae $\Xi\Sigma$, $B\Delta$, erit [Quadr. parab. 3] $\Delta A : A\Sigma = B\Delta^2 : \Xi\Sigma^2$. uerum $\Delta A = A\Theta$; itaque $\Theta A : A\Sigma = M\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2$. sed, ut $M\Sigma^2 : \Sigma\Xi^2$, ita circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, ad circulum in segmento conoidis rectanguli positum, cuius diametrus est ΞO [Eucl. XII, 2]; quare erit, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est MN, ad circulum, cuius diametrus est ΞO. itaque circulus in cylindro positus, cuius diametrus est MN, suo loco manens circum punctum A aequilibritatem seruabit cum circulo, cuius diametrus est ΞO, transposito et in libra ad Θ ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. et circuli, cuius diametrus est MN, centrum grauitatis est Σ [lemm. 7], circuli autem, cuius diametrus est ΞO, transpositi centrum grauitatis Θ, et in contraria proportione est, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est MN, ad circulum, cuius diametrus est ΞO. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in parallelogrammo $E\Gamma$ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur, et in recta ita ducta planum erigatur ad $A\Theta$ perpendiculare, circulum in cylindro ortum suo loco manentem ad punctum A aequilibritatem seruaturum esse cum circulo in segmento conoidis rectanguli orto in libra ad Θ ita transposito, ut

---

7 ἐπεὶ] ἐπί. τομή] τομῆς. 18 ΞΟ] ξσ̄. 19 περὶ] πρός. 29 ἐὰν] ἐν.

τρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. συμπληρω|θέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ | τμήματος τοῦ ὀρθογωνίου κωνο|ειδοῦς ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α ση|μεῖον ὁ κύλινδρος αὐτοῦ μένων τῷ | τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοει|δέος μετενεχθέντι καὶ τεθέντι | τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέν|τρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. | ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖ|ον τὰ εἰρημένα μεγέθη, καί ἐστι | τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον βά|ρους τὸ Κ σημεῖον δίχα τεμνομέ|νης τῆς ΑΔ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, | τοῦ δὲ τμήματος μετενηνεγμένου | κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ, ἀντι|πεπονθότως τὸν
44v col. 1 *αὐτὸν ἕξει λόγ|ον ⟨ἡ ΘΑ πρὸς τὴν ΑΚ, ὃν ὁ⟩ κύλινδρος | πρὸς τὸ τμῆμα. διπλασία δὲ ἡ | ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα καὶ | ὁ κύλινδρος τοῦ τμήματος. ὁ δὲ | αὐτὸς κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι | τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος | τὸν κύκλον, | οὗ διάμε|τρος ἡ ΒΓ, | κορυφὴν δὲ | τὸ Α σημεῖ|ον· δῆλον | οὖν, ὅτι τὸ τμῆ-|μα ἡμιόλιόν | ἐστιν τοῦ αὐ|τοῦ κώνου.*

ε′.

Ὅτι δὲ τοῦ τμήματος τοῦ ὀρθογω|νίου κωνοειδέος
45r col. 2 *τοῦ ἀποτεμνομένου | ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα | τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς | εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματος, | τμηθείσης οὕτως τῆς εἰρημένης | εὐθείας, ὥστε διπλάσιον εἶναι | τὸ μέρος αὐτοῦ τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ | λοιποῦ τμήματος, ὧδε διὰ τοῦ τρό|που θεωρεῖται·*

ἔστω τμῆμα | ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς ἀποτε|μνόμενον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς | τὸν ἄξονα καὶ τετμήσθω ἐπιπέ|δῳ ἑτέρῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποι|είτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν | ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομήν,

τοῦ | δὲ ἀποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἐπι|πέδου καὶ τοῦ τέμνοντος κοινὴ | τομὴ ἔστω ἡ $B\Gamma$, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ | τμήματος καὶ διάμετρος τῆς | $AB\Gamma$ τομῆς ἡ $A\Delta$ εὐθεῖα, καὶ τῆς <ΔA ἐκβληθείσης ἴση αὐτῇ κείσθω ἡ 44v col. 2

---

centrum grauitatis eius sit Θ. expletis igitur cylindro segmentoque conoidis rectanguli cylindrus suo loco manens circum punctum A aequilibritatem seruabit cum segmento conoidis rectanguli transposito et in libra ad Θ ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. quoniam autem magnitudines, quas diximus, circum A punctum aequilibritatem seruant, et cylindri centrum grauitatis est punctum K recta $A\Delta$ ad K in duas partes aequales secta [lemm. 8], segmenti autem transpositi centrum grauitatis est Θ, in contraria proportione erit, ut $\Theta A : AK$, ita cylindrus ad segmentum. uerum $\Theta A = 2\,AK$; quare etiam cylindrus duplo maior est segmento. sed idem cylindrus triplo maior est cono basim habenti circulum, cuius diametrus est $B\Gamma$, uerticem autem punctum A [Eucl. XII, 10]; adparet igitur, segmentum dimidia parte maius esse eodem cono.

V.

Centrum grauitatis autem segmenti conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscisi in recta positum esse, quae axis sit segmenti, ita secta, ut pars eius ad uerticem posita duplo maior sit parte reliqua, per methodum nostram sic examinatur:

Sit segmentum conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscisum alioque plano per axem secetur, quod in superficie sectionem efficiat $AB\Gamma$ sectionem coni rectanguli [De conoid. 11 a], sectio autem communis plani segmentum abscindentis planique secantis sit $B\Gamma$, axis autem segmenti

---

10 δὲ] om. 16 Hic fig. p. 455. κορυφὴν] κορυφή. 19 ε′] om. 21 τοῦ] om. τὸν] τῶν. 25 τὸ] om. 27 ὀρθογωνίου] ὀρθογώνιον. 32 τέμνοντος] τμήματος.

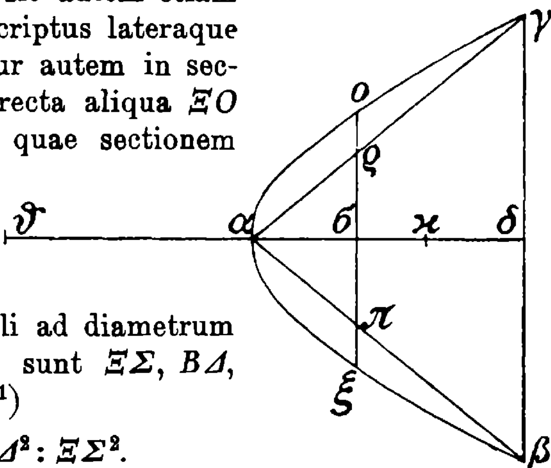
ΑΘ, καὶ〉 | *νοείσθω ζυγὸς ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐ|τῆς τὸ Α, ἔστω δὲ καὶ κῶνος ἐγγε|γραμμένος ἐν τῷ τμήματι, πλευ|ραὶ δὲ αὐτοῦ αἱ ΒΑ, ΑΓ, ἤχθω δέ τις | ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου το|μῇ ἡ ΞΟ παράλληλος οὖσα τῇ | ΒΓ, τεμνέτω δὲ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ὀρ|θογωνίου κώνου τομὴν κατὰ τὰ | Ξ, Ο, τὰς δὲ τοῦ κώνου πλευρὰς κατὰ | τὰ Π, Ρ σημεῖα.*

ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνί|ου κώνου τομῇ κάθετοι ἠγμέναι | εἰσὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον αἱ ΞΣ, ΒΔ, | ἔστιν, ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς | τὸ ἀπὸ ΞΣ. ὡς δὲ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΒΔ | πρὸς ΠΣ, ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ | ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΠΣ· ἔσται ἄρα | καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ
45v col. 1 *πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ, οὕτως | τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΠΣ. ἴσον ἄρα | τὸ ἀπὸ ΞΣ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΠΣ· ἀνάλογον | ἄρα εἰσὶν αἱ ΒΔ, ΣΞ, ΣΠ, καὶ διὰ τοῦτό ἐστιν, | ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ | ἀπὸ ΣΠ. ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως ἡ ΔΑ | πρὸς ΑΣ, τουτέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ· καὶ ὡς ἄρα | ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ. | ἀνεστάτω δὴ ἀπὸ τῆς ΞΟ ἐπίπε|δον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὴ | τοῦτο ἐν μὲν τῷ τμήματι τοῦ ὀρ|θογωνίου κωνοειδέος κύκλον, | οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώ|νῳ κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ. | καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως | τὸ ἀπὸ ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ | ΞΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, οὕτως ὁ κύ|κλος, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν | κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, ὡς ἄρα | ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμε|τρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν*

---

15 *τῷ*] *τὸ*. **22** *δὴ*] *δὲ*. **26** *ὡς* — **27** *ΣΠ*] om.

diametrusque sectionis $AB\Gamma$ sit recta $A\Delta$, et producta recta ΔA ei aequalis ponatur $A\Theta$, et $\Delta\Theta$ fingatur libra mediumque eius punctum A, sit autem etiam conus in segmento inscriptus lateraque eius BA, $A\Gamma$, ducatur autem in sectione coni rectanguli recta aliqua ΞO rectae $B\Gamma$ parallela, quae sectionem coni rectanguli in Ξ, O, latera autem coni in punctis Π, P secet.



quoniam igitur in sectione coni rectanguli ad diametrum perpendiculares ductae sunt $\Xi\Sigma$, $B\Delta$, erit [Quadr. parab. 3][1])

$$\Delta A : A\Sigma = B\Delta^2 : \Xi\Sigma^2.$$

uerum

$$\Delta A : A\Sigma = B\Delta : \Pi\Sigma \text{ [Eucl. VI, 4]} = B\Delta^2 : B\Delta \times \Pi\Sigma;$$

quare etiam $B\Delta^2 : \Xi\Sigma^2 = B\Delta^2 : B\Delta \times \Pi\Sigma$. itaque

$$\Xi\Sigma^2 = B\Delta \times \Pi\Sigma \text{ [Eucl. V, 9]};$$

itaque $B\Delta$, $\Sigma\Xi$, $\Sigma\Pi$ proportionales sunt [Eucl. VI, 17], qua de causa erit $B\Delta : \Pi\Sigma = \Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2$ [Eucl. V def. 9]. sed $B\Delta : \Pi\Sigma = \Delta A : A\Sigma = \Theta A : A\Sigma$; quare etiam

$$\Theta A : A\Sigma = \Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2.$$

iam in ΞO planum erigatur ad $A\Delta$ perpendiculare; hoc igitur in segmento conoidis rectanguli circulum efficiet, cuius diametrus est ΞO [De conoid. 11 a]; in cono autem circulum, cuius diametrus ΠP. et quoniam est

$$\Theta A : A\Sigma = \Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2,$$

et, ut $\Xi\Sigma^2 : \Sigma\Pi^2$, ita circulus, cuius diametrus est ΞO, ad circulum, cuius diametrus est ΠP [Eucl. XII, 2], erit, ut $\Theta A : A\Sigma$, ita circulus, cuius diametrus est ΞO, ad circulum,

1) Cfr. ZMP. XXV p. 50.

κύκλον, οὗ διάμε|⟨τρος ἡ ΠΡ. ἰσορροπήσει ἄρα πε-⟩| 44r col. 1 ρὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, οὗ διάμε|τρος ἡ ΞΟ, αὐτοῦ μένων τῷ κύ|κλῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενε-| χθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥσ|τε κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ | Θ. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν κύκλου, οὗ διά|μετρος ἡ ΞΟ, αὐτοῦ μένοντος κέν|τρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ | κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετε|νεχθέντος, ὡς ἐρρέθη, κέντρον | τοῦ βάρους τὸ Θ, καὶ ἀντιπεπον|θότως τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ | ΘΑ πρὸς ΑΣ, ὃν ὁ κύκλος, οὗ διάμε|τρος ἡ ΞΟ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διά|μετρος ἡ ΠΡ, ἰσορροπήσουσιν | ἄρα πρὸς τῷ Α σημείῳ. ὁμοίως | δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν 45v col. 2 ἄλλη | τις ἀχθῇ ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου | κώνου τομῇ παράλληλος τῇ | ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπί|πεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν | ΑΔ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ | τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνο|ειδέος αὐτοῦ μένων ἰσορροπή|σει περὶ τὸ Α σημεῖον τῷ γενομέ|νῳ κύκλῳ ἐν τῷ κώνῳ μετενε|χθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ | τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ | τοῦ βάρους τὸ Θ. συμπληρωθέν|των οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ | τε τμήματος καὶ τοῦ κώνου ἰσορ|ροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον | τεθέντες πάντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ τμή|ματι αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς | κύκλοις τοῖς ἐν τῷ κώνῳ με|τενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ | ⟨κατὰ 44r col. 2 τὸ Θ σημεῖον οὕτως, ὥστε⟩ | αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βά|ρους τὸ Θ· ἰσόρροπον οὖν καὶ τὸ | τμῆμα τοῦ ὀρθογωνίου κω|νοειδέος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐ|τοῦ μένον τῷ κώνῳ μετενε|χθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι | τοῦ βάρους αὐτοῦ τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν | συναμφοτέρων τῶν μεγεθ|ῶν ὡς ἑνὸς λεγομένων κέντρον | ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Α, αὐτοῦ δὲ

τοῦ κώ|νου τοῦ μετενηνεγμένου κέντρον | τοῦ βάρους 32
τὸ Θ, τοῦ λοιποῦ ἄρα | μεγέθους τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ
βά|ρους ἐπὶ τῆς ΑΘ εὐθείας ἐκβε|βλημένης ἐπὶ τὸ Α
καὶ ἀπολη|φθείσης ἀπ' αὐτῆς τῆς ΑΚ τηλικαύτης, | 35
⟨ὥστε τὴν ΑΘ⟩ πρὸς αὐτὴν τοῦτον ἔ|χειν τὸν λόγον, 170r col. 1

---

cuius diametrus est ΠΡ. itaque circulus, cuius diametrus est ΞΟ, suo loco manens cum circulo, cuius diametrus est ΠΡ, ad punctum Θ librae ita transposito, ut Θ centrum grauitatis eius sit, circum punctum Α aequilibritatem seruabit. iam quoniam circuli, cuius diametrus est ΞΟ, suo loco manentis centrum grauitatis est Σ [lemm. 7], circuli autem, cuius diametrus est ΠΡ, transpositi, ut dictum est, centrum grauitatis Θ, et in contraria proportione est, ut ΘΑ : ΑΣ, ita circulus, cuius diametrus est ΞΟ, ad circulum, cuius diametrus est ΠΡ, hi circuli ad punctum Α inter se aequilibritatem seruabunt. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in sectione coni rectanguli rectae ΒΓ parallela ducatur, et in recta ita ducta planum erigatur ad ΑΔ perpendiculare, circulum in segmento conoidis rectanguli ortum suo loco manentem circum punctum Α aequilibritatem seruaturum esse cum circulo in cono orto transposito et ad punctum Θ librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. expletis igitur per hos circulos et segmento et cono omnes circuli segmenti suo loco manentes cum omnibus circulis coni transpositis et ad Θ punctum librae ita collocatis, ut Θ centrum grauitatis eorum sit, aequilibritatem seruabunt; quare etiam segmentum conoidis rectanguli suo loco manens circum Α punctum aequilibritatem seruabit cum cono transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. quoniam igitur utriusque magnitudinis pro una sumptae centrum grauitatis est Α [cfr. lemm. 3], ipsius autem coni transpositi centrum grauitatis est Θ, re-

---

16 κωνοειδέος] κωνοειδέως. 22 πάντες] om. 35 ἀποληφθείσης ἀπ'] ἀποληφθεῖσα.

ὃν ἔχει τὸ τμῆμα | πρὸς τὸν κῶνον. ἡμιόλιον δέ ἐστιν τὸ | τμῆμα τοῦ κώνου· ἡμιόλιος ἄρα | ἐστὶ καὶ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ, καί ἐστιν τὸ | Κ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ὀρθογω|νίου κωνοειδέος τῆς ΑΔ τετμη|μένης οὕτως, ὥστε διπλάσιον εἶναι | τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κορυ|φῇ τοῦ τμήματος τοῦ λοιποῦ τμή|ματος.

ϛʹ.

Παντὸς ἡμισφαιρίου τὸ κέντρον | ⟨τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐστίν, ἥ⟩ | ἐστιν ἄξων αὐτοῦ, τμηθείσης | 163v col. 1 *οὕτως, ὥστε τὸ τμῆμα αὐτῆς τὸ | πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἡμισφαι|ρίου πρὸς τὸ λοιπὸν τμῆμα τοῦ|τον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ | πέντε πρὸς τὰ τρία.*

ἔστω σφαῖ|ρα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ | διὰ τοῦ κέντρου, καὶ γενέσθω ἐν | τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴ ὁ ΑΒΓΔ | κύκλος, διάμετροι δὲ ἔστωσαν | τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις | αἱ ΑΓ, ΒΔ, ἀπὸ δὲ τῆς ΒΔ ἐπίπε|δον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ | ἔστω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων | τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ | κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖ|ον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ 170r col. 2 *κώ|νου αἱ ΒΑ, ΑΔ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ | ΓΑ, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ | νοείσθω ζυγὸς ἡ ΘΓ εὐθεῖα, μέσον | δὲ αὐτοῦ τὸ Α, καὶ ἤχθω τις ἐν τῷ | ΒΑΔ ἡμικυκλίῳ ἡ ΞΟ παράλλη|λος οὖσα τῇ ΒΔ, τεμνέτω δὲ αὕ|τη τὴν μὲν τοῦ ἡμικυκλίου περι|φέρειαν κατὰ τὰ Ξ, Ο, τὰς δὲ τοῦ κώ|νου πλευρὰς κατὰ*

---

7 Hic fig. p. 461. ϛʹ] om. 17 *βάσιν*] *βαβάσιι*. 24 *τὴν*] *τῆς*.

liquae magnitudinis centrum grauitatis in recta $A\Theta$ positum est uersus A producta ablata ab ea recta AK eiusmodi, ut $A\Theta$ ad eam eandem rationem habeat, quam habet segmentum ad conum [lemm. 2]. sed segmentum cono dimidio maius est [prop. IV]; ergo etiam $\Theta A = \frac{3}{2} AK$, et K centrum grauitatis conoidis rectanguli inuentum est[1]) recta $A\Delta$ ita secta, ut pars eius ad uerticem segmenti posita reliqua parte duplo maior sit.

VI.

Omnis hemisphaerii centrum grauitatis positum est in recta, quae axis eius est, ita secta, ut pars eius ad superficiem hemisphaerii posita ad reliquam partem eam rationem habeat, quam 5 : 3.

Sit sphaera et plano per centrum secetur, et in superficie sectio efficiatur $AB\Gamma\Delta$ circulus, diametri autem circuli inter

se perpendiculares sint $A\Gamma$, $B\Delta$, et in $B\Delta$ planum erigatur ad $A\Gamma$ perpendiculare, construatur autem conus basim habens circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum uerticemque punctum A, latera autem coni sint BA, $A\Delta$, et producatur ΓA, rectaeque ΓA aequalis ponatur $A\Theta$, et recta $\Theta\Gamma$ libra fingatur mediumque eius punctum A, in semicirculo autem

1) Nam $A\Delta = A\Theta$.

τὰ Π, Ρ σημεῖα, | τὴν δὲ ΑΓ κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τῆς | ΞΟ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν | πρὸς τὴν ΑΕ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν | τῷ ἡμισφαιρίῳ τομὴν κύκλον, | οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ | τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ.

καὶ | ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΑΕ, τὸ ἀπὸ ΞΑ πρὸς | τὸ ἀπὸ ΑΕ, τῷ δὲ ἀπὸ ΞΑ ἴσα τὰ ἀπὸ | 163

163v col. 2 *⟨ΑΕ, ΕΞ, τῇ δὲ ΑΕ ἴση ἡ ΕΠ, ὡς ἄρα ἡ ΑΓ⟩ | πρὸς ΑΕ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΞΕ, ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΕΠ. ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΞΕ, ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΕΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον | τὴν ΞΟ καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον | τὴν ΠΡ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον | τὴν ΠΡ, καί ἐστιν ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ ἴση· ὡς | ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ | περὶ διάμετρον τὴν ΞΟ καὶ ὁ κύκλος ὁ | περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ πρὸς τὸν κύ|κλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΠΡ. | ἰσορροπήσουσιν ἄρα περὶ τὸ | Α σημεῖον ἀμφότεροι οἱ κύκλοι, ὧν | εἰσι διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, αὐτοῦ μένον|τες τῷ κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ | ΠΡ, μετενεχθέντι καὶ τεθέντι | κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν | ἀμφοτέρων μὲν τῶν κύκλων, ὧν εἰσι | διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, αὐ-*

170v col. 1 *τοῦ μενόν|των κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν | ⟨τὸ Ε, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ ἐστι διά|μετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντος | τὸ Θ, ἔστιν, ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ὁ κύκλος, | οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, πρὸς τοὺς κύκλους, | ὧν διάμετροι αἱ⟩ ΞΟ, ⟨ΠΡ. ὁμοίως | δὲ καί, ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῇ | τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ | παράλληλος τῇ⟩ Β⟨Η⟩Δ, καὶ ⟨ἀπὸ | τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον | ἀνασταθῇ⟩ ὀρθὸν πρὸς ⟨τὴν | ΑΓ⟩, ἰσορροπ⟨ήσουσιν⟩ περὶ τὸ Α | ⟨σημεῖον⟩ ἀμφότερ⟨οι οἱ*

κύκλοι | ὅ τε ἐν τῷ ἡμισφαιρίῳ γενό>μεν<ος> | κ<αὶ ὁ ἐν τῷ κών>ῳ αὐ<τοῦ μένοντες τῷ | γ>ενομένῳ <κύκλῳ ἐν τῷ κώ|νῳ> μετενεχθέντι <καὶ> τε<θέντι

$BA\Delta$ recta aliqua ΞO ducatur rectae $B\Delta$ parallela, quae ambitum semicirculi in Ξ, O secet, coni autem latera in punctis Π, P rectamque $A\Gamma$ in E, et in ΞO planum erigatur ad AE perpendiculare; hoc igitur in hemisphaerio sectionem efficiet circulum, cuius diametrus est ΞO, in cono autem sectionem circulum, cuius diametrus est ΠP.

et quoniam est $A\Gamma : AE = \Xi A^2 : AE^2$ [Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.; V def. 9], et $\Xi A^2 = AE^2 + E\Xi^2$ [Eucl. I, 47], et $AE = E\Pi$ [Eucl. VI, 4], erit $A\Gamma : AE = \Xi E^2 + E\Pi^2 : E\Pi^2$. sed, ut $\Xi E^2 + E\Pi^2 : E\Pi^2$, ita circulus circum diametrum ΞO descriptus circulusque circum diametrum ΠP descriptus ad circulum circum diametrum ΠP descriptum [Eucl. XII, 2], et $\Gamma A = A\Theta$; quare, ut $\Theta A : AE$, ita circulus circum diametrum ΞO descriptus circulusque circum diametrum ΠP descriptus ad circulum circum diametrum ΠP descriptum. itaque uterque circulus, quorum diametri sunt ΞO, ΠP, suo loco manentes cum circulo, cuius diametrus est ΠP, transposito et ad Θ ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabunt. iam quoniam utriusque circuli, quorum diametri sunt ΞO, ΠP, suo loco manentium centrum grauitatis est E [lemm. 7], circuli autem, cuius diametrus est ΠP, transpositi punctum Θ, erit, ut $EA : A\Theta$, ita circulus, cuius diametrus est ΠP, ad circulos, quorum diametri sunt ΞO, ΠP. similiter autem etiam, si in sectione coni rectanguli alia aliqua recta ducitur rectae $BH\Delta$ parallela, et in recta ita ducta planum erigitur ad $A\Gamma$ perpendiculare, uterque circulus in hemisphaerio conoque orti suo loco manentes cum circulo in cono orto transposito et ad Θ punctum librae collocato circum punctum A aequilibritatem seruabunt. expletis igitur per hos circulos

---

7 ἀπὸ (pr.)] om. 10 τὰ] τό. 11 τὴν ΞO — 12 περὶ διάμετρον] om. 14 περὶ — 15 κύκλος ὁ] om. 18 ὧν] om. 22 ὧν] om.

163r col. 1 τοῦ⟩ | ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ. ⟨συμπληρωθέν|των οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ τε⟩ | ἡμισφαιρίου καὶ τοῦ κώ⟨νου⟩ ἰσορ|⟨ροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον πάν- | τες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ ἡμισφαι⟩|ρίῳ καὶ οἱ ⟨ἐν τῷ κώνῳ αὐτοῦ⟩ | μένοντες ⟨πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν⟩ | τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τε|θεῖσι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥσ|τε κέντρον ⟨εἶναι αὐτῶν⟩ τοῦ βάρους | τὸ Θ· ⟨ὥστε ἰσορροπήσουσι | περὶ τὸ Α σημεῖον τό τε ἡμι|σφαίριον καὶ ὁ κῶνος αὐτοῦ⟩ | μένοντα τῷ κώνῳ μετενεχθέν|τι καὶ τεθέντι ⟨τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ⟩ | οὕτως, ὥστε κέν⟨τρον⟩ αὐτοῦ ⟨εἶναι τοῦ βάρους⟩ | τὸ Θ σημεῖον. . . . . . . | . . . δ . . . . | . . . . ἔλασσον . . . . |

170v col. 2 . . . .

163r col. 2 . . . .

. . . . τῶν δὲ . . . | . . ⟨ἰσορροπ⟩ού⟨ντ⟩ων κατὰ τὸ ⟨Δ⟩ | . . . . τρ . . . . . . τὸ . . . | . . ⟨καὶ ἐπεί⟩ ἐστιν, ὡς ἡ Θ⟨Α πρὸς⟩ ΑΧ, | . . . . ἄξων ὁ ΑΗ . . τὰ | . . . . μον . . . . . . | . . . . | . . . . ⟨ση⟩|μεῖ⟨ον⟩. . . . . | κῶνον τοῖ⟨ς⟩ . . . . . . | τοῦ κώνου . . . . | καὶ ἐπεὶ τετρα⟨πλασία ἐστὶν⟩ | ἡ σφαῖρα τοῦ ⟨κώνου, οὗ βάσις | ὁ⟩ περὶ ⟨διάμετρον τὴν ΒΔ κύ|κλος, ἄξων δὲ ἡ ΑΗ⟩ . . . . | . . . . | . . . . | . . . .

157r col. 1 . . . .

160v col. 1

ζ'.

Θεωρεῖται ⟨δὲ⟩ διὰ τοῦ ⟨τρόπου τού⟩|του καί, ὅτι π⟨ᾶν τμῆμα⟩ σφαί|ρας πρὸς τὸν κῶνον ⟨τὸν βάσιν⟩ |

---

9 μένοντα] μένοντας. 25 ζ'] om. Hic fig. p. 465.

hemisphaerio conoque omnes circuli in hemisphaerio conoque positi suo loco manentes cum omnibus circulis coni transpositis et in Θ puncto librae ita collocatis, ut centrum grauitatis eorum sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabunt; quare hemisphaerium conusque suo loco manentia cum cono transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ, circum punctum A aequilibritatem seruabunt. *iam*[1]) *cylindrus* MN *ad* Θ *suspensus cono* $AB\Delta$ *aequalis sit planoque ad axem perpendiculari ita secetur, ut cylindrus* M *circum punctum* A *cum cono aequilibritatem seruet; pars igitur reliqua* N *cum hemisphaerio aequilibritatem seruabit. iam in* AH *punctum* Φ *ita sumatur, ut sit* $A\Phi = 3\,\Phi H$; *itaque* Φ *centrum grauitatis erit coni* [lemm. 10]. *sumatur autem etiam punctum* X *ita, ut sit* $AH : AX = 8 : 5$. *quoniam igitur cylindrus* M *cum cono* $AB\Delta$ *circum punctum* A *aequilibritatem seruat, erit, ut cylindrus* M *ad conum* $AB\Delta$, *ita* $\Phi A : \Theta A$, *h. e.* $3 : 8$. *uerum conus* $AB\Delta$ *cylindro* MN *aequalis est; quare, ut cylindrus* MN *ad cylindrum* M, *ita* $8 : 3$; *unde* [Eucl. V, 17], *ut cylindrus* N *ad cylindrum* MN, *ita* $5 : 8$, *siue, ut conus* $AB\Delta$ *ad cylindrum* N, *ita* $8 : 5$, *h. e.* $AH : AX$. et quoniam sphaera cono, cuius basis est circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, axis autem AH, quadruplo maior est [prop. II], *erit, ut hemisphaerium ad conum* $AB\Delta$, *ita* $2 : 1$, *h. e.* $A\Theta : AH$. *ex aequo igitur* [Eucl. V, 22], *ut hemisphaerium ad cylindrum* N, *ita* $A\Theta : AX$. *et cylindrus* N, *cuius centrum grauitatis est* Θ, *cum hemisphaerio circum* A *punctum aequilibritatem seruat; ergo centrum grauitatis hemisphaerii est punctum* X, *quod axem ita secat, ut pars ad superficiem hemisphaerii posita ad reliquam eam rationem habeat, quam* $5 : 3$.

VII.

Per hanc methodum autem hoc quoque examinatur, quoduis segmentum sphaerae ad conum eandem basim habentem,

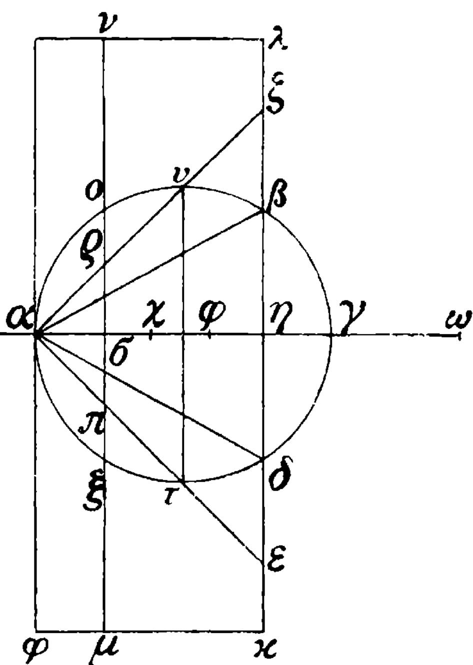
---

1) Supplementum ad prop. IX p. 478, 23 sqq. conformandum.

157ʳ col. 2 ἔχοντα τὴν αὐ⟨τὴν τῷ τμήματι⟩ | καὶ ἄξονα ⟨τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔ|χει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφό|τερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς | σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοι|ποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος | τοῦ λοιποῦ τμήματος.⟩ . . . | . . . . | . . . . | . . . .

160ᵛ col. 2 . . . . | . . . . τω . | . . . . | . . . . |
. . . . ὀρθη . . . | . . . . τὸ αὐτὸ . . . . . . | . . . .
. . . .

157ᵛ col. 1 . . . . | . . . παρα . . . . . | . . . . | . . . . |
. . . . ⟨καὶ ἀπὸ τῆς⟩ | ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς | τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν | τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, οὗ ἐστι | διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῷ τμήμα|τι τῆς σφαίρας τομὴν κύκλον, οὗ | διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ, | οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ | κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, κύ|κλον, οὗ διάμετρός ἐστιν ἡ ΠΡ. ὁ|μοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσε|ται ἰσόρροπος περὶ τὸ Α σημεῖον | ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐ|τοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύ|⟨κλοις, ὧν διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, | μετεν⟩εχθεῖσι τοῦ ζυγοῦ ⟨κατὰ τὸ Θ,⟩ | ὥστε ἑκατέρου αὐτῶν κέντρον | ⟨τοῦ βάρους εἶναι τὸ Θ· ὁμοίως⟩ δὲ | ⟨ἐπὶ πάντων⟩. συμπληρωθέντων | οὖν καὶ τοῦ κυλίνδρου καὶ



quam segmentum, axemque eundem eam rationem habere, quam habeat utrumque simul radius sphaerae et altitudo reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.[1])

Sit[2]) *enim sphaera, cuius maximus circulus sit ΑΒΓΔ, diametri autem inter se perpendiculares ΑΓ, ΤΥ, et plano secetur ad ΑΓ perpendiculari, quod segmentum efficiat basim habens circulum circum diametrum ΒΔ, et ΒΔ rectam ΑΓ secet in Η, in hoc circulo autem conus construatur uerticem habens Α. praeterea in circulo circum diametrum ΤΥ descripto conus construatur eundem uerticem habens, et superficie eius producta planum per ΒΔ ductum in cono sectionem efficiat circulum circum diametrum ΕΖ descriptum, in eodem autem plano centro Η radioque rectae ΑΓ aequali circum diametrum ΚΛ circulus describatur, et in eo cylindrus construatur axem habens ΑΗ, cuius parallelogrammum per axem positum sit ΦΛ. recta autem ΑΓ in utramque partem producta ΓΩ radio sphaerae aequalis sit, et ΑΘ = ΑΓ, recta autem ΓΘ libra fingatur mediumque eius punctum Α.*

in parallelogrammo igitur ΦΛ recta ΜΝ ducatur rectae ΒΔ parallela, et in ΜΝ planum erigatur ad ΑΓ perpendiculare; hoc igitur in cylindro sectionem efficiet circulum, cuius diametrus est ΜΝ, in segmento sphaerae autem sectionem circulum, cuius diametrus est ΞΟ, in cono autem, cuius basis est circulus circum diametrum ΕΖ descriptus, uertex autem punctum Α, circulum, cuius diametrus est ΠΡ. eodem igitur modo, quo antea, demonstrabimus, circulum, cuius diametrus sit ΜΝ, suo loco manentem circum punctum Α aequilibritatem seruare cum utroque circulo, quorum diametri sint ΞΟ, ΠΡ, ad punctum Θ librae ita transpositis,

1) Cfr. De sph. et cyl. II, 2.
2) Supplendum ad similitudinem prop. II p. 438, 29 sqq.

---

22 κύκλος] κύκλον. **26** ἰσόρροπος] ἰσόρροπον.

τοῦ | ⟨κώνου καὶ τοῦ⟩ τμήματος ⟨τῆς σφαίρας | ὑπὸ 157^{v} col. 2 τῶν κύκλων ἰσορροπήσει καὶ⟩ | ὁ κύλινδρος αὐτοῦ μένων συ|ναμφοτέροις τῷ τε κώνῳ | καὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας | μετενηνεγμένοις καὶ κειμένοις | τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ. τεμνέσθω | δὲ ἡ ΑΗ κατὰ τὰ Φ, Χ σημεῖα οὕτως, | ὥστε τὴν μὲν ΑΧ εἶναι ἴσην τῇ ΧΗ, | τὴν δὲ ΗΦ τρίτον μέρος τῆς | ΑΗ· ἔσται δὴ τοῦ μὲν κυλίνδρου | κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ διὰ τὸ διχο|τομίαν εἶναι τοῦ ΑΗ ἄξονος. | ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α ση|μεῖον τὰ εἰρημένα μεγέθη, ἔσται, | ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς ἀμφότερον | τόν τε κῶνον, οὗ διάμετρος τῆς βάσεως ἡ ΕΖ, καὶ τὸ τμῆμα | τῆς σφαίρας τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΘΑ | πρὸς ΑΧ. καὶ ἐπεὶ ⟨τριπλ⟩ασία ἐστὶν | ἡ ΗΑ τῆς ΗΦ, τρίτον μέρος ἐστὶν | ⟨τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΦ τοῦ ὑπὸ ΑΗ, ΗΓ. ἴσον δὲ⟩ | τῷ ὑπὸ ΑΗ, ΗΓ τὸ ἀπὸ ΗΒ· ἔσται δὴ καὶ τοῦ | ἀπὸ τῆς ΒΗ τρίτον μέρος τὸ | ὑπὸ ΓΗ, ⟨ΗΦ⟩ .... | .... ὑπὸ 160^{r} col. 2 ΗΓ ... | τὸ δὲ ἀπὸ ΑΗ .... | ..... ὑπὸ ΗΓ .. .. | .... | .... | .... | .... τῆς .... | .... | .. ΚΛ .... | ... τρον .... | .... οὕτως ⟨ὁ κύλινδρος, | οὗ βάσις ὁ περὶ⟩ διάμετρον | ⟨τὴν .. κύκλος⟩ 104^{v} col. 1 πρὸς τὸν ... | .... ⟨ὁ κύλινδρος, | οὗ⟩ βάσις ⟨.... ὁ περὶ⟩ | διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΑΕΖ | κῶνον. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΘΑ πρὸς ..... | .... ἄρα ἡ .. | .... πρὸς τὸν κῶνον. | ἐδείχθη δὲ καί, ⟨ὡς ἡ ΘΑ⟩ πρὸς ΑΧ, | οὕτως ὁ κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρ|⟨ον⟩ τὴν ΚΛ κύκλος ⟨πρὸς τὸ⟩ | τμῆμα ⟨τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΔ | καὶ τὸν⟩ κῶνον· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ | πρὸς συναμφοτέρας τὰς ..

Φ. | . . . . τὸ $AB\Delta$ | ⟨τμῆμα τῆς σ⟩φαίρ⟨ας⟩
. . . τα . . . | . . . . . . καὶ . . . . | . . . . ὅ τε | . .
. . . . deest ½ columna | ὡς 104ᵛ col. 2
τὸ $AB\Delta$ τμῆμα πρὸς τὸν κύλινδρον, | οὗ ἐστι βάσις
ὁ περὶ διάμετρον τὴν | . . κύκ⟨λος⟩, ἄξων ⟨δὲ ὁ⟩ α⟨ὐ-
τός, | οὕτως⟩ . . . . X πρὸς . . . . ὡ⟨ς δὲ ὁ⟩ | κύλιν-

---

ut utriusque centrum grauitatis sit Θ; et similiter in omnibus circulis. expletis igitur per hos circulos et cylindro et cono et segmento sphaerae etiam cylindrus suo loco manens aequilibritatem seruabit cum utroque simul et cono et segmento sphaerae transpositis et ad punctum Θ librae collocatis. iam recta AH in punctis Φ, X ita secetur, ut sit $AX = XH$, $H\Phi = \frac{1}{3}AH$; cylindri igitur centrum grauitatis erit X [lemm. 8], quia punctum medium est axis. quoniam igitur magnitudines, quas diximus, circum punctum A aequilibritatem seruant, erit, ut cylindrus ad utrumque et conum, cuius diametrus basis est EZ, et segmentum sphaerae $BA\Delta$, ita $\Theta A : AX$. et quoniam est $HA = 3\,H\Phi$, erit $\Gamma H \times H\Phi = \frac{1}{3}AH \times H\Gamma$. uerum $HB^2 = AH \times H\Gamma$ [Eucl. VI, 8 coroll.; VI 17]; quare etiam $\Gamma H \times H\Phi = \frac{1}{3}BH^2$. *et* $AH^2 = 3\,AH \times H\Phi = 3\,AX \times A\Phi$, *quia* $AH : AX = A\Phi : \Phi H = 2$. *et quoniam* $\Theta A = KH$ *et* $AH = HE$, *erit, ut* $\Theta A^2 : \frac{1}{3}AH^2$, *ita cylindrus, cuius basis est circulus circum diametrum* $K\Lambda$ *descriptus ad conum* AEZ. *et* $\Theta A^2 : \frac{1}{3}AH^2 = \Theta A^2 : AX \times A\Phi$; *quare, ut* $\Theta A^2 : AX \times A\Phi$, *ita cylindrus ad conum.* demonstrauimus autem, esse etiam, ut $\Theta A : AX$, ita cylindrum, cuius basis sit circulus circum diametrum $K\Lambda$ descriptus, ad segmentum sphaerae $AB\Delta$ cum cono; *et* $\Theta A = A\Gamma = A\Phi + \Phi\Gamma$; *quare, ut* $\Theta A^2 : A\Phi \times AX + \Phi\Gamma \times AX$, *ita cylindrus*

---

5 AH] $A\Gamma$. 7 μὲν] fort. delendum. 11 οὗ — 12 βάσεως] om. 14 $H\Phi$] $A\Phi$. 15 $H\Gamma$ τὸ ἀπὸ] om. 28 οὗ βάσις] om. 30 ὡς] om.

δρος, οὗ βάσις ⟨ὁ̣ π̣ε̣ρ̣ὶ̣ δ̣ι̣ά̣|μ̣ε̣τ̣ρ̣ο̣ν̣⟩ τὴν Κ⟨Δ̣ κ̣ύ̣-κ̣λ̣ο̣ς̣ π̣ρ̣ὸ̣ς̣ τ̣ὸ̣ν̣⟩ ΑΒΔ | κ̣ῶνον, ⟨ο̣ὕ̣τ̣ω̣ς̣⟩ .... | . τω .... πρὸς. | .Β .... η | .Φ .... | ὡ̣ς ἡ̣ .... | .... | ἡ̣ Α . τῇ .... deest ½ columna |

104ʳ col. 1 ...... καὶ ἡ ΗΓ καὶ ......

η'.

⟨Ὁ̣μ̣ο̣ί̣|ω̣ς̣ δ̣ὲ̣ θ̣ε̣ω̣ρ̣ε̣ῖ̣τ̣⟩αι διὰ τοῦ ⟨α̣ὐ̣|τ̣ο̣ῦ̣ τ̣ρ̣ό̣-π̣ο̣υ̣ κ̣α̣ί̣, ὅ̣τ̣ι̣⟩ π̣ᾶ̣ν̣ τμῆμα ⟨σ̣φ̣α̣ι̣|ρ̣ο̣ε̣ι̣δ̣έ̣ο̣ς̣⟩ ἀποτετμημένον ἐπιπέδῳ | ὀρθῷ πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα | τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ | ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν | λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἥ τε | ἡμίσ̣ε̣ι̣α̣ τοῦ ἄξονος τοῦ ⟨σ̣⟩φαιρο|⟨ε̣ι̣δ̣έ̣ο̣ς̣⟩ καὶ | ⟨τ̣ο̣ῦ̣ ἄ̣ξ̣ο̣-ν̣ο̣ς̣⟩ τοῦ | ⟨ἀ̣ν̣τ̣ι̣⟩κειμέ|νου ⟨τ̣μ̣ή̣μ̣α̣|τ̣ο̣ς̣⟩ πρὸ⟨ς̣ | τ̣ὸ̣ν̣ ἄ̣ξ̣ο̣ν̣α̣ τ̣ο̣ῦ̣ | ἀ̣ν̣τ̣ι̣κ̣ε̣ι̣μ̣έ̣|ν̣ο̣υ̣ τ̣μ̣ή̣μ̣α̣τ̣ο̣ς̣⟩.

θ'.

⟨Π̣α̣ν̣τ̣ὸ̣ς̣ τ̣μ̣ή̣μ̣α̣τ̣ο̣ς̣ σ̣φ̣α̣ί̣ρ̣α̣ς̣ | τ̣ὸ̣ κ̣έ̣ν̣τ̣ρ̣ο̣ν̣ τ̣ο̣ῦ̣ β̣ά̣-ρ̣ο̣υ̣ς̣ ἐ̣σ̣τ̣ὶ̣ν̣ ἐ̣π̣ὶ̣ τ̣ῆ̣ς̣ | ε̣ὐ̣θ̣ε̣ί̣α̣ς̣, ἥ̣ ἐ̣σ̣τ̣ι̣ν̣ ἄ̣ξ̣ω̣ν̣ τ̣ο̣ῦ̣ τ̣μ̣ή̣-μ̣α̣τ̣ο̣ς̣, | δ̣ι̣η̣ρ̣η̣μ̣έ̣ν̣η̣ς̣ ο̣ὕ̣τ̣ω̣ς̣, ὥ̣σ̣τ̣ε̣ τ̣ὸ̣ | μ̣έ̣ρ̣ο̣ς̣ α̣ὐ̣τ̣ῆ̣ς̣ τ̣ὸ̣ π̣ρ̣ὸ̣ς̣ τ̣ῇ̣ κ̣ο̣ρ̣υ̣|φ̣ῇ̣ τ̣ο̣ῦ̣ τ̣μ̣ή̣μ̣α̣τ̣ο̣ς̣ π̣ρ̣ὸ̣ς̣ τ̣ὸ̣ λ̣ο̣ι̣π̣ὸ̣ν̣ | τ̣ο̣ῦ̣τ̣ο̣ν̣ ἔ̣χ̣ε̣ι̣ν̣ τ̣ὸ̣ν̣ λ̣ό̣γ̣ο̣ν̣, ὃ̣ν̣ ἔ̣χ̣ε̣ι̣ σ̣υ̣|ν̣α̣μ̣φ̣ό̣τ̣ε̣ρ̣ο̣ν̣ ὅ̣ τ̣ε̣ ἄ̣ξ̣ω̣ν̣ τ̣ο̣ῦ̣ τ̣μ̣ή̣|μ̣α̣τ̣ο̣ς̣ κ̣α̣ὶ̣ ἡ̣ τ̣ε̣τ̣ρ̣α̣π̣λ̣α̣σ̣ί̣α̣ τ̣ο̣ῦ̣ | ἄ̣ξ̣ο̣ν̣ο̣ς̣ τ̣ο̣ῦ̣ ἐ̣ν̣ τ̣ῷ̣ ἀ̣ν̣τ̣ι̣κ̣ε̣ι̣μ̣έ̣ν̣ῳ̣ | τ̣μ̣ή̣μ̣α̣τ̣ι̣ π̣ρ̣ὸ̣ς̣ σ̣υ̣ν̣α̣μ̣φ̣ό̣τ̣ε̣ρ̣ο̣ν̣ τ̣ό̣ν̣ | τ̣ε̣ ἄ̣ξ̣ο̣ν̣α̣ τ̣ο̣ῦ̣ τ̣μ̣ή̣μ̣α̣τ̣ο̣ς̣ κ̣α̣ὶ̣ τ̣ὴ̣ν̣ | δ̣ι̣π̣λ̣α̣σ̣ί̣α̣ν̣ τ̣ο̣ῦ̣ ἄ̣ξ̣ο̣ν̣ο̣ς̣ τ̣ο̣ῦ̣ ἐ̣ν̣ τ̣ῷ̣ | ἀ̣ν̣τ̣ι̣κ̣ε̣ι̣μ̣έ̣ν̣ῳ̣ τ̣μ̣ή̣μ̣α̣τ̣ι̣ ἐ̣μ̣π̣ε̣ρ̣ι̣-ε̣|χ̣ο̣μ̣έ̣ν̣ο̣υ̣.⟩ .... | .... | .... | .... | .... ⟨τ̣ο̣ῦ̣ δ̣ὲ̣ |

104ʳ col. 2 ἀ̣π̣ο̣τ̣ε̣⟩τμηκότος ⟨τ̣ὸ̣ τ̣μ̣ῆ̣μ̣α̣ ἐ̣π̣ι̣|π̣έ̣δ̣ο̣ν̣ ἡ̣ Β̣Δ̣, ἡ̣ δ̣ὲ̣⟩ Γ̣Α̣ εὐθεῖα διά|⟨μ̣ε̣⟩τρ̣⟨ο̣ς̣ ἔ̣σ̣τ̣ω̣ ὀ̣ρ̣θ̣ὴ̣ π̣ρ̣ὸ̣ς̣ τ̣ὴ̣ν̣⟩ | ΒΔ

ad segmentum $AB\Delta$ *cum cono* AEZ. *itaque erit, ut* $\Theta A^2 : \Phi\Gamma \times AX$, *ita cylindrus ad segmentum. sed, ut* $\Theta A^2 : \frac{1}{3} BH^2$, *ita cylindrus ad conum* $AB\Delta$; *et* $\Theta A^2 : \frac{1}{3} BH^2 = \Theta A^2 : \Gamma H \times H\Phi$; *itaque, ut* $\Phi\Gamma \times AX : \Gamma H \times H\Phi$, *ita segmentum* $AB\Delta$ *ad conum* $AB\Delta$. *et quoniam est* $AH = 2AX = A\Phi + \Phi H = 3\Phi H$, *et* $\Phi\Gamma = \Phi H + H\Gamma = \frac{1}{3} AH + H\Gamma$, *erit* $\Phi\Gamma \times AX = \frac{1}{3} AH \times \frac{3}{2} \Phi H + H\Gamma \times \frac{3}{2} \Phi H = \Phi H \times (\frac{1}{2} A\Gamma + H\Gamma) = \Phi H \times H\Omega$. *ergo erit, ut* $H\Omega : H\Gamma$, *ita segmentum* $AB\Delta$ *ad conum* $AB\Delta$.

VIII.

Similiter autem per eandem methodum hoc quoque examinatur, quoduis segmentum sphaeroidis plano perpendiculari abscisum ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, axemque eundem eam habere rationem, quam habeant uterque simul et dimidius axis sphaeroidis et axis segmenti oppositi ad axem segmenti oppositi.[1])

IX.

Cuiusuis segmenti sphaerae centrum grauitatis positum est in recta, quae axis est segmenti, ita secta, ut pars eius ad uerticem segmenti posita ad reliquam eam rationem habeat, quam utrumque simul et axis segmenti et quadruplum axis segmenti oppositi ad utrumque simul et axem segmenti et duplum axis in segmento opposito comprehensi.[2])

Sit sphaera, et ab ea plano perpendiculari segmentum abscindatur, sphaera autem alio plano per centrum secta superficiei sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, plani autem segmentum abscindentis recta $B\Delta$, et recta ΓA diametrus sit ad $B\Delta$ per-

1) De conoid. et sphaeroid. 29 et 31.
2) Supplendum ad formam prop. X p. 482, 31 sqq.

---

1 οὐ] οὐ ἠ. **7** η′] om. **13—15** hic fig. p. 470. **16** ϑ′] om.

*καὶ τετμή⟨σθω κ⟩ατ⟨ὰ τὸ Η ση|μεῖον· ὥ⟩στε τοῦ
τμήμ⟨ατος, οὗ κορυ⟩|φὴ τὸ Α σημεῖον, ἄξων ⟨ἔσται
ἡ ΑΗ,⟩ | τ⟨οῦ δ⟩ὲ ἀντικειμέν⟨ου ἄξων ἡ | Η⟩Γ.
τετμήσθω δὲ ἡ ΑΗ κατὰ ⟨τὸ Χ, | ὥστε⟩ εἶναι, ὡς
τὴν ⟨Α⟩Χ πρὸς ΧΗ, ⟨οὕ|τως τήν τε ΑΗ καὶ τὴν⟩
τετρα|⟨πλασί⟩αν τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ | τὴν
διπλασίαν ⟨τῆς | ΗΓ. λ⟩έγω, ὅτι | ⟨τοῦ τ⟩μ⟨ήματος,|
οὗ⟩ κορυφὴ | τὸ Α ση|μεῖον, | ⟨κ⟩έντρ⟨ον τοῦ | βάρους*
166r col. 1 *ἐστι | τὸ⟩ Χ | ...... | .... | φοτέροις .... τμη-
μ ..., οὗ κορυ|⟨φὴ⟩ ... σημεῖον ...... ΗΑ .. | ἐχ ..
.... | .... τὴν Η. λόγον | .... κέν-
τρον ... | .... | ... Χ. εἰ .. τμηθη ... ρ .... |
.... χηματ .. μει . | ... ω ... ἐν δὴ ... τέρ .... |
... καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ, καὶ κείσ|θω αὐτῇ ἴση ἡ
ΑΘ καὶ τῇ ἐκ τοῦ | κέντρου τῆς σφαίρας ἴση ἡ ΓΞ, |
καὶ νοείσθω ζυγὸς ἡ ΓΘ, μέσον δὲ αὐ|τοῦ τὸ Α, γε-
γράφθω δὲ καὶ κύκλος | ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἀποτέμνον- |
τι τὸ τμῆμα κέντρῳ μὲν τῷ Η, | διαστήματι δὲ τῷ ἴσῳ
τῇ ΑΗ, καὶ | ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου ⟨γεγράφ|θω*
167v col. 1 *κῶνος κορυφὴν ἔχων τὸ Α σημεῖον,⟩ | πλευραὶ δὲ
ἔστωσαν τοῦ κώνου | αἱ ΑΕ, ΑΖ, καὶ ἤχθω τις τῇ
ΕΖ πα|ράλληλος ἡ ΚΛ καὶ συμβαλλέτω τῇ | μὲν περι-
φερείᾳ τοῦ τμήματος | κατὰ τὰ Κ, Λ, ταῖς δὲ τοῦ
ΑΕΖ κώ|νου πλευραῖς κατὰ τὰ Ρ, Ο, τῇ δὲ | ΑΓ
κατὰ τὸ Π. ἐπεὶ δή ἐστιν, ὡς ἡ ΑΓ | πρὸς ΑΠ, οὕ-
τως τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΑΠ, καί ἐστι τῷ μὲν
ἀπὸ ΚΑ ἴσα τὰ ἀ|πὸ τῶν ΑΠ, ΠΚ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς
ΑΠ | τὸ ἀπὸ ΠΟ, ἐπεὶ καὶ τῷ ἀπὸ ΑΗ τὸ ἀ|πὸ τῆς
ΕΗ ἐστιν ἴσον, ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΠ, | οὕτως τὰ
ἀπὸ ΚΠ, ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΠ. | ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΚΠ,
ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΟ, | οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διά-*

μετρον τὴν ΚΛ | καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ πρὸς τὸν κύ|κλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ, | καὶ ἴση 166r col. 2 *ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΠ, οὕ-*

---

pendicularis et ab ea secetur in puncto H; segmenti igitur, cuius uertex est punctum A, axis erit AH, oppositi uero segmenti $H\Gamma$. recta autem AH in X ita secetur, ut sit

$$AX : XH = AH + 4\,H\Gamma : AH + 2\,H\Gamma.$$

dico, segmenti, cuius uertex sit punctum A, centrum grauitatis esse X.[1]) . . . .
. . . . et producatur $A\Gamma$, sitque $A\Theta = A\Gamma$ et $\Gamma\Xi$ radio circuli aequalis, $\Gamma\Theta$ autem libra fingatur mediumque eius punctum A, praeterea autem in plano segmentum abscindenti centro H radioque rectae AH aequali circulus describatur, et in hoc circulo conus construatur uerticem habens punctum A, lateraque coni sint AE, AZ, et recta aliqua $K\Lambda$ ducatur rectae EZ parallela, quae cum ambitu segmenti concurrat in K, Λ, cum lateribus autem coni AEZ in P, O, et cum recta $A\Gamma$ in Π. iam quoniam est

$$A\Gamma : A\Pi = K\Lambda^2 : A\Pi^2$$

[Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.; V def. 9], et

$$K\Lambda^2 = A\Pi^2 + \Pi K^2$$

[Eucl. I, 47], et $A\Pi^2 = \Pi O^2$ [Eucl. VI, 4], quia etiam $AH^2 = EH^2$, erit

$$\Gamma A : A\Pi = K\Pi^2 + \Pi O^2 : O\Pi^2.$$

sed, ut $K\Pi^2 + \Pi O^2 : \Pi O^2$, ita circulus circum diametrum $K\Lambda$ descriptus circulusque circum diametrum OP descriptus ad circulum circum diametrum OP descriptum [Eucl. XII, 2], et $\Gamma A = A\Theta$; quare, ut $\Theta A : A\Pi$, ita circulus circum dia-

---

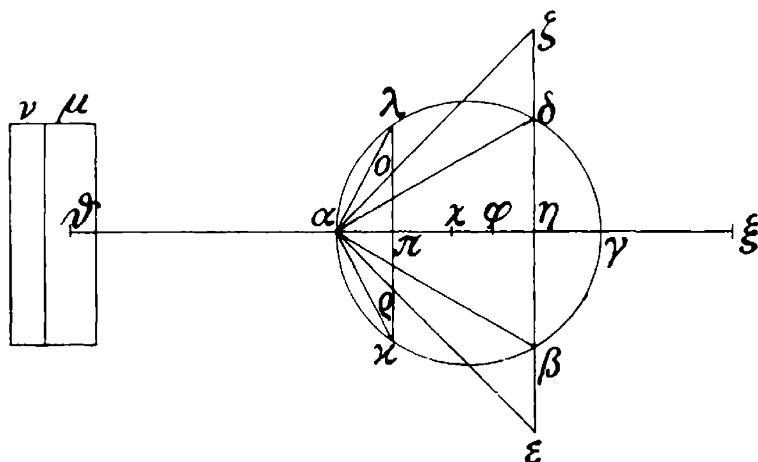
1) Lin. 9—13 supplere non possum, quia non uideo, quid ad demonstrationem praeparandam desideretur.

6—9 hic fig. p. 479. 6 *τῆς* — 9 *διπλασίαν*] om. 16 *ἡ ΓΘ*] *τό*. 24 *AEZ*] *AEAZ*. 25 *Π*] *Η ἐπι*. 31 *ὁ*] om.

τως ὁ περὶ διάμετρον τὴν | ΚΑ καὶ ὁ περὶ διαμέτρον τὴν ΟΡ κύ|κλος πρὸς τὸν περὶ τὴν ΟΡ. ἐπεὶ οὖν, ὡς οἱ | περὶ διαμέτρους τὰς ΚΑ, ΟΡ κύκλοι | πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ, | οὕτως ἡ ΑΘ πρὸς ΠΑ, μετακείσθω ὁ περὶ | διάμετρον τὴν ΟΡ κύκλος καὶ κείσθω | τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς | ΑΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν | ΚΑ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ αὐ|τοῦ μένοντες πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ | διάμετρον τὴν ΟΡ μετενεχθέντα καὶ | τεθέντα τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε | κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ | Θ· ἰσόρροποι ἄρα οἱ κύκλοι ὅ τε ἐν τῷ | τμήματι τῷ ΒΑΔ καὶ ὁ ἐν τῷ ΑΕΖ | ⟨κώνῳ τῷ ἐν τῷ ΑΕΖ
167v col. 2 κώνῳ περὶ⟩ | τὸ Α. ὁμοίως δὲ καὶ πάντες οἱ κύκλοι | οἱ ἐν τῷ ΒΑΔ τμήματι καὶ ἐν τῷ | ΑΕΖ κώνῳ αὐτοῦ μένοντες κατὰ | τὸ Α σημεῖον ἰσόρροποι πᾶσι τοῖς | κύκλοις τοῖς ἐν τῷ ΑΕΖ κώνῳ με|τενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐ- | τῶν τοῦ βάρους τὸ Θ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΔ | τμῆμα τῆς σφαίρας καὶ ὁ ΑΕΖ | κῶνος ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖ|ον αὐτοῦ μένοντα τῷ ΕΑΖ κώνῳ | μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐ|τοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. ἔστω δὲ τῷ κώνῳ | τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ | διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλον,
166v col. 1 κορυφὴν δὲ | τὸ Α σημεῖον, ἴσος κύλινδρος ὁ | ΜΝ, καὶ τετμήσθω ἡ ΑΗ κατὰ τὸ | Φ, ὥστε τετραπλασίαν εἶναι τὴν | ΑΗ τῆς ΦΗ· τὸ Φ ἄρα σημεῖον κέντρον | ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΕΑΖ κώνου· τοῦ|το γὰρ προ-

28 προγράφεται] προσγράφεται.

metrum $K\Lambda$ descriptus circulusque circum diametrum OP descriptus ad circulum circum OP descriptum. quoniam igitur est, ut circuli circum diametros $K\Lambda$, OP descripti ad circulum circum diametrum OP descriptum, ita $A\Theta : \Pi A$, transponatur circulus circum diametrum OP descriptus et ad Θ punctum librae ita collocetur, ut centrum grauitatis eius sit Θ; itaque, ut $\Theta A : A\Pi$, ita circulus circum diametrum $K\Lambda$ descriptus circulusque circum diametrum OP descriptus suo loco manentes ad circulum circum diametrum OP descriptum transpositum et ad Θ punctum librae ita



collocatum, ut centrum grauitatis eius sit Θ; itaque circuli in segmento $BA\Delta$ conoque AEZ effecti cum circulo in cono AEZ effecto circum punctum A aequilibritatem seruant. similiter autem etiam omnes circuli segmenti $BA\Delta$ conique AEZ suo loco manentes cum omnibus circulis coni AEZ transpositis et ad Θ punctum librae ita collocatis, ut centrum grauitatis eorum sit Θ, ad punctum A aequilibritatem seruabunt; quare etiam segmentum sphaerae $AB\Delta$ conusque AEZ suo loco manentia circum punctum A aequilibritatem seruant cum cono EAZ transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ. iam cono basim habenti circulum circum diametrum EZ descriptum, uerticem autem punctum A, aequalis sit cylindrus MN, et AH in Φ ita secetur, ut sit $AH = 4\,\Phi H$; punctum Φ igi-

γράφεται. καὶ τετμήσθω | ἔτι ὁ ΜΝ κύλινδρος ἐπιπέδῳ | τέμνοντι πρὸς ὀρθάς, ⟨ὥστε τὸν Μ κύλιν⟩|δρον ἰσορροπεῖν τῷ ΕΑΖ κώνῳ. | ἐπεὶ οὖν ἰσόρροπος ὁ ΕΑΖ κῶνος | καὶ τὸ ΑΒΔ τμῆμα αὐτοῦ μένον|τα τῷ ΕΑΖ κώνῳ μετενεχθέντι | καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥσ|τε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους | τὸ Θ, καί ἐστιν τῷ ΕΑΖ κώνῳ ἴσος | ὁ ΜΝ κύλινδρος, καὶ κεῖται ἑκά|τερος τῶν Μ, Ν κυλίνδρων κατὰ | τὸ Θ, καὶ
167r col. 1 *ἰσόρροπος ὁ ΜΝ κύλιν|δρος ἑκατέροις, ἰσόρροπος καὶ ὁ Ν τῷ | τμήματι τῆς σφαίρας κατὰ | τὸ Α σημεῖον. καί [ἐπεί] ἐστιν, ὡς τὸ | ΒΑΔ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν | κῶνον, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμε|τρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ | τὸ Α σημεῖον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΗΓ· τοῦ|το γὰρ προγράφεται. ὡς δὲ ὁ ΒΑΔ | κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ὁ | κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ | πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμε|τρον τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν | κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ | ΗΕ, καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ ΒΗ ἴσον τὸ | ὑπὸ ΓΗ, ΗΑ, τῷ δὲ ἀπὸ ΗΕ ἴσον τὸ | ἀπὸ*
166v col. 2 *ΗΑ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΑ πρὸς τὸ | ἀπὸ ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ· ὡς ἄρα | ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, | οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς | ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸ ΒΑΔ τμῆμα, | οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΞ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ΒΑΔ τμῆμα | πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς | ΗΑ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΑΧ πρὸς ΧΗ, | οὕτως ἡ ΗΑ καὶ ἡ τετραπλασία | τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλα|σίαν τῆς ΗΓ, ἀνάπαλιν ἔσται, | ὡς ἡ ΗΧ πρὸς ΧΑ, οὕτως ἡ διπλασία | τῆς ΓΗ καὶ ἡ ΗΑ | πρὸς τὴν τετραπλῆν τῆς ΓΗ καὶ τὴν | ΗΑ. συνθέντι, ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως | ἡ ἑξαπλασία τῆς ΓΗ καὶ δι-*

tur centrum grauitatis est coni EAZ; hoc enim praemisimus [lemm. 10]. praeterea cylindrus MN plano perpendiculari ita secetur, ut cylindrus M cum cono EAZ aequilibritatem seruet. quoniam igitur conus EAZ segmentumque $AB\Delta$ suo loco manentia aequilibritatem seruant cum cono EAZ transposito et ad Θ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit Θ, et cono EAZ aequalis est cylindrus MN, uterque autem cylindrorum M, N ad Θ positus est, et cylindrus MN cum utroque[1]) aequilibritatem seruat, etiam N cum segmento sphaerae ad punctum A aequilibritatem seruat. et est, ut $BA\Delta$ segmentum sphaerae ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, uertex autem punctum A, ita $\Xi H : H\Gamma$ (hoc enim antea demonstratum est [prop. VII]). et ut $BA\Delta$ conus ad conum EAZ, ita circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus ad circulum circum diametrum EZ descriptum [Eucl. XII, 11]; uerum, ut circulus ad circulum, ita $BH^2 : HE^2$ [Eucl. XII, 2], et $BH^2 = \Gamma H \times HA$ [Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.], $HE^2 = HA^2$, $\Gamma H \times HA : HA^2 = \Gamma H : HA$; erit igitur, ut conus $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Gamma H : HA$. demonstrauimus autem [lin. 11 sqq.], esse etiam, ut conus $BA\Delta$ ad segmentum $BA\Delta$, ita $\Gamma H : H\Xi$; ex aequo igitur erit, ut segmentum $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Xi H : HA$ [Eucl. V, 22]. et quoniam est

$$AX : XH = HA + 4\,H\Gamma : AH + 2\,H\Gamma,$$

e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] erit

$$HX : XA = 2\,\Gamma H + HA : 4\,\Gamma H + HA.$$

componendo [Eucl. V, 18] igitur

$$HA : AX = 6\,\Gamma H + 2\,HA : HA + 4\,H\Gamma.$$

1) H. e. segmento et cono. sed uereor, ne lin. 7—10 aliquid male aut lectum sit aut scriptum.

7 τῷ] τὸ. 8 τῶν M, N κυλίνδρων] τῷ MN κυλίνδρῳ. 11 ἐπεί] deleo coll. lin. 22 sqq. 14 προγράφεται] προσγράφεται. 15 EAZ] EZ. 23 τὸ] om. 29 HA] ἐξαπλῆ τῆς HA. 31 ἐξαπλασία] ἐξαπλασίαν. διπλασία] διπλασίαν.

πλα|σία τῆς ΗΑ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ τετρα|πλῆν τῆς ΗΓ. καὶ τῆς μὲν ἑξαπλα|σίας τῆς ΗΓ καὶ διπλασίας 167r col. 2 *τῆς | ΗΑ ἡ ΗΞ, τῆς δὲ τετραπλασίας τῆς | ΗΓ καὶ τῆς ΗΑ τέταρτον μέρος | ἡ ΓΦ· τοῦτο γὰρ φανερόν· ὡς ἄρα | ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΓΦ· ὥστε | καί, ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ. | ἐδείχθη δὲ καί, ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως | τὸ τμῆμα, οὗ ἐστι κορυφὴ τὸ Α σημεῖον, | βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ | κύκλος, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ ἐστι κορυφὴ | τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμε-|τρον τὴν ΕΖ κύκλος· ὡς ἄρα τὸ ΒΑΔ | τμῆμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ | ΓΦ πρὸς ΧΑ. καὶ ἐπεὶ ἰσόρροπος ὁ Μ | κύλινδρος τῷ ΕΑΖ κώνῳ κατὰ | τὸ Α, καί ἐστι τοῦ μὲν κυλίνδρου κέν|τρον βάρους τὸ Θ, τοῦ δὲ ΕΑΖ κώνου | τὸ Φ, ἔσται ἄρα, ὡς ὁ ΕΑΖ* 48r col. 1 *κῶνος πρὸς τὸν | Μ κύλινδρον, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΦ, τουτέστιν | ἡ ΓΑ πρὸς ΑΦ. καί ἐστι τῷ ΕΑΖ κώνῳ | ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος· διελόντι ἄρα, | ὡς ὁ ΜΝ κύλινδρος πρὸς τὸν Ν κύ|λινδρον, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΦ. καί ἐστιν | ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος τῷ ΕΑΖ κώ-|νῳ· ὡς ἄρα ὁ ΕΑΖ κῶνος πρὸς τὸν Ν | κύλινδρον, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΓΦ, τουτέστιν | ἡ ΘΑ πρὸς ΓΦ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ Β|ΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως | ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ· δι' ἴσου ἄρα ἔσται, ὡς τὸ ΑΒΔ | τμῆμα πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ | ΘΑ πρὸς ΑΧ. καὶ ἐδείχθη ἰσόρροπον | τὸ ΒΑΔ τμῆμα τῷ Ν κυλίνδρῳ | κατὰ τὸ Α, καί ἐστι τοῦ Ν κυλίνδρου | κέντρον βάρους τὸ Θ· καὶ τοῦ ΒΑΔ | ἄρα τμήματος κέντρον τὸ Χ σημεῖον. | [τὸ σχῆμα].*

---

1 *τῆς* (pr.)] *τήν.* *τῆς* (alt.)] *τήν.* 18 *διελόντι — κύλινδρος*] om.

ι'. 41v col. 1

Ὁμοίως δὲ τούτοις θεωρεῖται καί, | ὅτι παντὸς τμή- 48r col. 2
ματος σφαιροειδέος | τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους ἐπὶ
τῆς | εὐθείας, ἥ ἐστιν ἄξων τοῦ τμήματος, | διῃρημένης 33

---

et $H\Xi = \frac{1}{4}(6\,H\Gamma + 2\,HA)$, $\Gamma\Phi = \frac{1}{4}(4\,H\Gamma + HA)$; hoc enim manifestum est;[1]) quare $HA : AX = \Xi H : \Gamma\Phi$ [Eucl. V, 15]; itaque etiam [Eucl. V, 16] $\Xi H : HA = \Gamma\Phi : XA$. demonstrauimus autem etiam, esse, ut $\Xi H : HA$, ita segmentum, cuius uertex sit punctum A, basis autem circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, ad conum, cuius uertex sit punctum A, basis autem circulus circum diametrum EZ descriptus; quare, ut segmentum $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Gamma\Phi : XA$. et quoniam cylindrus M cum cono EAZ ad A aequilibritatem seruat, centrumque grauitatis cylindri est Θ, coni EAZ autem Φ, erit, ut conus EAZ ad cylindrum M, ita $\Theta A : A\Phi$ siue $\Gamma A : A\Phi$. et cono EAZ aequalis est cylindrus MN; itaque dirimendo [Eucl. V, 17], ut cylindrus MN ad cylindrum N, ita $A\Gamma : \Gamma\Phi$. et cylindrus MN cono EAZ aequalis est; quare, ut conus EAZ ad cylindrum N, ita $\Gamma A : \Gamma\Phi$ siue $\Theta A : \Gamma\Phi$. demonstrauimus autem etiam, esse, ut segmentum $BA\Delta$ ad conum EAZ, ita $\Gamma\Phi : XA$; ex aequo igitur erit, ut segmentum $AB\Delta$ ad cylindrum N, ita $\Theta A : AX$ [Eucl. V, 22]. demonstrauimus autem, segmentum $BA\Delta$ cum cylindro N ad A aequilibritatem seruare; et cylindri N centrum grauitatis est Θ; ergo etiam segmenti $BA\Delta$ centrum grauitatis est punctum X.

X.

Similiter ac haec hoc quoque examinatur, cuiusuis segmenti sphaeroidis centrum grauitatis positum esse in recta,

---

1) Nam $\frac{3}{2} H\Gamma + \frac{1}{2} HA = H\Gamma + \frac{1}{2}(\Gamma H + HA) = H\Gamma + \frac{1}{2} A\Gamma = H\Gamma + \Gamma\Xi$, et $H\Gamma + \frac{1}{4} HA = \Gamma H + H\Phi$.

---

30 Hic fig. p. 479. ι'] om.

τῆς εὐθείας, ὥστε | τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κο- | ρυφῇ τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν | τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συ|ναμφότερον ὅ τε ἄξων τοῦ τμή- | ματος καὶ ἡ τετραπλασία τοῦ | ἄξονος τοῦ ἐν τῷ ἀντικειμένῳ | τμήματι πρὸς συναμφότερον τόν | τε ἄξονα τοῦ τμήματος καὶ τὴν | διπλασίαν τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῷ | ἀντικειμένῳ τμήματι ἐμπεριε|χομένου.

ια΄.

41ᵛ col. 2 *Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου | ⟨καί, ὅτι πᾶν τμῆμα ἀμβλυγωνίου κωνο|ειδέος⟩ πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχον|τα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ | ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, | ὃν ἔχει συναμφότερος ὅ τε ἄξων | τοῦ τμήματος καὶ ἡ τριπλασία | τῆς προσούσης τῷ ἄξονι πρὸς συ|ναμφότερον τόν τε ἄξονα τοῦ τμή- | ματος τοῦ κωνοειδοῦς καὶ τὴν δι|πλασίαν τῆς προσούσης τῷ ἄξο|νι, κέντρον δὲ τοῦ βάρους τοῦ ἀμβλυ- | γωνίου κωνοειδέος τμηθέντος | τοῦ ἄξονος, ⟨ὥστε⟩ τὸ πρὸς τῇ | κορυφῇ τμῆμα πρὸς τὸ λοιπὸν | λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ὅ τε τριπλάσιος | τοῦ ἄξονος ⟨καὶ ἡ ὀκταπλασία⟩ |*
48ᵛ col. 1 *τῆς προσκειμένης πρὸς τὸν ἄξονα | αὐτοῦ τοῦ κωνοειδέος καὶ τὴν τετρα|πλασίαν αὐτῆς τῆς προσκειμένης | πρὸς αὐτόν· καὶ ἄλλων πλειόνων ἃ | .... θεωρουμένων τὰ | ..... περιλήψομεν δη ...΄τως, | ἐπεὶ ὁ τρόπος ὑποδέδεικται διὰ τῶν | προειρημένων.*

ιβ΄.

Ἐὰν εἰς πρίσμα | ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις | κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν βά|σεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναντίον | τετραγώνοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῶν | λοιπῶν [παραλληλογράμμων] | τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομέ- |

quae axis sit segmenti, ita secta, ut pars eius ad uerticem segmenti posita ad reliquam eam rationem habeat, quam habeat utrumque et axis segmenti et quadruplum axis segmenti oppositi ad utrumque simul et axem segmenti et duplum axis in segmento opposito comprehensi.

XI.

Per methodum autem nostram hoc quoque examinatur, quoduis segmentum conoidis obtusianguli ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, axemque eundem eam rationem habere, quam habeat utrumque simul et axis segmenti et triplum rectae ad axem adiectae ad utrumque simul et axem segmenti conoidis et duplum rectae ad axem adiectae,[1]) et centrum grauitatis conoidis obtusianguli in axe positum esse[2]) ita secto, ut pars ad uerticem posita ad reliquam eam rationem habeat, quam habeat triplum axis octuplumque rectae ad axem adiectae ad axem ipsius[3]) conoidis quadruplumque ipsius rectae ad eum adiectae. et cum alia complura eiusmodi per hanc methodum examinari possint, reliqua nunc non adsumemus,[4]) quia methodus nostra per ea, quae iam diximus, satis significata est.

XII.

Si in prisma rectum quadratas habens bases cylindrus inscribitur bases in quadratis oppositis habens positas, super-

1) De conoid. et sphaeroid. 25.

2) Uerbum eiusmodi addendum lin. 17, cogitatione saltem.

3) Nisi sequeretur *αὐτῆς τῆς* lin. 21, scriberem *αὐτὸν τοῦ* lin. 20; neque enim intellego, cur ipsius additum sit.

4) Fortasse lin. 23 scribendum *περιλείψομεν*. sed hoc quoque fieri potest, ut lin. 22—23 hunc in modum supplendae sint: quibus nunc omissis ea tantum adiungemus, quae ab initio significauimus.

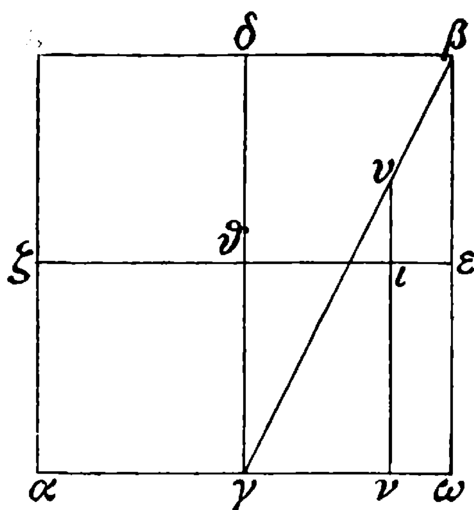
2 *ἔχειν*] *ἔχει*. 7 *ἐμπεριεχομένου*] *ἐμπεριεχομένη*. 8 *ια´*] om. 18 *τὸ*] *τὸν*. *ἔχειν*] *ἔχει*. 20 *προσκειμένης*] *προκειμένης*. 21 *προσκειμένης*] *προκειμένης*. 25 *ιβ´*] om. 26 *ἔχον*] *ἔχοντι*. 29 *παραλληλογράμμων*] deleo. *ἐφαπτομένην*] *ἐφαπτόμενον*.

νην, διὰ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι | βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μιᾶς πλευ|⟨ρᾶς τοῦ ἀπεναντίον τε- (41r col. 1) τραγώνου ἐπίπε⟩|δον ἀχθῇ, ὅτι τὸ ἀποτμηθὲν σχῆ-| μα ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος ἐπιπέδου | ⟨ἕκτον⟩ ἐστὶ μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος, | διὰ τοῦ τρόπου τούτου θεωρεῖται. | δείξαντες δὴ ἀναχωρήσομεν | ἐπὶ τὴν διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀπόδειξιν αὐτοῦ.

νοείσθω | πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον | βάσεις καὶ ἐν τῷ πρίσματι κύλιν|δρος ἐγγεγραμμένος, ὡς εἴρη|ται, τμηθέντος δὲ τοῦ πρίσμα|τος διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ ὀρ|θῷ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμη|κὸς τὸ τμῆμα τοῦ κυλίνδρου τοῦ | μὲν πρίσματος τοῦ τὸν κύλινδρον | ἔχοντος τομὴ ἔστω τὸ AB παραλληλό- | (48v col. 2) γραμμον, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀ|ποτετμηκότος τὸ τμῆμα ἀπὸ | τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξο|νος ἠγμένου ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς | τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμηκὸς τὸ | ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμῆμα κοι|νὴ τομὴ ἔστω ἡ $B\Gamma$ εὐθεῖα, ἄξων | δὲ ἔστω τοῦ πρίσματος καὶ τοῦ | κυλίνδρου ἡ $\Gamma\Delta$ εὐθεῖα, καὶ τεμνέ|τω αὐτὴν ἡ EZ δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς, | καὶ διὰ τῆς EZ ἐπίπεδον ἀνεστάτω | ὀρθὸν πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$· ποιήσει δὴ τοῦ|το ἐν μὲν τῷ πρίσματι τομὴν | τετράγωνον, ἐν δὲ τῷ κυλίνδρῳ | τομὴν κύκλον. ἔστω οὖν τοῦ μὲν | πρίσματος τομὴ τὸ MN τετρά|γωνον, τοῦ δὲ κυλίνδρου ὁ $\Xi O\Pi P$ | ⟨κύ- (41r col. 2) κλος, καὶ ἐφαπτέσθω ὁ κύκλος⟩ | τῶν τοῦ τετραγώνου πλευρῶν | κατὰ τὰ Ξ, O, Π, P σημεῖα, τοῦ δὲ | ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκότος | τὸ τμῆμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου | καὶ τοῦ διὰ τῆς EZ ἀχθέντος | ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸν ἄξονα | τοῦ κυλίνδρου κοινὴ τομὴ ἔστω | ἡ $K\Lambda$ εὐθεῖα· τέμνει δὲ αὐτὴν δίχα | ἡ $\Pi\Theta\Xi$. ἤχθω δέ τις εὐθεῖα ἐν τῷ | $O\Pi P$ ἡμικυκλίῳ ἡ ΣT πρὸς ὀρθὰς

ficiem autem quattuor reliqua plana contingentem, et per centrum circuli, qui basis est cylindri, latusque aliquod quadrati oppositi planum ducitur, figuram plano ducto abscisam sextam partem esse totius prismatis, per hanc methodum examinatur, quo monstrato[1]) ad geometricam eius demonstrationem redibimus.

fingatur prisma rectum quadratas bases habens cylindrusque in prismate inscriptus, uti diximus, prismate autem per axem secto plano ad planum segmentum cylindri abscindens perpendiculari prismatis cylindrum comprehendentis sectio sit parallelogrammum AB, plani autem segmentum a cylindro abscindentis planique per axem ducti ad planum segmentum cylindri abscindens perpendicularis communis sectio sit recta $B\Gamma$, axis autem prismatis cylindrique sit recta $\Gamma\Delta$, eamque recta EZ in duas partes aequales et ad angulos rectos secet, et per EZ planum erigatur ad $\Gamma\Delta$ perpendiculare; hoc igitur in prismate quadratum, in cylindro autem circulum sectionem efficiet. sit igitur prismatis sectio quadratum MN, cylindri autem circulus $\Xi O\Pi P$, qui latera quadrati contingat in punctis Ξ, O, Π, P, plani autem segmentum a cylindro abscindentis planique per EZ ducti ad axem cylindri perpendicularis communis sectio sit recta $K\Lambda$, quam recta $\Pi\Theta\Xi$ in duas partes aequales secat. et in semicirculo $O\Pi P$ recta aliqua ΣT ducatur ad ΠX perpendicu-



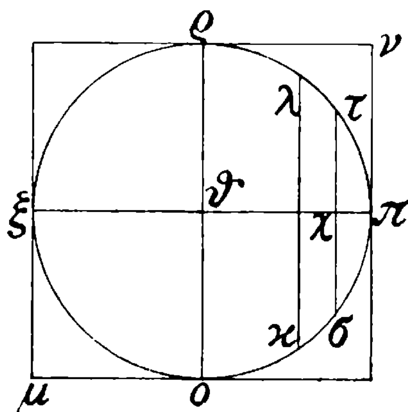
1) Prop. XIV; geometrica uero demonstratio est prop. XV.

1 ὅς] ὅ. 4 ἕκτον] aut omissum aut ϛ' scriptum. 6 δή] fort. δέ. 9 καί] om. 18 τό] om. Fig. non comparet.

οὖ|σα τῇ ΠΧ, καὶ ἀπὸ τῆς ΣΤ ἐπί|πεδον ἀνασταθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν | ΞΠ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα | τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ ἐστιν ὁ ΞΟΠΡ κύ|κλος· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν τῷ ἡμικυ|λίνδρῳ, οὗ ἐστι βάσις τὸ ΟΠΡ
47r col. 1 ἡμικύ|κλιον, ὕψος δὲ ὁ ἄξων τοῦ πρίσ|ματος, τομὴν παραλληλόγραμ|μον, οὗ ἔσται μία μὲν πλευρὰ ἡ ἴ|ση τῇ ΣΤ, ἡ δὲ ἑτέρα τῇ τοῦ κυ|λίνδρου πλευρᾷ, ποιήσει δὲ καὶ | ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτετμη|μένῳ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τομὴν | παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστιν ἡ μὲν | ἑτέρα πλευρὰ ἴση τῇ ΣΤ, ἡ δὲ | ἑτέρα τῇ ΝΥ· ἔστω δὲ | οὕτως ἡ ΝΥ ἠγμένη ἐν τῷ ΔΕ | παραλληλογράμμῳ παράλλη|λος οὖσα τῇ ΒΩ ἴσην ἀπολαμ|βάνουσα τὴν ΕΙ τῇ ΠΧ. καὶ ἐπεὶ | παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΓ, καὶ | παράλληλος ἡ ΝΙ τῇ ΘΓ, καὶ | διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΘ, ΓΒ, ἔστιν, ὡς | ἡ ΕΘ πρὸς ΘΙ, οὕτως ἡ ΩΓ πρὸς ΓΝ, του|τέστιν ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ. ὡς δὲ ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ, | οὕτως τὸ παραλληλόγραμμον τὸ γε-
42v col. 1 νόμενον | ⟨ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ πρὸς τὸ γε⟩|νόμενον ἐν τῷ ἀποτμήμα|τι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν | παραλληλογράμμων ἡ αὐτὴ | πλευρά ἐστιν ἡ ΣΤ· καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ | τῇ ΘΠ, ἡ δὲ ΙΘ τῇ ΧΘ· καὶ ἐπεὶ | ἴση ἐστὶν ἡ ΠΘ τῇ ΘΞ, ὡς ἄρα ἡ ΘΞ | πρὸς ΘΧ, οὕτως τὸ γενόμενον παραλ|ληλόγραμμον ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ | πρὸς τὸ γενόμενον ἐν τῷ ἀποτμή|ματι τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου.

νοείσ|θω μετακείμενον τὸ ἐν τῷ | τμήματι παραλληλόγραμμον | καὶ κείμενον κατὰ τὸ Ξ, ὥστε | κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ, | καὶ ἔτι νοείσθω ζυγὸς ἡ ΠΞ,
47r col. 2 μέσον | δὲ αὐτοῦ τὸ Θ· ἰσορροπεῖ δὴ περὶ | τὸ Θ σημεῖον τὸ παραλληλόγραμ|μον τὸ ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ αὐτ|οῦ μένον τῷ παραλληλογράμμῳ | τῷ γενομένῳ ἐν

laris, planumque in ΣT erectum ad $\Xi\Pi$ perpendiculare in utramque partem plani, in quo est circulus $\Xi O \Pi P$, producatur; hoc igitur in semicylindro, cuius basis est semicirculus $O\Pi P$, altitudo autem axis prismatis, sectionem efficiet parallelogrammum, cuius alterum latus rectae ΣT aequale est, alterum autem lateri cylindri, idemque in segmento a cylindro absciso sectionem efficiet parallelogrammum, cuius alterum latus rectae ΣT aequale erit, alterum autem rectae $N\Upsilon$, quae ita in parallelogrammo ΔE rectae $B\Omega$ parallela ducta sit, ut abscindat $EI = \Pi X$. et quoniam parallelogrammum est $E\Gamma$, et NI rectae $\Theta\Gamma$ parallela, et $E\Theta$, ΓB per eas ductae sunt inter se secantes, erit



$$E\Theta : \Theta I = \Omega\Gamma : \Gamma N = B\Omega : \Upsilon N \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

sed ut $B\Omega : \Upsilon N$, ita parallelogrammum in semicylindro ortum ad parallelogrammum in segmento a cylindro absciso ortum [Eucl. VI, 1]; nam utriusque parallelogrammi idem latus est ΣT; et $E\Theta = \Theta\Pi$, $I\Theta = X\Theta$; et quoniam $\Pi\Theta = \Theta\Xi$, erit, ut $\Theta\Xi : \Theta X$, ita parallelogrammum in semicylindro ortum ad parallelogrammum in segmento cylindri ortum.

parallelogrammum segmenti fingatur transpositum et ad Ξ ita collocatum, ut centrum grauitatis eius sit Ξ, et praeterea $\Pi\Xi$ libra fingatur, medium autem eius punctum Θ; itaque parallelogrammum semicylindri suo loco manens cum

2 τοῦ ἐπιπέδου] τὸ ἐπίπεδον. 3 ὁ] ἡ. 10 ΣT — τῇ] om. 15 ΓB] ΘB. οὕτως] οὕτως ὡς. 17 παραλληλόγραμμον] παράλληλον. 25 τῷ] om. 26 τὸ] τῷ. 28 ἔτι] ἐστι.

τῷ ἀποτμήμα|τι τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενεχθέν-|
τι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ | Ξ οὕτως, ὥστε
κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ | βάρους τὸ Ξ σημεῖον. καὶ
ἐπεί ἐστι | τοῦ μὲν παραλληλογράμμου τοῦ | γενομένου
ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ | κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τοῦ
δὲ πα|ραλληλογράμμου τοῦ γενομένου | ἐν τῷ τμήματι
τῷ ἀποτμηθέν|τι μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ | βάρους
τὸ Ξ, καὶ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον | ἡ ΞΘ πρὸς ΘΧ, ὃν
τὸ παραλληλόγραμ|μον, οὗ εἴπομεν κέντρον εἶναι | τοῦ
βάρους τὸ Χ, πρὸς τὸ παραλληλό|γραμμον, οὗ εἴπομεν
42v col. 2 κέντρον | εἶναι τοῦ βάρους τὸ Ξ, ἰσορροπήσει ἄρα
περὶ τὸ Θ τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ κέντρον τοῦ βά-
ρους τὸ Χ, τῷ παραλληλογράμμῳ, οὗ κέντρον τοῦ
βάρους τὸ Ξ. ὁμοίως δὲ | δειχθήσεται, ὅτι καί, ὅταν
ἄλλη τις | ἀχθῇ ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυκλίῳ πρὸς | ὀρθὰς
τῇ ΠΘ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀ|χθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ |
ὀρθὸν πρὸς τὴν ΠΘ καὶ ἐκβληθῇ ἐ|φ' ἑκάτερα τοῦ
ἐπιπέδου τοῦ, ἐ|ν ᾧ ἐστιν ὁ ΞΟΠΡ κύκλος, [ὅτι] τὸ
γινόμε|νον παραλληλόγραμμον ἐν τῷ | ἡμικυλινδρίῳ
ἰσόρροπον περὶ | τὸ Θ σημεῖον αὐτοῦ μένον τῷ πα- |
ραλληλογράμμῳ τῷ γενομένῳ | ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀπο-
τμηθέν|τι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενεχθέν|τι καὶ τε-
θέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ | Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι
47v col. 1 αὐτοῦ | τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον. καὶ πάντα | ἄρα τὰ
παραλληλόγραμμα τὰ γενό|μενα ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ
αὐτοῦ | μένοντα ἰσορροπήσει περὶ τὸ | Θ σημεῖον πᾶσι
τοῖς παραλληλο|γράμμοις τοῖς γενομένοις ἐν | τῷ τμή-
ματι τῷ ἀποτμηθέντι | ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενηνεγ-
μέ|νοις καὶ κειμένοις τοῦ ζυγοῦ κατὰ | τὸ Ξ ση-
μεῖον· ὥστε ἰσορροπεῖν καὶ τὸ ἡ|μικυλίνδριον αὐτοῦ
μένον περὶ | τὸ Θ σημεῖον τῷ τμήματι τῷ ἀ|ποτμη-

parallelogrammo in segmento cylindri orto transposito et ad Ξ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit punctum Ξ, circum Θ punctum aequilibritatem seruat. et quoniam parallelogrammi in semicylindro orti centrum grauitatis est X [lemm. 6], parallelogrammi autem in segmento absciso orti transpositi centrum grauitatis Ξ, et $\Xi\Theta : \Theta X$ eandem rationem habet, quam parallelogrammum, cuius centrum grauitatis punctum X esse diximus, ad parallelogrammum, cuius centrum grauitatis punctum Ξ esse diximus, parallelogrammum,[1]) cuius centrum grauitatis est X, cum parallelogrammo, cuius centrum grauitatis est Ξ, circum Θ aequilibritatem seruabit. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in semicirculo $O\Pi P$ ad $\Pi\Theta$ perpendicularis ducatur, et in recta ita ducta planum erigatur ad $\Pi\Theta$ perpendiculare et ad utramque partem plani, in quo est circulus $\Xi O\Pi P$, producatur, parallelogrammum in semicylindro ortum suo loco manens circum punctum Θ aequilibritatem seruare cum parallelogrammo in segmento a cylindro absciso orto transposito et ad Ξ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit punctum Ξ. quare etiam omnia parallelogramma in semicylindro orta suo loco manentia circum punctum Θ aequilibritatem seruabunt cum omnibus parallelogrammis in segmento a cylindro absciso ortis transpositis et ad Ξ punctum librae collocatis; ergo etiam semicylindrus suo loco manens circum punctum Θ aequilibritatem seruabit cum segmento absciso transposito

1) De supplemento lin. 11—14 necessario, nisi ἐπεί lin. 4 deletur, cfr. p. 462, 11 sqq.

1 τῷ] om. 2 ὥστε] ἔσται. 3 αὐτοῦ τοῦ] τοῦ αὐτοῦ. 9 εἴπομεν] εἴπωμεν. 11 ἰσορροπήσει — 14 Ξ] om. 18 ὅτι] deleuerim. 29 καί] om. 30 ὥστε] om.

θέντι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ | κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι | αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον.

42r col. 1

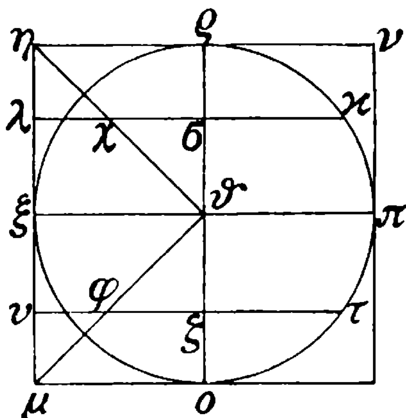
ιγ΄.

Ἔστω δὴ πάλιν τὸ ⟨ὀρθὸν πρὸς⟩ τὸν ἄ|ξονα παραλληλόγραμμον τὸ ΜΝ | καὶ ὁ κύκλος ⟨ὁ⟩ ΞΟ ⟨ΠΡ⟩, καὶ ἐπεζ⟨εύχθω⟩|σαν αἱ ΘΜ, ΘΗ, καὶ ἀνεστάτω ἀπ᾽ | αὐτῶν ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὸ ἐπί|πεδον, ἐν ᾧ ἐστι τὸ 47v col. 2 *ΟΠΡ ἡμικύκλιον, καὶ | ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ | εἰρημένα ἐπίπεδα· ἔσται δή τι | πρίσμα βάσιν μὲν ἔχον τηλικαύ|την, ἡλίκη ἐστὶ τὸ ΘΜΗ τρίγωνον, | ὕψος δὲ ἴσον τῷ ἄξονι τοῦ κυλίν|δρου, καί ἐστι τὸ πρίσμα τοῦτο τέταρτον | μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος τοῦ | περιέχοντος τὸν κύλινδρον. ἤχθωσαν | δέ τινες εὐθεῖαι | ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυ|κλίῳ καὶ ἐν τῷ ΜΝ τετραγώνῳ | αἱ ΚΛ, ΤΥ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς | ΠΞ· τέμνουσιν δὴ αὗται τὴν μὲν | τοῦ ΟΠΡ ἡμικυκλίου περιφέρειαν | κατὰ τὰ Κ, Τ σημεῖα, τὴν δὲ ΟΡ | διάμετρον κατὰ τὰ Σ, Ζ, τὰς δὲ ΘΗ, | ΘΜ κατὰ τὰ Φ, Χ, καὶ ἀνεστάτω ἀ-| πὸ τῶν ΚΛ, ΤΥ ἐπίπεδα ὀρθὰ | πρὸς τὴν ΟΡ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑ|κάτερα τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ ἐστιν ὁ |* 42r col. 2 *⟨ΞΟΠΡ κύκλος· ποιήσει δὴ τὸ ἕτερον ἐν⟩ | μὲν τῷ ἡμικυλινδρίῳ, οὗ βάσις | μέν ἐστιν τὸ ΟΠΡ ἡμικύκλιον, ὕψος | δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τομὴν πα|ραλληλόγραμμον, οὗ ἐστιν μία μὲν | πλευρὰ ἴση τῇ ΚΣ, ἡ δὲ ἑτέρα | ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἐν | δὲ τῷ πρίσματι τῷ ΘΗΜ ὁμοί|ως παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται | μία μὲν ἴση τῇ ΛΧ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση | τῷ ἄξονι· διὰ δὲ τὰ αὐτὰ ἐν τῷ | αὐτῷ ἡμικυλινδρίῳ ἔσται τι | παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστι μία | μὲν πλευρὰ ἴση τῇ ΤΖ, ἡ δὲ ἑτέ|ρα ἴση τῷ ἄξονι ⟨τοῦ κυλίνδρου, ἐν δὲ*

et ad Ξ punctum librae ita collocato, ut centrum grauitatis eius sit punctum Ξ.

XIII.

Iam rursus parallelogrammum ad axem perpendiculare sit MN circulusque $\Xi O\Pi P$, et ducantur ΘM, ΘH, in iisque plana erigantur perpendicularia ad planum, in quo est semicirculus $O\Pi P$, quae plana ad utramque partem producantur; erit igitur prisma quoddam basim habens talem, qualis est triangulus ΘMH, altitudinem autem axi cylindri aequalem, quod prisma quarta pars est totius prismatis cylindrum comprehendentis [Eucl. XI, 32]. ducantur autem in semicirculo $O\Pi P$ quadratoque MN rectae aliquae $K\Lambda$, $T\Upsilon$ a $\Pi\Xi$ aequaliter distantes, quae[1]) ambitum semicirculi $O\Pi P$ in punctis K, T secent, diametrum OP autem in Σ, Z rectasque ΘH, ΘM in Φ, X, et in $K\Lambda$, $T\Upsilon$ plana erigantur ad OP perpendicularia et ad utramque partem plani, in quo est circulus $\Xi O\Pi P$, producantur; eorum igitur alterum in semicylindro, cuius basis est $O\Pi P$ semicirculus,



altitudo autem eadem, quae cylindri, sectionem efficiet parallelogrammum, cuius alterum latus rectae $K\Sigma$ aequale est, alterum autem axi cylindri aequale, in prismate ΘHM autem eodem modo parallelogrammum, cuius alterum latus rectae ΛX aequale erit, alterum autem axi aequale; eadem autem de causa in eodem semicylindro parallelogrammum orietur, cuius alterum latus rectae TZ aequale est, alterum

1) Lin. 16 melius scriberetur τεμνέτωσαν δὲ αὗται.

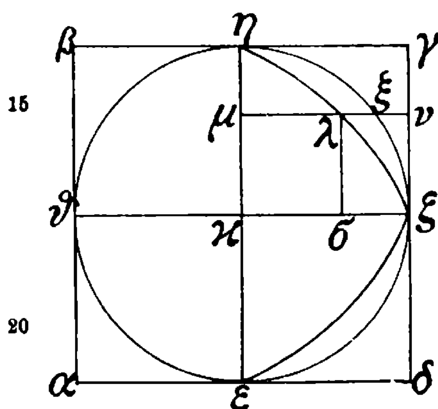
1 μετενεχθέντι] om. 3 Hic fig. p. 489. 4 ιγ′] om. 16 $\Pi\Xi$] $\Sigma\Pi\Xi$. 29 δὲ] om. ἐν] τῷ ἐν. Fig. deest.

τῷ πρίσματι παραλληλό|γραμμον, οὗ ἐστιν ἡ μὲν μία⟩ | πλευρὰ ἴση τῇ *ΤΦ*, ἡ δὲ ἑτέρα | ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου ....

110ʳ col. 1

ιδʹ.

Ἔστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους | ἔχον βάσεις, καὶ ἔστω αὐτοῦ μία τῶν | βάσεων τὸ *ΑΒΓΔ* τετράγωνον, | καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ πρίσμα κύ|λινδρος, καὶ ἔστω τοῦ κυλίνδρου | βάσις ὁ *ΕΖΗΘ* κύκλος ἐφαπτό|μενος τῶν τοῦ *ΑΒΓΔ* πλευρῶν κατὰ | τὰ *Ε*, *Ζ*, *Η*, *Θ*, διὰ δὲ τοῦ κέντρου αὐ|τοῦ καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευ- | ρᾶς τῆς ἐν τῷ κατεναντίον ἐπιπέ|δῳ τοῦ *ΑΒΓΔ* τῆς κατὰ τὴν *ΓΔ* | ἐπίπεδον ἤχθω· ἀ|ποτεμεῖ δὴ τοῦτο ἀπὸ τοῦ ὅλου | πρίσματος ἄλλο πρίσμα, ὃ ἔσται τέταρτον μέρος | τοῦ ὅλου πρίσματος, αὐτὸ δὲ τοῦτο | ἔσται περιεχόμενον ὑπὸ τριῶν | παραλληλογράμμων καὶ δύο τρι|γώνων κατεναντίον ἀλλήλοις. | γεγράφθω δὴ ἐν τῷ *ΕΖΗ* ἡμικυ|κλίῳ ὀρθογωνίου κώνου τομή, |



105ᵛ col. 1 ἔστω ⟨δὲ⟩ .... | .... ἐν τῇ τομῇ .. | τῆς ἡ *ΖΚ*, καὶ ἤχθω τις ἐν τῷ | *ΔΗ* παραλληλογράμμῳ ἡ *ΜΝ* |

4 ιδʹ] om. 9 τῶν — 10 καὶ] om. 11 ἐν τῷ] ε̄ (h. e. *Ε*). 12 ἀποτεμεῖ] bis. 14 ἄλλο — ὃ] om.

---

autem axi cylindri aequale, in prismate autem parallelogrammum, cuius alterum latus rectae *ΤΦ* aequale est, alterum autem axi cylindri.

quoniam centra grauitatis parallelogrammorum in ΣΚ,

ZT positorum puncta media sunt rectarum ΣK, ZT [lemm. 6], *centrum grauitatis utriusque simul parallelogrammi punctum A' est, in quo recta centra grauitatis parallelogrammorum coniungens rectam $\Theta\Pi$ secat* [cfr. lemm. 3]. *eadem de causa centrum grauitatis utriusque simul parallelogrammorum in $X\Lambda$, $\Upsilon\Phi$ positorum punctum B' est, in quo recta puncta media rectarum $X\Lambda$, $\Upsilon\Phi$ coniungens rectam $\Xi\Theta$ secat. iam parallelogramma in $\Sigma K, ZT$: parallelogramma in $X\Lambda, \Upsilon\Phi = \Sigma K : \Lambda X$* [Eucl. VI, 1] $= \Sigma K : \Sigma P$ [Eucl. VI, 4; I, 33] $= \Sigma K^2 : \Sigma P \times \Sigma K$ [Eucl. V, 15] $= \Sigma P \times \Sigma O : \Sigma P \times \Sigma K$ [Eucl. III, 31; VI, 17; VI, 8 coroll.] $= \Sigma O : \Sigma K = \Sigma P + 2\Sigma\Theta : \Sigma K = \Lambda X + 2X\Sigma : \Sigma K$ [Eucl. VI, 4] $= \frac{1}{2}\Lambda X + X\Sigma : \frac{1}{2}\Sigma K = B'\Theta : A'\Theta$; *itaque parallelogramma illa circum Θ aequilibritatem inter se seruant. et idem de omnibus parallelogrammis eodem modo effectis ualebit; quare etiam semicylindrus et prisma $H\Theta M$, quae parallelogrammis illis explentur, circum Θ aequilibritatem seruant. sed semicylindrus cum segmento cylindri ad Ξ posito circum Θ aequilibritatem seruat* [prop. XII], *et $\Theta\Xi = \Pi\Theta$; itaque segmentum ad Π positum cum prismate $H\Theta M$ aequilibritatem seruat. et centrum grauitatis prismatis in recta $\Xi\Theta$ positum est* [lemm. 9] *ita secta, ut pars ad Θ posita duplo maior sit reliqua* [lemm. 5]; *itaque segmentum cylindri: prisma $H\Theta M = \frac{2}{3}\Xi\Theta : \Pi\Theta = 2:3$. et prisma $H\Theta M$ quarta pars est totius prismatis; ergo segmentum cylindri sexta eiusdem pars est.*

XIV.

Sit prisma rectum quadratas bases habens, alteraque basis eius sit quadratum $AB\Gamma\Delta$, et in prisma cylindrus inscribatur, cylindrique basis sit circulus $EZH\Theta$ latera quadrati $AB\Gamma\Delta$ in punctis E, Z, H, Θ contingens, per centrum autem eius latusque quadrati in plano ad $AB\Gamma\Delta$ opposito lateri $\Gamma\Delta$ correspondens ducatur planum; hoc igitur a toto prismate aliud prisma abscindet, quod quarta pars erit totius prismatis, et hoc ipsum tribus parallelogrammis duobusque triangulis inter se oppositis comprehendetur. iam in semicirculo EZH sectio coni rectanguli describatur, diametrus-

παράλληλος οὖσα τῇ ΚΖ· τεμεῖ | δὴ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ἡμικυκλίου | περιφέρειαν κατὰ τὸ Ξ, τὴν δὲ τοῦ | κώνου τομὴν κατὰ τὸ Λ. καί ἐστιν | ἴσον τὸ ὑπὸ ΜΝΛ τῷ ἀπὸ τῆς | ΝΖ· τοῦτο γάρ ἐστι σαφές· διὰ τοῦ|το δὴ ἔσται, ὡς ἡ ΜΝ πρὸς ΝΛ, οὕτως | τὸ ἀπὸ ΚΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΣ. καὶ ἀ|πὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστά-| τω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΕΗ· ποιήσει δὴ | τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ πρίσματι .| τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ ὅλου | πρίσ-
110ʳ col. 2 *ματος τομὴν τρίγωνον | ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μία τῶν περὶ | τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἡ ΜΝ, ἡ δὲ ἑ|τέρα ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἀπὸ τῆς | ΓΔ ὀρθὴ πρὸς τὴν ΓΔ ἀναγομένη | ἀπὸ τοῦ Ν ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίν|δρου, ἡ δὲ ὑποτείνουσα ἐν αὐτῷ | τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· ποιήσει δὲ | καὶ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμη|θέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τοῦ | ἐπιπέδου τοῦ ἀχθέντος διὰ τῆς | ΕΗ καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς | τῆς κατεναντίον τῇ ΓΔ τομὴν | τρίγωνον ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μί|α τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἡ | ΜΞ, ἡ δὲ ἑτέρα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ | τοῦ κυλίνδρου ⟨ἀν⟩ηγμένη ⟨ἀπὸ | τοῦ Ξ⟩ ὀρθὴ πρὸς τὸ ΚΝ ἐπίπεδον, | ⟨ἡ δὲ⟩ ὑποτείνουσα ἐν*
105ᵛ col. 2 *⟨τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ⟩. | ὁμοίως οὖν, ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑ|πὸ ΜΝ, ΜΛ τῷ ἀπὸ ΜΞ· ⟨τοῦτο γὰρ | φανε⟩ρόν ⟨ἐστιν⟩· ἔσται, ὡς ἡ | ⟨ΜΝ⟩ πρὸς τὴν ⟨ΜΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ⟩ πρὸς τὸ | ⟨ἀπὸ ΜΞ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ⟩ ΜΝ πρὸς τὸ ἀπὸ | ⟨ΜΞ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς⟩ ΜΝ τρίγω|⟨νον τὸ ἐν τῷ πρίσμα⟩τι γε|⟨νόμενον πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΞ τρίγω⟩νον | τὸ ἐν τῷ ⟨τμήματι ἀφῃρημένον⟩ | ὑπὸ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας· | ὡς ἄρα ἡ ΜΝ πρὸς ΜΛ, ⟨οὕτως τὸ τρίγωνον⟩ | πρὸς τὸ τρίγωνον. ὁμοίως δὲ ⟨δ⟩εί⟨ξομεν, καὶ⟩ | ἐὰν ⟨ἄλλ⟩η τ⟨ις ἀχθῇ ἐν τῷ πε|ρὶ τὴν τομὴν πε⟩ριγραφ⟨έντι⟩ παραλλη-*

que eius in sectione intercepta sit ZK, et in parallelogrammo ΔH ducatur recta aliqua MN rectae KZ parallela; haec igitur ambitum semicirculi in Ξ secabit,[1]) coni autem sectionem in Λ. et $MN \times N\Lambda = NZ^2$ [ZMP. XXV p. 51]; hoc enim manifestum est; quare erit [Eucl. VI, 17; V def. 9] $MN : N\Lambda = KH^2 : \Lambda\Sigma^2$.[2]) et in MN planum erigatur ad EH perpendiculare; hoc planum igitur in prismate a toto prismate absciso sectionem efficiet triangulum rectangulum, cuius alterum laterum rectum angulum comprehendentium erit MN, alterum autem in plano in $\Gamma\Delta$ posito ad $\Gamma\Delta$ in N perpendiculare erectum axi cylindri aequale, latusque sub recto angulo subtendens in ipso plano secanti positum; in segmento autem a cylindro absciso plano per EH latusque quadrati rectae $\Gamma\Delta$ oppositum ducto idem sectionem efficiet triangulum rectangulum, cuius alterum laterum rectum angulum comprehendentium $M\Xi$ erit, alterum autem in superficie cylindri ad planum KN in Ξ perpendicalare erectum, latusque sub recto angulo subtendens in plano secanti positum. eodem igitur modo, quoniam $MN \times M\Lambda = M\Xi^2$ (hoc enim manifestum est),[3]) erit $MN : M\Lambda = MN^2 : M\Xi^2$ [Eucl. VI, 17; V def. 9]. est autem, ut $MN^2 : M\Xi^2$, ita triangulus in MN positus in prismate ortus ad triangulum in $M\Xi$ positum in segmento per superficiem cylindri abscisum [Eucl. VI, 19]; quare, ut $MN : M\Lambda$, ita triangulus ad triangulum. similiter autem demonstrabimus, etiam, si alia aliqua recta in parallelogrammo circum sectionem circumscripto rectae KZ parallela ducatur, et in

---

1) Cfr. p. 493 not.

2) Hoc ipsum proponitur Quadr. parab. 3.

3) Nam $M\Xi^2 = MH \times ME$ (Eucl. III, 31; VI, 8 coroll.; VI, 17) $= HK^2 \div MK^2$ (Eucl. II, 5) $= MN^2 \div MN \times N\Lambda = MN \times (MN \div N\Lambda)$.

---

28 τῆς] om. 29 πρὸς τὸ τρίγωνον] πρὸς τὴν seq. lacuna. 30 ἐὰν] seq. lacuna. 31 παραλληλογράμμῳ] om.

λογράμμῳ ⟨παρὰ⟩ | τὴν ΚΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης | 110v col. 1 ἐπί⟨πεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν⟩ πρὸς τὴν | ΕΗ, ὅτι ἔσται, ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γε|νόμενον ἐν τῷ πρίσματι πρὸς τὸ | .... τμήματι | ..... ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως | ἡ ἀχθεῖσα ⟨ἐν⟩ τῷ ΔΗ παραλλη- ¦ λογράμμῳ παράλληλος τῇ ΚΖ | ⟨πρὸς τὴν⟩ ἀποληφθεῖσαν ὑπὸ | τῆς ΕΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. | συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ πα|ραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἠγμέ¦νων παρὰ τὴν ΚΖ καὶ τοῦ τμή|ματος τοῦ περιεχομένου ὑπό | τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου το¦μῆς καὶ τῆς διαμέτρου ὑπὸ τῶν | ἀπολαμβανομένων ἐν τῷ τμή¦ματι συμπληρω 105r col. 1 .... | . τοῦ τμήματος τοῦ ..... | ἐν τῷ ἀπὸ τοῦ ..... | γινομ ..... | πων .... τὰ γ ..... | ..... α καὶ ..... | τῷ ΔΗ .... | .... | ..... δὲ ἐτι ... ¦ .... | .... μα ... | .... η ἐτι | .... | .... απ .. | .... ¦ ... 110v col. 2 .... | .... | ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ .. ... | .... | τομῆς καὶ .... | ..... ει ταῖς ἐν τῷ ΔΗ παραλ|ληλογράμμῳ ἠγμέναις παρὰ ¦ τὴν ΚΖ, καὶ ἔσται, ὡς πάντα τὰ | τρίγωνα τὰ ἐν τῷ πρίσματι ¦ πρὸς πάντα τὰ τρίγωνα τὰ | ἐν τῷ ἀποτμηθέντι τμήματι | τοῦ κυλίνδρου ἀφῃρημένα, | οὕτως πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐν | τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ πρὸς | πάσας τὰς εὐθείας τὰς μετα|ξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. καὶ | ἐκ μὲν τῶν ἐν τῷ πρίσματι τρι|γώνων σύγκειται τὸ πρίσμα, ἐκ | δὲ τῶν ἐν τῷ ἀποτμήματι τῷ| 105r col. 2 ⟨ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίν|δρου τὸ ἀπότμημα, ἐκ δὲ⟩ τῶν ἐν | τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παρ|αλλήλων τῇ ΚΖ τὸ ΔΗ παραλλη|λόγραμμον, ἐκ δὲ τῶν ......| μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώ¦νου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ

⟨τὸ τμῆμα⟩ | [τῆς παραβολῆς]· ὡς ἄρα τὸ πρίσ|μα πρὸς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου, οὕτω τὸ $\varDelta H$ παραλ|ληλόγραμμον πρὸς τὸ EZH τμῆμα | τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ | ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ | τῆς EH εὐθείας. ἡμιόλιον δὲ | τὸ $\varDelta H$ παραλληλόγραμμον τοῦ | τμήματος τοῦ περιεχομένου | ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς EH εὐθείας· δέ-

---

recta ita ducta planum ad EH perpendiculare erigatur, esse, ut triangulus in prismate ortus ad triangulum in segmento cylindri ortum, ita rectam in parallelogrammo $\varDelta H$ rectae KZ parallelam ductam ad rectam inter sectionem coni rectanguli EHZ diametrumque EH abscisam. expletis igitur parallelogrammo $\varDelta H$ per rectas rectae KZ parallelas ductas segmentoque a sectione coni rectanguli diametroque comprehenso per rectas in segmento abscisas . . . .[1]) et erunt, ut omnes trianguli prismatis ad omnes triangulos in segmento a cylindro absciso comprehensos, ita omnes rectae in parallelogrammo $\varDelta H$ positae ad omnes rectas inter sectionem coni rectanguli rectamque EH positas. et ex triangulis in prismate positis prisma compositum est, ex triangulis autem in segmento a cylindro absciso positis segmentum, et ex rectis in parallelogrammo $\varDelta H$ rectae KZ parallelis ductis parallelogrammum $\varDelta H$, ex rectis autem inter sectionem coni rectanguli rectamque EH positis segmentum sectionis;[2]) itaque, ut prisma ad segmentum a cylindro abscisum, ita parallelogrammum $\varDelta H$ ad segmentum EZH a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum. sed parallelogrammum $\varDelta H$ dimidia parte maius est

---

1) Quid in tanta lacuna fuerit dictum, non exputo.

2) τῆς παραβολῆς lin. 32 eiusdem interpolatoris est, qui etiam p. 448, 25—26 ad usum uerborum posteriorem inculcauit; cfr. p. 436, 1.

---

2 τὴν] om.? 4 τμήματι] τμήμα^τ. 21 ὡς] om. 32 τῆς παραβολῆς] deleo.

158r col. 1 δεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς πρότερον | ἐκδεδομένοις· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ | καὶ τὸ πρίσμα τοῦ ἀποτμήματος | τοῦ ἀφῃρημένου ἀπὸ τοῦ κυλίν|δρου· οἵων ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπότμημα | τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶ τὸ | πρίσμα τριῶν. οἵων δὲ τὸ πρίσ|μα τριῶν, τοιούτων ἐστὶν τὸ | ὅλον πρίσμα τὸ περιέχον τὸν | κύλινδρον $\overline{\iota\beta}$ διὰ τὸ δʹ εἶναι τὸ ἕτερον | τοῦ ἑτέρου· οἵων ἄρα τὸ ἀπότμημα | τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶν | τὸ ὅλον πρίσμα $\overline{\iota\beta}$· ὥστε τὸ τμῆ|μα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ | κυλίνδρου ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ | πρίσματος.

159v col. 1

ιεʹ.

Ἔστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους | ἔχον βάσεις, ὧν μία ἔστω τὸ ΑΒΓΔ | τετράγωνον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς | τὸ πρίσμα κύλινδρος, οὗ βάσις | ἔστω ὁ ΕΖΗ κύκλος· ⟨ἐφάπτεται⟩ | δὴ οὗτος τῶν τοῦ τετραγώνου πλευ|ρῶν κατὰ τὰ Ε, Ζ, Η, Θ σημεῖα· κέντρον δὲ ⟨ἔστω τὸ Κ, καὶ διὰ τῆς⟩ | ΕΗ διαμέτρου ⟨καὶ μιᾶς
158r col. 2 πλευρᾶς⟩ | .... ⟨ἐπίπεδον ἤχθω⟩· | τοῦτο δὴ τὸ ἐπίπεδον ἀποτέμνει | πρίσμα ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος καὶ | ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ἀπότμημα κυ|λίνδρου . ⟨λέγω δή, ὅτι τοῦ⟩το ⟨τὸ⟩ | τμῆμα τὸ ἀποτετμημένον ἀπὸ | τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος | ἐπιπέδου ἕκτον μέρος ὂν δει|χθήσεται τοῦ ὅλου πρίσματος.

πρῶτον δὲ δείξομεν, ὅτι δυνατὸν | ἔσται εἰς τὸ τμῆμα τὸ ἀποτμη|θὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα | στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περι|γράψαι ἐκ πρισμάτων συγκεί-|μενον ἴσον ὕψος ἐχόντων καὶ | βάσεις τριγώνους ἐχόντων ὁ|μοίας, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆ|μα τοῦ ἐγ-
159v col. 2 γραφέντος ὑπερέ|χειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προ|τεθέντος μεγέθους ..... | γὰρ τοῦ πρίσματος τοῦ κατὰ | τὸ ΒΔ

segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso; hoc enim in iis, quae antea edidimus, demonstratum est;[1] quare etiam prisma dimidia parte maius est segmento a cylindro absciso; qualium igitur duorum est segmentum cylindri, talium trium est prisma. qualium autem trium est prisma, talium XII est totum prisma cylindrum comprehendens, quia alterum alterius est pars quarta; qualium igitur duorum est segmentum cylindri, talium XII est totum prisma; ergo segmentum a cylindro abscisum sexta pars est prismatis.

XV.

Sit prisma rectum quadratas habens bases, quarum una sit quadratum $AB\Gamma\Delta$, et in prisma cylindrus inscribatur, cuius basis sit circulus EZH; hic igitur latera quadrati in punctis E, Z, H, Θ contingit;[2] centrum autem eius sit K, et per diametrum EH unumque latus quadrati oppositi lateri $\Gamma\Delta$ correspondens planum ducatur; hoc planum igitur a toto prismate prisma, a cylindro segmentum cylindri abscindit. dico igitur, demonstrari posse, hoc segmentum plano ita ducto a cylindro abscisum sextam partem esse totius prismatis.

primum autem demonstrabimus, fieri posse, ut in segmentum a cylindro abscisum figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex prismatis compositae aequalem altitudinem habentibus basesque triangulas habentibus similes, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam sit quaeuis data magnitudo.

1) Quadr. parab. 24; nam parallelogrammum ΔH duplo maius est triangulo in segmento parabolae inscripto. cfr. prop. I et p. 438, 16 sqq.
2) Cfr. p. 493 not.

5 οἷων — τριῶν] om. 10 seq. spatium fig. 11 ιε′] om. 18 τὸ] om.

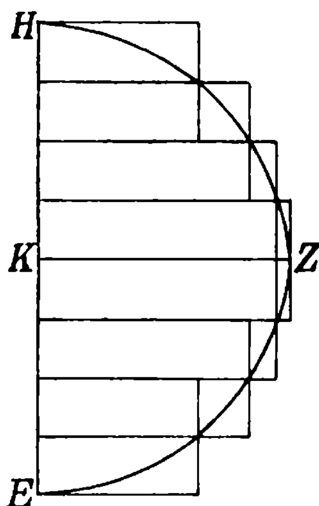
παραλληλογράμμου . . . | . . . . καὶ . . . ω . . | . . . . . .
γραμμένου . ω . . το . . Ξ . | ἐπιπέδῳ . . ⟨σ⟩ημεῖα τοῦ
. . . . | . ατος . . . η . . . ρετό . πῳ . . . . | . . . . . νομεν . . . . .
εστ . . σων | . . . . ἔστω . . . το . . | λειπόμενον . . νι .
μια ἐλασ . | . . . ν . . τοῦ λείμματος . στ . . . . | . . . . . . ε
158v col. 1 . . ει . . . καὶ . . . ει . . . α | τῳ . ει . . . . το . . | ατα |
. . . . | . . . τῳ ἐκ . . . .
159r col. 1 . . . . | . . . . | . . . . | τμῆμα τὸν το
. . . . . . | ἀπο⟨τ⟩μ⟨η⟩θ . . . . ἀπὸ . . . . | δι . . . . |
ε . . . μάτων . . . . μεν . . | . . ων . . . . ται καὶ τῶν . . . |
. . ἐγγεγραμμένω . . . δι . . . | . . . . των κει . . . . . τα . . . |
ΚΩ παραλληλόγραμμον . . . | . . . . αμμον | . . . .
158v col. 2 . . . . | σχήματι πρίσμα . . . . . . ησ . | . . . . |
. . . . | τὸ ἀπο . . . . δρου . | ἐγγεγράφθω
. . . . . . μι|α . . . . | . . . . | . . . .
. . . . | . . σχῆμα, τὸ ειρ⟨ημένον⟩ | σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμ-
μένου . . . | . . . . . . ἔχει . . . τοῦ δοθέντος | . . . . . . ἐχέτω
. . . . . . οσ | . . . . . τῶν πρισμάτων | . . . . | . . .
159r col. 2 . . . . | . . . . | . . . . ἴσον αὐ . . . ⟨ση-⟩|
μεῖα . . . . ἐγγεγρά|⟨φθω⟩ . . . . | . . . . . ν ἐσ . . . .
δευτέρῳ | . . . . γεγρ . . . . γει | . . . . . η . . . . . . ⟨τέ-⟩

6 fig.

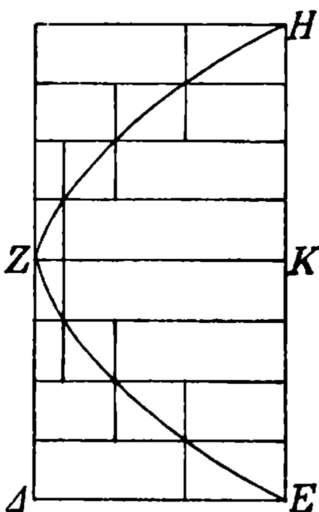
---

nam[1]) in semicirculo EZH diametrus EH semper deinceps in binas partes aequales secetur, et per puncta sectionis rectae ambitum semicirculi secantes ducantur rectae KZ parallelae, per puncta autem, in quibus hae ambitum secant, rectae ducantur rectae EH parallelae, quae in utramque partem producantur, donec cum proximis duabus rectis rectae KZ parallelis concurrant, in utrisque autem parallelis plana erigantur ad planum semicirculi perpendicularia; haec igitur et intra segmentum cylindri et extra idem prismata efficient

aequalem altitudinem habentia basesque triangulos rectangulos in rectis rectae KZ parallelis positos. et recta EH eo usque in binas partes aequales secta, donec duo prismata ad KZ posita data magnitudine minora sint,[2]) *figura solida circum segmentum cylindri circumscripta ex prismatis composita figuram eodem modo inscriptam spatio excedet minore, quam est magnitudo data; excedet enim duobus prismatis ad KZ positis, quoniam ceteris omnibus prismatis figurae circumscriptae totidem prismata aequalia figurae inscriptae respondent.*



praeterea ducta in semicirculo sectione coni rectanguli EZH et per puncta, in quibus ea a rectis rectae ZK parallelis secatur, rectis rectae EH parallelis ductis productisque, ut antea diximus, efficietur figura circum segmentum sectionis coni rectanguli circumscripta aliaque inscripta ex parallelogrammis compositae, quarum illa hanc excedit duobus parallelogrammis ad ZK positis, et singula parallelogramma singulis prismatis figurarum solidarum, quas significauimus, correspondebunt.



Iam, si segmentum a cylindro abscisum sextae parti totius prismatis aequale non est, aut maius est aut minus.[3]) *sit prius, si fieri potest, maius; prisma igitur plano obliquo abscisum minus est quam dimidia parte maius segmento cylindri. in hoc igitur figura solida inscribatur aliaque circumscribatur, quales diximus, ita ut figura circumscripta*

1) De forma demonstrationis cfr. De conoid. et sphaer. 19.
2) Cfr. Eucl. X, 1.
3) De forma demonstrationis cfr. De conoid. et sphaer. 25 al.

τμῃται | κατὰ τὸ αὐτὸ . . . . | ⟨ἐγγεγρ⟩αμμένον ἐν . . . . . . | κύκλ . . . το⟨ῦ⟩ τμήματος τη | συνθε . τ . . . . ἀπο . . . . | μείζων ἐστὶν τοῦ ἐγγεγραμμένου | . . . . . . ⟨τμ⟩ήματος ἐν τῷ πρίσ|ματι τῷ κατὰ τὸ . . . . . | . . . . ω

165v col. 1 ⟨. . . . . ἔλασσον ἄρα ἢ ἡμιό⟩|λιον τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λοξοῦ | ἐπιπέδου τοῦ ἐγγεγραμμένου | εἰς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυ|λίνδρου στερεοῦ. ἐδείχθη δέ, ὡς τὸ | ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἀφη|ρημένον πρίσμα πρὸς τὸ | ἐγγεγραμμένον στερεὸν εἰς τὸ | ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίν|δρου, οὕτως τὸ ΔH παραλληλό|γραμμον πρὸς τὰ ἐγγεγραμμέ|να παραλληλόγραμμα εἰς τὸ | τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς | τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς | καὶ τῆς EH εὐθείας· ἔλασσον ἄρα | ἢ ἡμιόλιον τὸ ΔH παραλληλό|γραμμον τῶν παραλληλογράμ|μων τῶν ἐν τῷ τμήματι τῷ | περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρ|θογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς | EH εὐθείας· ὅπερ ἀδύνατον, ἐπεὶ | τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου | ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου | τομῆς καὶ τῆς EH εὐθείας ἡμιόλι|ον δέδεικται τὸ ΔH παραλληλό|γραμμον ἐν ἑτέροις. οὐκ ἄρα μεῖ|⟨ζον⟩ . . . . | . . . . | . . . . | . . . . ⟨στε-⟩|

165v col. 2 ρεὸν ἐτ . . . . . ⟨ἀ⟩|ποτεμν . . . . | σχῆμ⟨α⟩ . . . . . . | τα ὀρθο . . . . | περιγραφ . . . . ⟨τοῦ ἐγγρα-⟩| φέντος ἐν . . . . | ἐπεὶ . . . . | τμήματ . . . . | ἐγγεγράφ⟨θω . . . . . ἐν τῷ τμή⟩|ματι τῷ ⟨περιεχομένῳ ὑπό τε⟩ | τῆς τοῦ ὀρθ⟨ογωνίου κώνου τομῆς⟩ | καὶ τῆς ⟨EH εὐθείας⟩ . . . . | γεγράφθ⟨ω⟩ . . . . | τοῦ ὀρθ⟨ογωνίου κώνου⟩ . . . . | φὲν περι . . . . ⟨ἐγγεγραμ⟩|μένον ἐν τ⟨ῷ⟩ . . . . . . | τοῦ κυλίνδρ⟨ου⟩ . . . . . . | τοῦ στερε⟨οῦ⟩ . . . . | τοῦ κυλίν⟨δρου⟩ . . . . . |

inscriptam excedat spatio minore, quam est quaeuis data magnitudo [p. 500, 24]. *quoniam igitur demonstrauimus* [prop. XIV], *esse, ut rectae in parallelogrammo* ΔH *ductae ad rectas inter sectionem coni rectanguli rectamque* EH *abscisas, ita singulos triangulos prismatis plano obliquo abscisi ad singulos triangulos segmenti a cylindro abscisi, h. e. singula prismata prismatis plano obliquo abscisi ad singula prismata figurae solidae inscriptae* [Eucl. XI, 32] *duobus pauciora, sed, ut rectae illae inter se, ita etiam parallelogramma, in quae secatur parallelogrammum* ΔH, *ad parallelogramma figurae in sectione coni inscriptae* [Eucl. VI, 1] *duobus pauciora, erit etiam* [lemm. 11], *ut prisma plano obliquo abscisum ad figuram inscriptam, ita parallelogrammum* ΔH *ad figuram in sectione coni inscriptam. et quoniam prisma plano obliquo abscisum minus est quam dimidia parte maius segmento cylindri, hoc autem figuram inscriptam excedit spatio minore, quam est quaeuis data magnitudo, erit etiam* prisma plano obliquo abscisum minus quam dimidia parte maius figura solida in segmento cylindri inscripta. demonstrauimus autem, esse, ut prisma plano obliquo abscisum ad figuram solidam in segmento cylindri inscriptam, ita parallelogrammum ΔH ad parallelogramma inscripta in segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso; itaque parallelogrammum ΔH minus est quam dimidia parte maius parallelogrammis inscriptis in segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso; quod fieri non potest, quoniam alibi[1]) demonstrauimus, parallelogrammum ΔH dimidia parte maius esse segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso. ergo segmentum cylindri sexta parte totius prismatis maius non est.

Sit igitur,[2]) *si fieri potest, minus; prisma igitur plano*

1) Quadr. parab. 24; cfr. supra p. 501 not. 1.

2) Fragmenta, quae seruata sunt, monstrant, demonstrationes Archimedis multo pluribus uerbis expositas fuisse; sed cum ea

5 τὸ πρίσμα τὸ] τοῦ πρίσματος. ἀποτετμημένον ὑπὸ] om. 7 τὸ ἀπὸ] τοῦ ἀπὸ. 8 ἀφῃρημένον] ἀφῃρημένου. 9 πρίσμα] πρίσματος. 12 τὸ] om.

τμήματ . . . . | ἐστιν καὶ . . . . | γραμμέν . . . . .
. . . . | . . . . | . . . . | . . . . |
. . . . | . . . . | . . . . | . . . . .
165r col. 1 . . . . | . . . . εχομεν | . . . . | . . . . . . νη
. . . | . . . . | . . . . Η . . . | . . . . τιν . . . |
. . . . πρὸς τὸ | . . . . τὸ ἐν τ⟨ῷ⟩ | . . . .
. . . . | . . . . . . ⟨πε⟩ριεχομε| . . . . γο . . . | τῆς ΕΗ
καὶ | . . . . τοῖς λόγ|⟨οις⟩ . . . . . . αμμέν . . . | . . . .
. . . . τμήματος | . . . . δρ . . . . . | . . . . νον ἀπὸ
τῆς | . . . . ⟨τ⟩ῆς πλευρ⟨ᾶς⟩ | . . . . | . .
. . . . ἐν τῷ | . . . . τετμή⟨σθω⟩ | . . . . |
. . . . εχθήσ| . . . . τὸ μεῖ|⟨ζον⟩ . . . . | . . . .
165r col. 2 . . . . | . . . . | . . . . ⟨εὐ⟩|⟨θ⟩είας,

καὶ πάντα τὰ πρίσματα | τὰ ἐν τῷ πρίσματι τῷ ἀποτε-|τμημένῳ ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέ|δου πρὸς πάντα τὰ πρίσματα τὰ | ἐν τῷ σχήματι τῷ περιγε|γραμμένῳ περὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ | κυλίνδρου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν| πάντα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν | τῷ ΔΗ παραλληλο-γράμμῳ πρὸς πάν|τα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῷ| σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ | περὶ τὸ τμῆμα τὸ περι-εχόμενον ὑ|πὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς | καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας, τουτέστιν τὸ πρί|σμα τὸ ἀποτετμη-μένον ὑπὸ τοῦ λο|ξοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸ σχῆμα τὸ περιγε|γραμμένον περὶ τὸ τμῆμα τοῦ κυ|λίνδρου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν | τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ | σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸ τμῆμα τὸ περι-|εχόμενον ὑπὸ | τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς | καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. μεῖζον δέ ἐστι | τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑ|πὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἢ ἡμιόλιον | τοῦ στερεοῦ σχήματος τοῦ περιγε|⟨γραμμένου περὶ τὸ τμῆμα τοῦ | κυλίνδρου⟩ . . . .

26 περὶ — περιεχόμενον] om.

obliquo abscisum maius est quam dimidia parte maius segmento cylindri. rursus igitur figura solida circumscripta aliaque inscripta, quales diximus, eodem modo demonstrabimus, esse, ut singula prismata prismatis plano obliquo abscisi ad singula prismata figurae circum segmentum cylindri circumscriptae, ita singula parallelogramma in parallelogrammo ΔH comprehensa ad singula parallelogramma figurae circumscriptae circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum; quare etiam [lemm. 11] omnia prismata in prismate a plano obliquo absciso comprehensa ad omnia prismata in figura circum segmentum cylindri circumscripta comprehensa eandem rationem habebunt, quam omnia parallelogramma in parallelogrammo ΔH comprehensa ad omnia parallelogramma in figura comprehensa, quae circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum circumscripta est, h. e. prisma plano obliquo abscisum ad figuram circum segmentum cylindri circumscriptam eandem rationem habebit, quam parallelogrammum ΔH ad figuram circumscriptam circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum. sed prisma plano obliquo abscisum maius est quam dimidia parte maius figura solida circum segmentum cylindri circumscripta; *itaque etiam parallelogrammum ΔH maius est quam dimidia parte maius figura circumscripta circum segmentum a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehensum; quod fieri non potest, quoniam demonstrauimus* [p. 505 not. 1], *parallelogrammum ΔH dimidia parte maius esse segmento a sectione coni rectanguli rectaque EH comprehenso. ergo segmentum cylindri ne minus quidem est sexta parte totius prismatis. quoniam igitur neque maius est neque minus, sextae parti prismatis aequale est; quod erat demonstrandum.*[1])

---

ipsa restitui nequeant, satis habui ipsa momenta demonstrationum indicare.

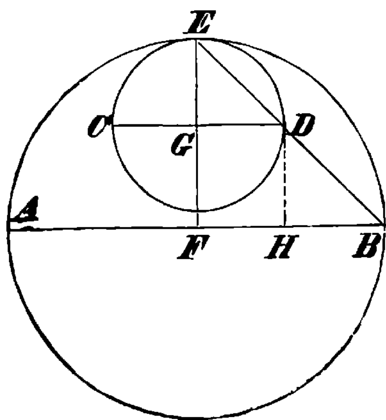
1) Sequebatur (p. 430, 23 sqq.) propositionis p. 426, 22 sqq. expositae et per mechanicam examinatio et per geometriam demonstratio, quas restituerunt Hieronymus Zeuthen, Biblioth. Mathem.[3] VII (1907) p. 356 sq. et Theodorus Reinach l. c. p. 84 sqq. ad similitudinem propositionis II, deinde (u. p. 438, 20 sq.) demonstratio geometrica propositionis I, qualis exposita est Quadr. parab. 18—24.

LIBER ASSUMPTORUM.

Liber Assumptorum.

I.

Si mutuo se tangant duo circuli, ut duo circuli AEB, CED in E, fuerintque eorum diametri parallelae, ut sunt duae diametri AB, CD, et iungantur duo puncta B, D et contactus E ⟨rectis⟩ DE, BD, erit linea BE recta.



sint duo centra G, F, et iungatur GF, et producamus ad E [Eucl. III, 12], et educamus DH parallelam ipsi GF. et quia HF aequalis est ipsi GD, suntque GD, EG aequales, ergo ex aequalibus FB, FE remanebunt GF, nempe DH, et HB, quae erunt aequales, atque duo anguli HDB, HBD aequales. et quia duo anguli EGD, EFB sunt

Hunc libellum primus edidit S. Foster in Miscellaneis (Lond. 1659) ex interpretatione I. Grauii, qui usus erat codice Arabico; neque enim Graecus exstat. deinde eum e codice Mediceo denuo Latine uertit Abrahamus Ecchellensis, quam interpretationem cum Apollonii libb. V—VII edidit I. A. Borellus (Florentiae 1661). Arabice exstat in tribus codd. Mediceis, sed cum cod. CCLXXV (u. Catalog. codd. oriental. bibl. Medic. Laur. ed. S. E. Assemanus, Florent. 1742, p. 385) solus nostrum libellum et Apollonii libb. V—VII contineat, sine dubio hoc ipso codice usus est Borellus (cfr. praeterea Assemanus p. 383 nr. CCLXXI et p. 392 nr. CCLXXXVI). recepi interpretationem Borelli. apud eum titulus hic est: Liber assumptorum Archimedis interprete Thebit ben Kora et exponente Doctore Almoch-

recti, atque duo anguli EGD, DHB sunt aequales, remanebunt duo anguli GED, GDE, qui inter se et duobus angulis HDB, HBD aequales erunt; ergo angulus EDG aequalis est angulo DBF. et comprehensus angulus GDB est communis; ergo erunt duo anguli GDB, FBD (qui sunt pares duobus rectis) [Eucl. I, 29] aequales duobus angulis GDB, GDE. igitur ipsi quoque sunt aequales

---

tasso Abilhasan Hali ben Ahmad Nosuensi. propositiones sexdecim („quindecim" Foster, ut re uera sunt; Borellus male adiecit fragmentum Archimedis apud Eutocium seruatum). Thebit ben Kora hanc praefationem praemisit (Borellus p. 385): „Asserit Doctor Almochtasso, hunc librum referri ad Archimedem, in quo sunt propositiones pulcherrimae paucae numero, utilitatis uero maximae de principiis geometriae, optimae atque elegantissimae, quas adnumerant professores huius scientiae summae intermediorum, quae legi oportet inter librum Euclidis et Almagestum; at uero quaedam illius propositionum loca indigent aliis propositionibus, quibus propositiones illae clariores euadant. et quidem ipse Archimedes has indicauit propositiones easque retulit in aliis suis operibus, dum dixit: quemadmodum demonstrauimus in propositionibus rectangulorum; item et: quemadmodum demonstrauimus in nostra expositione agentes de triangulis; rursus: quemadmodum demonstrauimus in propositionibus quadrilaterum; et retulit in propositione quinta demonstrationem hac de re magis peculiarem. deinde composuit Abusahal Alkuhi librum, quem inscripsit Ordinationem libri Archimedis de assumptis, et tractauit demonstrationem huius propositionis uia uniuersaliori ac meliori, nec non ea quae dependent ex compositione proportionis. quod quidem, cum id comperi, attexui locis obscurioribus huius libri expositionem seu marginales postillas et confirmaui, quod ille indicauerat, propositionibus, uti iudicaueram, et retuli ex propositionibus Abisahal duas propositiones, quibus opus est ad propositionem quintam declarandam, reliqua omittens breuitatis gratia, et eo quod non sint necessariae." cfr. Wenrich, De auct. Graec. vers. Arab. p. 192 sq. ex his Arabum commentariis usus sum, quae mihi utilia uisa sunt, ceteris abiectis. — Sicut dubitari nequit, librum ipsum, qualem nunc habeamus, ab Archimede profectum non esse, ita ueri simile est, aliquas tamen proportionum eius, quae fere satis scite et inuentae et demonstratae sunt, re uera, ut prae se ferunt, Archimedeas esse; sed quantum ei tribuendum sit, nondum satis exploratum est. cfr. Quaest. Arch. p. 24—25. titulus Graecus fuit *Λήμματα*.

duobus rectis; ergo linea EDB est recta. et hoc est, quod uoluimus.[1])

II.

Sit CBA semicirculus, quem DC, DB tangant, et BE perpendicularis super AC, et iungamus AD; erit BF aequalis ipsi FE.

Demonstratio. iungamus AB eamque producamus in directum et educamus CD, quousque illi occurrat in G, et iungamus CB. et quia angulus CBA est in semicirculo, erit rectus [Eucl. III, 31]; remanet CBG rectus [Eucl. I, 13], et $DBEC$ est parallelogrammum rectangulum.[2]) ergo in triangulo GBC rectangulo educitur perpendicularis BD ex B erecta super basim, et BD, DC erunt aequales, eo quod tangunt circulum [ZMP. XXIV p. 181 nr. 15]; ergo CD est etiam aequalis ipsi DG, quemadmodum ostendimus in propositionibus, quas confecimus de rectangulis.[3]) et quia in triangulo GAC linea BE educta est parallela basi, et iam educta est ex D semipartitione basis linea DA secans parallelam in F, erit BF aequalis ipsi FE [ZMP. XXIV p. 178 nr. 3]. et hoc est, quod uoluimus.

---

1) Utitur hac propositione Pappus IV, 23 p. 214, 5. idem fit, ut recte adnotauit Almochtasso, si circuli sese extrinsecus contingunt; demonstrat Pappus VII, 175 p. 840. cfr. infra prop. VI.

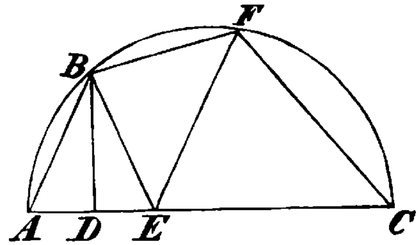
2) Error apertissimus est. neque enim necesse est, rectas BD, DC inter se perpendiculares esse, neque esse $BD \parallel AC$ et $DC \parallel BE$. propositio tamen ipsa per se uera est; demonstrat Torellius p. 355. errorem iam Foster notauit p. 18; contra Arabes fugit.

3) Talem librum Archimedis Arabes soli norunt; cfr. prop. V. rem ipsam sic demonstrat Almochtasso: quia $BD = DC$, erit $\angle DCB = DBC$. sed $DBC + DBG = 90^0 = DCB + CGB$; itaque $DBG = CGB$ siue $BD = DG = DC$.

III.

Sit CA segmentum circuli et B punctum super illud ubicunque et BD perpendicularis super AC et segmentum DE aequale DA et arcus BF aequalis arcui BA; utique iuncta CF erit aequalis ipsi CE.[1])

Demonstratio. iungamus lineas AB, BF, FE, EB. et quia arcus BA aequalis est arcui BF, erit AB aequalis BF. et quia AD aequalis est ED, et duo anguli D sunt recti, et DB communis, ergo AB aequalis est BE [Eucl. I, 4], et propterea BF, BE sunt aequales, et duo anguli BFE, BEF sunt aequales. et quia quadrilaterum $CFBA$ est in circulo, erit angulus CFB cum angulo CAB ipsi opposito, immo cum angulo BEA, aequalis duobus rectis [Eucl. III, 22]. sed angulus CEB cum angulo BEA aequales sunt duobus rectis; ergo duo anguli CFB, CEB sunt aequales. et remanent CFE, CEF aequales; ergo CE aequalis est CF. et hoc est, quod uoluimus.



IV.

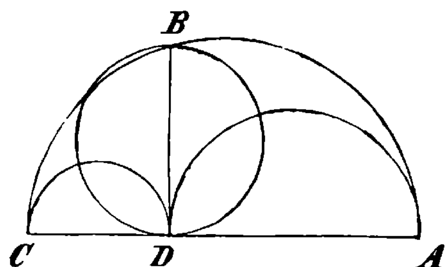
Sit ABC semicirculus, et fiant super AC diametrum duo semicirculi, quorum unus AD, alter uero DC, et DB perpendicularis; utique figura proueniens, quam uocat Archimedes Arbelon (est superficies comprehensa ab arcu semicirculi maioris et duabus circumferentiis semicirculorum minorum) est aequalis circulo, cuius diameter est perpendicularis DB.[2])

---

1) Cfr. Ptolemaeus, Συντ. I, 10 p. 39. in figura codicis $ABFC$ semicirculus est, sed propositio de quouis arcu circuli uera est.

2) Has propositiones de arbelo (4, 5, 6 et 1) non dubito Archimedi tribuere. proprietates arbeli antiquitus tractatas esse, testatur Pappus IV, 19 p. 208, 9 ἀρχαία πρότασις. nomen accepit ex similitudine cultelli sutorii (schol. ad Nicandri Theriac. 423).

Demonstratio. quia linea DB media proportionalis est inter duas lineas DA, DC [Eucl. VI, 13; ZMP. XXIV p. 181 nr. 16], erit planum AD in DC aequale quadrato DB [Eucl. VI, 17]. et ponamus AD in DC cum duobus quadratis AD, DC communiter; fiet planum AD in DC bis cum duobus quadratis AD, DC, nempe quadratum AC [Eucl. II, 4], aequale duplo quadrati DB cum duobus quadratis AD, DC. et proportio circulorum eadem est ac proportio quadratorum [Eucl. XII, 2]; ergo circulus, cuius diameter est AC, aequalis est duplo circuli, cuius diameter est DB, cum duobus circulis, quorum diametri sunt AD, DC [Quaest. Arch. p. 48], et semicirculus AC aequalis est circulo, cuius diameter est DB, cum duobus semicirculis AD, DC. et auferamus duos semicirculos AD, DC communiter; remanet figura, quam continent semicirculi AC, AD, DC (et est figura, quam uocauit Archimedes Arbelos), aequalis circulo, cuius diameter est DB. et hoc est, quod uoluimus.



V.

Si fuerit semicirculus AB, et signatum fuerit in eius diametro punctum C ubicunque, et fiant super diametrum duo semicirculi AC, CB, et educatur ex C perpendicularis CD super AB, et describantur ad utrasque partes duo circuli tangentes illam et tangentes semicirculos, utique illi duo circuli sunt aequales.

Demonstratio. sit alter circulorum tangens DC in E et semicirculum AB in F et semicirculum AC in G, et educamus diametrum HE; erit parallela diametro AB, eo quod duo anguli HEC, ACE sunt recti [Eucl. I, 28]. et iungamus FH, HA; ergo linea AF est recta, uti dictum est in propositione I. et occurrent AF, CE in D, eo quod egrediuntur ab angulis A, C minoribus duobus rectis [Eucl. I

post. 5]. et iungamus etiam FE, EB; ergo EFB est etiam recta, uti diximus [prop. 1], et est perpendicularis super AD, eo quod angulus AFB est rectus, quia cadit in semicirculum AB [Eucl. III, 31]. et iungamus HG, GC;

erit HC etiam recta. et iungamus EG, GA; erit EA recta [u. p. 512 not. 1]; et producamus eam ad I et iungamus BI, quae erit etiam perpendicularis super AI [Eucl. III, 31], et iungamus DI. et quia AD, AB sunt duae rectae et educta ex D ad lineam AB perpendicularis DC et ex B ad DA perpendicularis BF, quae se mutuo secant in E, et educta AE ad I est perpendicularis super BI, erunt BID rectae, quemadmodum ostendimus in propositionibus, quas confecimus in expositione tractatus de triangulis rectangulis.[1]) et quia duo anguli AGC, AIB sunt recti, utique BD, CG sunt parallelae [Eucl. I, 28],

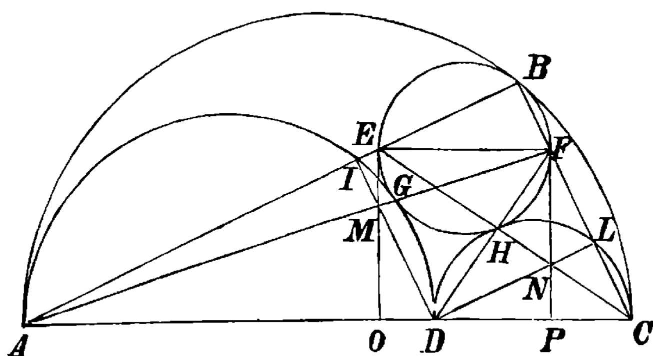
1) Uidetur significari commentarium nescio cuius in Archimedis librum de triangulis rectangulis ab Arabibus solis commemoratum (Quaest. Arch. p. 30); idem fortasse significatur in prop. II. demonstrationem dedit Almochtasso praemissa propositione notissima, altitudines trianguli acutianguli in eodem puncto concurrere. ne sit igitur BID recta; ducatur alia recta, quae AI in m secet; erit $\angle AmD = 90^0$. sed $\angle AID = 90^0$; itaque $AmD = AID$, quod fieri non potest. demonstrationem eandem de quouis triangulo ualere, ostendit Nizzius p. 257.

et proportio AD ad DH, quae est ut AC ad HE,[1]) est ut proportio AB ad BC;[2]) ergo rectangulum AC in CB aequale est rectangulo AB in HE [Eucl. VI, 16]. et similiter demonstratur in circulo LMN, quod rectangulum AC in CB aequale sit rectangulo AB in suam diametrum, et demonstratur inde etiam, quod duae diametri circulorum EFG, LMN sint aequales; ergo illi duo circuli sunt aequales. et hoc est, quod uoluimus.[3])

VI.

Si fuerit semicirculus ABC, et in eius diametro sumatur punctum D, et fuerit AD ipsius DC sesquialtera, et describantur super AD, DC duo semicirculi, et ponatur circulus EF inter tres semicirculos tangens eos, et educatur diameter EF in illo parallela diametro AC, reperiri debet proportio diametri AC ad diametrum EF.[4])

iungamus enim duas lineas AE, EB et duas lineas CF, FB; erunt CB, AB rectae, uti dictum est in prima pro-



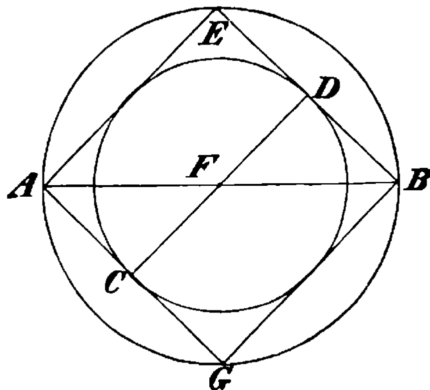
positione. describamus etiam duas lineas FGA, EHC, ostendeturque esse quoque rectas [p. 512 not. 1]; similiter

1) ZMP. XXIV p. 178 nr. 4.
2) Ex Eucl. VI, 2 componendo.
3) Plura de arbelo habet Pappus IV, 19 p. 208 sq. duas propositiones hoc loco addidit Alkauhi, mathematicus Arabs; u. Borellus p. 393—95, Nizze p. 257.
4) Cfr. Pappus IV, 26 p. 224 sq.

duas lineas DE, DF, et iungamus DI, DL et EM, FN et producamus eas ad O, P. et quia in triangulo AED AG est perpendicularis ad ED, et DI est quoque perpendicularis ad AE, et iam se mutuo secuerunt in M, ergo EMO erit etiam perpendicularis, quemadmodum ostendimus in expositione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cuius demonstratio iam quidem praecessit in superiori propositione [p. 515 not. 1]; similiter quoque erit FP perpendicularis super CA. et quia duo anguli, qui sunt apud L et B, sunt recti [Eucl. III, 31], erit DL parallela ipsi AB, et pariter DI ipsi CB; igitur proportio AD ad DC est, ut proportio AM ad FM [Eucl. VI, 2], immo ut proportio AO ad OP, et proportio CD ad DA, ut proportio CN ad NE, immo ut proportio CP ad PO. et erat AD sesquialtera DC; ergo AO est sesquialtera OP et OP sesquialtera CP. ergo tres lineae AO, OP, PC sunt proportionales, et in eadem mensura, in qua est PC quattuor, erit OP sex et AO nouem et CA nouendecim. et quia PO aequalis est EF, erit proportio AC ad EF, ut nouendecim ad sex. igitur reperimus dictam proportionem. etiam si fuerit AD ad DC qualiscunque, ut sesquitertia aut sesquiquarta aut alia, erit iudicium et ratio, uti dictum est. et hoc est, quod uoluimus.

VII.

Si circulus circa quadratum descriptus fuerit, et alius intra illum, utique erit circumscriptus duplus inscripti.



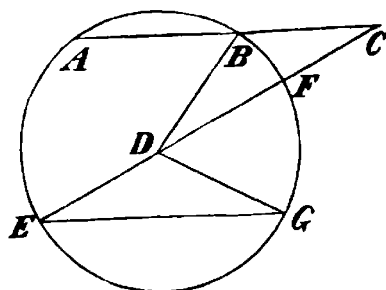
sit itaque circulus comprehendens quadratum AB circulus AB et inscriptus CD, et sit diameter quadrati AB, et est diameter circuli circumscripti, et educamus CD diametrum circuli inscripti parallelam ipsi AE, quae est ei aequalis. et quia quadratum

AB duplum est quadrati AE [Eucl. I, 47] siue DC, et proportio quadratorum ex diametris circulorum est eadem proportioni circuli ad circulum [Eucl. XII, 2], igitur circulus AB duplus est circuli CD. et hoc est, quod uoluimus.

VIII.

Si egrediatur in circulo linea AB ubicunque et producatur in directum, et ponatur BC aequalis semidiametro circuli, et iungatur ex C ad centrum circuli, quod est D, et producatur ad E, erit arcus AE triplus arcus BF.

educamus igitur EG parallelam ipsi AB, et iungamus DB, DG. et quia duo anguli DEG, DGE sunt aequales, erit angulus GDC duplus anguli DEG [Eucl. I, 32]. et quia angulus BDC aequalis est angulo BCD, et angulus CEG aequalis est angulo ACE [Eucl. I, 29], erit angulus GDC duplus anguli CDB et totus angulus BDG triplus anguli BDC, et arcus BG aequalis arcui AE triplus est arcus BF [Eucl. III, 26]. et hoc est, quod uoluimus.[1])



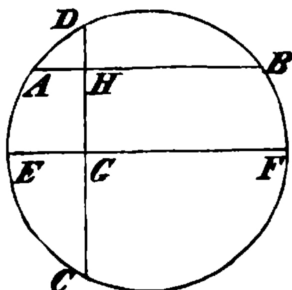
IX.

Si mutuo se secuerint in circulo duae lineae AB, CD (sed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus AD, CB sunt aequales duobus arcubus AC, DB.

educamus diametrum EF parallelam ipsi AB, quae secet CD bifariam in G; erit EC aequalis ipsi ED [Eucl. III, 3]. et quia tam arcus EDF quam ECF est semicirculus, et arcus ED aequalis arcui EA cum arcu AD,

1) Apte monuit Mauritius Cantor (ZMP. XXIV p. 169), hanc propositionem uere Archimedeam esse. breuiorem demonstrationem dedit Borellus.

erit arcus CF cum duobus arcubus EA, AD aequalis semicirculo. et arcus EA aequalis arcui BF; ergo arcus

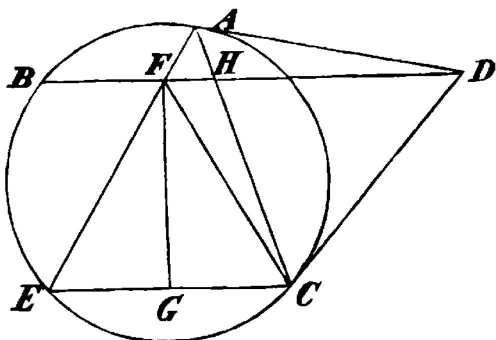


CB cum arcu AD aequalis est semicirculo. et remanent duo arcus EC, EA, nempe arcus AC, cum arcu DB aequales illi. et hoc est, quod uoluimus.

X.

Si fuerit circulus ABC et DA tangens illum et DB secans illum et DC etiam tangens, et educta fuerit CE parallela ipsi DB, et iuncta fuerit EA secans DB in F, et educta fuerit ex F perpendicularis FG super CE, utique bifariam secabit illam in G.

iungamus AC. et quia DA est tangens et AC secans circulum, erit angulus DAC aequalis angulo cadenti in alterno segmento AC, nempe angulo AEC [Eucl. III, 32]. et est aequalis angulo AFD, eo quod CE, BD sunt parallelae [Eucl. I, 29]; ergo anguli DAC, AFD sunt aequales. et in duobus triangulis DAF, AHD sunt duo anguli AFD, HAD aequales, et angulus D communis; propterea erit rectangulum FD in DH aequale quadrato DA,[1]) immo quadrato DC [ZMP. XXIV p. 181 nr. 15].



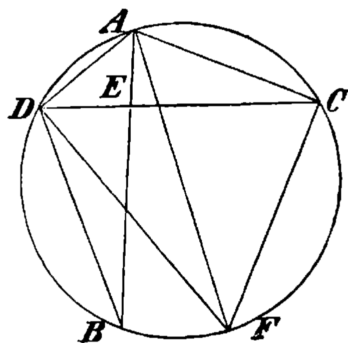
1) Nam $ADH \sim ADF$ (Eucl. VI def. 1); ergo $FD : DA = DA : DH$ (Eucl. VI, 4); tum u. Eucl. VI, 17.

et quia proportio FD ad DC est eadem proportioni CD ad DH [Eucl. VI, 17], et angulus D communis, erunt triangula DFC, DCH similia [Eucl. VI, 6], et angulus DFC aequalis DCH, qui aequalis est angulo DAH. et hic est aequalis angulo AFD; ergo duo anguli AFD, CFD sunt aequales. et DFC aequalis angulo FCE [Eucl. I, 29]; et erat DFA aequalis angulo AEC; ergo in triangulo FEC sunt duo anguli C, E aequales et duo anguli G recti et latus GF commune; propterea erit CG aequalis ipsi GE [Eucl. I, 26]. ergo CE bifariam secatur in G. et hoc est, quod uoluimus.

XI.

Si mutuo se secuerint in circulo duae lineae AB, CD ad angulos rectos in E, quod non sit in centro, utique omnia quadrata AE, BE, EC, ED aequalia sunt quadrato diametri.

educamus diametrum AF, et iungamus lineas AC, AD, CF, DB. et quia angulus AED est rectus, erit aequalis angulo ACF [Eucl. III, 31]. et angulus ADC aequalis AFC, eo quod sunt super arcum AC [Eucl. III, 27]; et remanent in duobus triangulis ADE, AFC duo anguli CAF, DAE aequales; erunt pariter duo arcus CF, DB aequales [Eucl. III, 26], immo et duae chordae eorum aequales [Eucl. III, 29]. et duo quadrata DE, EB aequantur quadrato BD [Eucl. I, 47], nempe CF, et duo quadrata AE, EC aequantur quadrato CA, et duo quadrata CF, CA aequantur quadrato FA, nempe diametri; igitur quadrata AE, EB, CE, ED omnia sunt aequalia quadrato diametri. et hoc est, quod uoluimus.

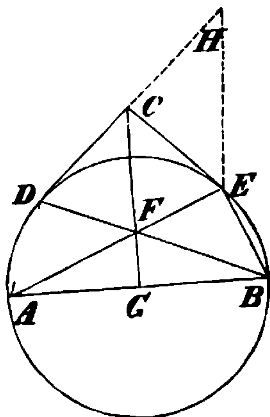


XII.

Si fuerit semicirculus super diametrum AB, et eductae fuerint ex C duae lineae tangentes illum in duobus punctis

D, E, et iunctae fuerint EA, DB se mutuo secantes in F, et iuncta fuerit CF et producatur ad G, erit CG perpendicularis ad AB.

iungamus DA, EB. et quia angulus BDA est rectus [Eucl. III, 31], erunt duo anguli DAB, DBA reliqui in triangulo DAB aequales uni recto. et angulus AEB rectus; igitur sunt aequales ei. et ponamus angulum FBE communem; ambo anguli DAB, ABE sunt aequales FBE, FEB, immo angulo DFE externo in FBE [Eucl. I, 32]. et quia CD est tangens circulum et DB secans illum, angulus CDB aequatur angulo DAB, et pariter angulus CEF aequatur angulo EBA [Eucl. III, 32]; ergo duo anguli CEF, CDF simul aequales sunt angulo DFE. et iam quidem planum fit ex nostro tractatu de figuris quadrilateris,[1] quod, si educantur inter duas lineas aequales sibi occurrentes in aliquo puncto, uti sunt duae lineae CD, CE [cfr. ZMP. XXIV p. 181 nr. 15], duae lineae se mutuo secantes, uti sunt duae lineae DF, EF, et fuerit angulus ab illis contentus, ut est angulus F, aequalis duobus angulis, qui occurrunt duabus lineis se inuicem secantibus, uti sunt duo anguli E, D, simul, erit linea egrediens a puncto concursus ad punctum sectionis, uti est linea CF, aequalis cuilibet linearum sibi occurrentium, ut CD uel CE;[2] propterea erit CF aequalis ipsi CD; ergo angulus CFD



1) De eiusmodi libro Archimedis nemo praeterea uerbum fecit.

2) Demonstrationem indirectam dedit Almochtasso. Borellus propositionem ita demonstrat: producatur DC, et sit $CH = CE$. iam cum $\angle H = CEH$ et ex hypothesi

$$DFE = CDF + CEF,$$

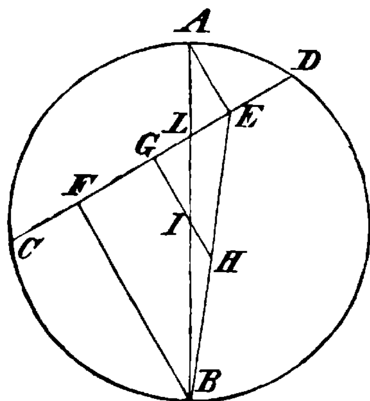
erit $DFE + H = CDF + FEH = 180^\circ$; itaque $DFEH$ in circulum inscribi potest (Eucl. III, 22). et centrum erit C, cum $CH = DC = CE$; itaque erit $CF = CD$.

est aequalis angulo CDF, nempe angulo DAG. sed angulus CFD cum angulo DFG est aequalis duobus rectis; ergo angulus DAG cum angulo DFG aequalis est duobus rectis; et remanent in quadrilatero $ADFG$ duo anguli ADF, AGF aequales duobus rectis. sed angulus ADB rectus est; ergo angulus AGC est rectus et CG perpendicularis ad AB. et hoc est, quod uoluimus.

XIII.

Si mutuo se secent duae lineae AB, CD in circulo, et fuerit AB diameter illius, at non CD, et educantur ex duobus punctis A, B duae perpendiculares ad CD, quae sint AE, BF, utique abscindent ex illa CF, DE aequales.[1])

iungamus EB et educamus ex I, quod est centrum, perpendicularem IG super CD et producamus eam ad H in EB. et quia IG est perpendicularis ex centro ad CD, illam bifariam diuidet in G [Eucl. III, 3]; et quia IG, AE sunt duae perpendiculares super illam, erunt parallelae [Eucl. I, 28]. et quia BI aequalis est IA, erit BH aequalis ipsi HE [Eucl. VI, 2]; et propter earum aequalitatem, et quia BF est parallela ipsi HG, erit FG aequalis ipsi GE, et ex GC, GD aequalibus remanent FC, ED aequales. et hoc est, quod uoluimus.



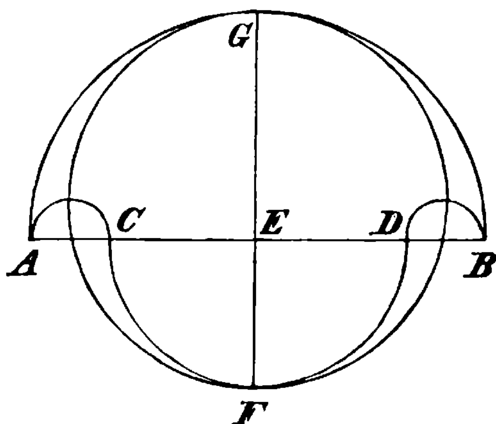
XIV.

Si fuerit AB semicirculus, et ex eius diametro AB dissectae sint AC, BD aequales, et efficiantur super lineas AC, CD, DB semicirculi, et sit centrum duorum semi-

1) Cfr. Pappus VII, 132 p. 788.

circulorum AB, CD punctum E, et sit EF perpendicularis super AB et producatur ad G, utique circulus, cuius diameter est FG, aequalis est superficiei contentae a semicirculo maiori et a duobus semicirculis, qui sunt intra illum, et a semicirculo medio, qui est extra illum. et est figura, quam uocat Archimedes Salinon.[1])

quia DC bifariam secatur in E, et addita est illi CA, erunt duo quadrata DA, CA dupla duorum quadratorum DE, EA [Eucl. II, 10]. sed FG aequalis est ipsi DA;[2]) ergo duo quadrata FG, AC dupla sunt duorum quadratorum DE, EA. et quia AB dupla est AE, et CD dupla quoque ED, erunt duo quadrata AB, DC quadrupla duorum quadratorum DE, EA, immo dupla duorum quadratorum GF, AC. similiter etiam duo circuli, quorum diametri sunt AB, DC, dupli sunt eorum,



quorum diametri sunt GF, AC [Quaest. Arch. p. 48], et dimidii eorum, quorum diametri sunt AB, CD, aequales duobus circulis, quorum diametri sunt GF, AC. sed circulus, cuius diameter AC, est aequalis duobus semicirculis AC, BD; ergo, si auferamus ex illis duos semicirculos AC, BD, qui sunt communes, remanet figura contenta a quattuor semicirculis AB, CD, DB, AC (quae ea est, quam uocat Ar-

1) Haec propositio fortasse re uera Archimedis est. quid Salinon sit, uerbum sine dubio ab Arabibus deprauatum, dubito. pro *σελίνιον* accepit Barrowius p. 275; contra Mauritius Cantor l. c. ab *σάλος* deriuat („Wellenlinie), Heath (The works of Archim. p. 315) a uocabulo Latino *salinum*. ipse de uerbo *σέλινον* cogitaui (ex similitudine frondis apii).

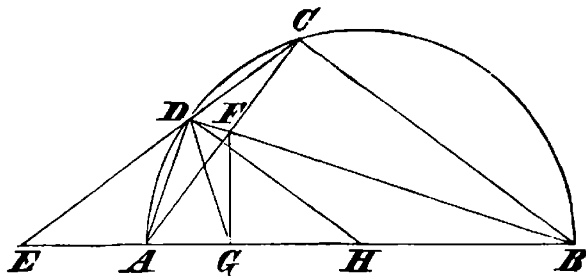
2) Nam $GF = GE + EF = AE + ED = AD$.

chimedes Salinon) aequalis circulo, cuius diameter est FG. et hoc est, quod uoluimus.

XV.

Si fuerit AB semicirculus et AC chorda pentagoni, et semissis arcus AC sit AD, iungatur CD et producatur, ut cadat super E, et iungatur DB, quae secet CA in F, et ducatur ex F perpendicularis FG super AB, erit linea EG aequalis semidiametro circuli.[1])

iungamus itaque lineam CB, et sit centrum H, et iungamus HD, DG et AD. et quia angulus ABC, cuius basis est latus pentagoni, est duae quintae partes recti



[Eucl. III, 20], quilibet duorum angulorum CBD, DBA est quinta pars recti. et angulus DHA duplus est anguli DBH [Eucl. III, 20]; ergo angulus DHA est duae quintae partes recti. et quia in duobus triangulis CBF, GBF duo anguli B sunt aequales et G, C recti et latus FB commune, erit BC aequale ipsi BG [Eucl. I, 26]. et quia in duobus triangulis CBD, GBD duo latera CB, BG sunt aequalia et similiter duo anguli ad B, et latus BD commune, erunt duo anguli BCD, BGD aequales [Eucl. I, 4]. et quilibet eorum est sex quintae partes recti,[2]) et est aequalis angulo DAE externo quadrilateri $BADC$, quod est in circulo;[3]) ergo remanet angulus DAB aequalis

1) Cfr. Pappus V, 77 p. 418.
2) Nam $DCA = \frac{1}{2} DHA$ (Eucl. III, 20) et $FCB = 90^\circ$.
3) Nam

$$BCD + DAB = 180^\circ \text{ (Eucl. III, 22)} = DAE + DAB.$$

angulo DGA, et erit DA aequalis ipsi DG. et quia angulus DHG est duae quintae partes recti et angulus DGH sex quintae partes recti, remanet angulus HDG duae quintae partes recti, et erit DG aequalis GH. et quia ADE externus quadrilateri $ADCB$, quod est in circulo, est aequalis angulo CBA [p. 524 not. 3], et est duae quintae partes recti et aequalis angulo GDH. et quia in duobus triangulis EDA, HDG sunt duo anguli EDA, HDG aequales et pariter duo anguli DGH, DAE et duo latera DA, DG, erit EA aequale HG [Eucl. I, 26]. et ponamus AG commune; erit EG aequale AH. et hoc est, quod uoluimus.

Et hinc patet, quod linea DE aequalis sit semidiametro circuli; quia angulus A aequalis est angulo DGH, ideo erit linea DH aequalis linea DE.[1]) et dico, quod EC diuiditur media et extrema proportione[2]) in D, et maius segmentum est DE; et hoc, quia ED est chorda hexagoni [Eucl. IV, 15 coroll.] et DC decagoni, et hoc iam demonstratum est in libro Elementorum.[3]) et hoc est, quod uoluimus.

---

1) Nam $DA = DG$, $EA = GH$; tum u. Eucl. I, 4.

2) H. e. ἄκρον καὶ μέσον λόγον, siue $EC : ED = ED : DC$ (Eucl. VI def. 3).

3) H. e. ἐν τῇ Στοιχειώσει, Eucl. Elem. XIII, 9.

PROBLEMA BOVINUM.

Antiquitus clarum erat problema Archimedis de numero boum Solis (πρόβλημα βοεικόν); u. Scholia ad Platonis Charmid. 165 e: θεωρεῖ (ἡ λογιστική) οὖν τοῦτο μὲν τὸ κληθὲν ὑπ' Ἀρχιμήδους βοεικὸν πρόβλημα, τοῦτο δὲ μηλίτας καὶ φιαλίτας ἀριθμούς (u. Anthol. Palat. XIV, 3 et 12); cfr. Hero IV p. 98, 19. hoc ipsum problema fortasse significat Cicero ad Attic. XII, 4; XIII, 28: πρόβλημα Ἀρχιμήδειον. epigramma infra adlatum problema eiusmodi tractans e codice Guelferbytano (Gud. Graec. 77 fol. 415^{v}) primus edidit G. E. Lessingius (Beitr. z. Gesch. u. Litterat., Braunschweig 1773, p. 421 sq., u. Sämmtliche Schriften ed. Lachmann IX p. 285 sq.) addito scholio et disputatione mathematica Chr. Leistii (ib. p. 297). deinde id ediderunt I. et K. L. Struuii (Altes griechisches Epigramm mathematischen Inhalts, Altona 1821), G. Hermannus (De Archimedis problemate bouino, Lipsiae 1828, u. Opuscula IV p. 228 et recensio I. F. Wurmii in Jahns Jahrbücher XIV p. 194, ad quam respicit Hermannus Opusc. IV praef. p. III), Terquem Bulletin de bibliogr., d'histoire et de biogr. mathématiques I

Πρόβλημα,

ὅπερ Ἀρχιμήδης ἐν ἐπιγράμμασιν εὑρὼν τοῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ περὶ ταῦτα πραγματευομένοις ζητεῖν ἀπέστειλεν ἐν τῇ πρὸς Ἐρατοσθένην τὸν Κυρηναῖον ἐπιστολῇ.

Πληθὺν Ἠελίοιο βοῶν, ὦ ξεῖνε, μέτρησον
φροντίδ' ἐπιστήσας, εἰ μετέχεις σοφίης,
πόσση ἄρ' ἐν πεδίοις Σικελῆς ποτ' ἐβόσκετο νήσου
Θρινακίης τετραχῇ στίφεα δασσαμένη
χροιὴν ἀλλάσσοντα· τὸ μὲν λευκοῖο γάλακτος,
κυανέῳ δ' ἕτερον χρώματι λαμπόμενον,

p. 121; cfr. ibid. p. 113 sq., p. 130), B. Krumbiegel (ZMP. XXV p. 121 sq.). problema ipsum praeterea tractauerunt Nesselmannus (Algebra der Griechen p. 481 sq.), A. I. H. Vincentius (Bulletin Terquem I p. 165 sq., II p. 39), A. Amthor (ZMP. XXV p. 153 sq.), Paulus Tannery (Mém. de la Soc. d. Sciences de Bordeaux[2], 1880, III p. 369 sq., Bullet. d. sciences mathém.[2] 1881, V p. 25 sq.), T. L. Heath (Diophantus of Alexandria p. 142).

quidquid de ipso epigrammate iudicandum est, uix negari potest, Archimedem tale problema proponere potuisse, neque formam eius ab arithmetica eius temporis abhorrere, in quo consentiunt praeter Hermannum et Krumbiegelium Guilelmus Libri (Hist. d. mathém. en Italie I p. 206), Mauritius Cantor (ZMP. XXIV p. 169), Paulus Tannery (l. c.), obloquente praeter Struvios, Nesselmannum, Vincentium Heathio l. c. cfr. Quaest. Arch. p. 66—68.

epigramma exstat etiam in cod. Paris Gr. 2448 saec. XIV fol. 57 (**P**), quem mea causa contulit Henricus Lebègue. cod. Gudianum (**G**) ipse contuli.

Problema,

quod Archimedes inuenit et in epigrammate ad eos, qui Alexandriae eiusmodi rebus studebant, misit in epistula ad Eratosthenem Cyrenensem.

Multitudinem boum Solis, hospes, computato diligentiam adhibens, si sapientiae particeps es, quanta quondam in campis Thrinaciae Siculae insulae pasta sit in quattuor greges diuisa colore diuersos, unum lactis albi colore, alterum

---

3 *πραγματευομένοις*] *Struve*, *πραγματουμένοις* G. 5 *'Ηελίοιο βοῶν*] cfr. Odyss. XII, 127 sqq. 8 *δασσαμένη*] G, *δασαμένη* P. 9 *ἀλλάσσοντα*] G, *ἀλλάσοντα* (σ supra) P.

ἄλλο γε μὲν ξανθόν, τὸ δὲ ποικίλον. ἐν δὲ ἑκάστῳ
στίφει ἔσαν ταῦροι πλήθεσι βριθόμενοι
συμμετρίης τοιῆσδε τετευχότες· ἀργότριχας μέν
κυανέων ταύρων ἡμίσει ἠδὲ τρίτῳ
καὶ ξανθοῖς σύμπασιν ἴσους, ὦ ξεῖνε, νόησον,
αὐτὰρ κυανέους τῷ τετράτῳ τε μέρει
μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ, ἔτι ξανθοῖσί τε πᾶσιν.
τοὺς δ' ὑπολειπομένους ποικιλόχρωτας ἄθρει
ἀργεννῶν ταύρων ἕκτῳ μέρει ἑβδομάτῳ τε
καὶ ξανθοῖς αὐτοὺς πᾶσιν ἰσαζομένους.
θηλείαισι δὲ βουσὶ τάδ' ἔπλετο· λευκότριχες μέν
ἦσαν συμπάσης κυανέης ἀγέλης
τῷ τριτάτῳ τε μέρει καὶ τετράτῳ ἀτρεκὲς ἶσαι·
αὐτὰρ κυάνεαι τῷ τετράτῳ τε πάλιν
μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ ὁμοῦ μέρει ἰσάζοντο
σὺν ταύροις πάσαις εἰς νομὸν ἐρχομέναις.
ξανθοτρίχων δ' ἀγέλης πέμπτῳ μέρει ἠδὲ καὶ ἕκτῳ
ποικίλαι ἰσάριθμον πλῆθος ἔχον τετραχῇ.
ξανθαὶ δ' ἠριθμεῦντο μέρους τρίτου ἡμίσει ἶσαι
ἀργεννῆς ἀγέλης ἑβδομάτῳ τε μέρει.
ξεῖνε, σὺ δ', Ἠελίοιο βόες πόσαι, ἀτρεκὲς εἰπών,
χωρὶς μὲν ταύρων ζατρεφέων ἀριθμόν,
χωρὶς δ' αὖ, θήλειαι ὅσαι κατὰ χροιὰν ἕκασται,
οὐκ ἄιδρίς κε λέγοι' οὐδ' ἀριθμῶν ἀδαής,
οὐ μήν πώ γε σοφοῖς ἐναρίθμιος. ἀλλ' ἴθι φράζευ
καὶ τάδε πάντα βοῶν Ἠελίοιο πάθη.
ἀργότριχες ταῦροι μὲν ἐπεὶ μιξαίατο πληθύν
κυανέοις, ἵσταντ' ἔμπεδον ἰσόμετροι
εἰς βάθος εἰς εὖρός τε, τὰ δ' αὖ περιμήκεα πάντη

---

2 *πλήθεσι*] *πλήθει* Struve. 6 *τετράτῳ τε*] P, *τετάρτῳ* G. 7 *μικτοχρόων*] *στικτοχρόων* Struve. *πᾶσιν*] P, *πᾶσι* G. 10 *αὐ-*

caeruleo nitentem, tertium flauum, quartum uarium. in singulis autem gregibus tauri erant numero praeualidi, hanc rationem seruantes: finge, hospes, albos numero aequales dimidiae tertiaeque partibus taurorum caeruleorum et simul omnibus flauis, caeruleos autem quartae quintaeque partibus uariorum et praeterea flauis omnibus. reliquos autem uarios uide sextae septimaeque partibus alborum et omnibus flauis aequales. in uaccis autem hae erant rationes: albae tertiae quartaeque partibus totius gregis caerulei prorsus aequales erant, caeruleae autem rursus quartae quintaeque simul partibus uariarum aequales erant, ubi omnes cum tauris pascebantur. uariae autem numerum habebant ex omni parte aequalem quintae sextaeque partibus flauorum gregis. flauae autem sextae septimaeque partibus gregis albi aequales numerabantur. tu uero, hospes, diligenter indicato numero boum Solis, quot tauri robusti quotque uaccae fuerint singulis coloribus, non imperitus rudisque numerorum uocaberis, neque tamen inter sapientes numeraberis. at dic age has quoque omnes boum Solis rationes: sicubi tauri albi suam multitudinem cum caeruleis coniungebant, stabant firmiter aequali in altitudinem latitudinemque mensura, et longi latique campi Thrinaciae

---

τοὺς] *αὖτις Struve.* *ἰσαζομένους*] G, *ἰδαιομένους* P. Versus 17—26 (lin. **11** sqq.) del. *Vincent.* **13** *τετράτῳ*] P, *τετάρτῳ* G. **14** *τετράτῳ*] P, *τετάρτῳ* G. **15** *μικτοχρόων*] *στικτοχρόων Struve.* **16** *πάσαις*] GP, *πάσης Lessing*, *πασῶν Struve*, *πάσης δ' Hermann.* *ἐρχομέναις*] GP, *ἐρχομένης Lessing*, *ἐρχομένων Struve.* **17** *δ'*] P, *Struve*; om. G. **18** *τετραχῆ*] G, *τετραχεῖ* P, uix sanum; *τελέως Krumbiegel*; *ἔχοντ' ἀτρεκές Vincent* praeeunte *Struvio.* **19** *τρίτον*] P, *τρίτον* G. **21** *βόες*] GP, *βοῶν Hermann.* *πόσαι*] *πόσοι Vincent.* *εἰπών*] *εἶπον* (imp.) *Wurm.* vers. 28—29 (lin. **22**—**23**) del. *Vincent.* **23** *χροιὰν*] *χρῶμα Struve.* **24** *λέγοι'*] G, *λέγοιο* P. vers. 31—44 (lin. **25** — p. 532, 9) del. *Vincent.* **25** *ἐναρίθμιος*] GP. **26** *τάδε πάντα*] *τάδ' ἔτ' ἄλλα Struve.* **28** *ἔμπεδον*] *ἐμβαδὸν Vincent.* **29** *περιμήκεα*] *πέρι μήκεα Hermann.*

πίμπλαντο πλίνθου Θρινακίης πεδία.
ξανθοὶ δ' αὖτ' εἰς ἓν καὶ ποικίλοι ἀθροισθέντες
ἵσταντ' ἀμβολάδην ἐξ ἑνὸς ἀρχόμενοι
σχῆμα τελειοῦντες τὸ τρικράσπεδον οὔτε προσόντων
ἀλλοχρόων ταύρων οὔτ' ἐπιλειπομένων.
ταῦτα συνεξευρὼν καὶ ἐνὶ πραπίδεσσιν ἀθροίσας
καὶ πληθέων ἀποδούς, ξεῖνε, τὰ πάντα μέτρα
ἔρχεο κυδιόων νικηφόρος ἴσθι τε πάντως
κεκριμένος ταύτῃ γ' ὄμπνιος ἐν σοφίῃ.

Σχόλιον.

Τὸ μὲν οὖν πρόβλημα διὰ τοῦ ποιήματος ὁ Ἀρχιμήδης ἐδήλωσε σαφῶς· ἰστέον δὲ τὸ λεγόμενον, ὅτι τέσσαρας ἀγέλας εἶναι δεῖ βοῶν, λευκοτρίχων μὲν μίαν ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθος ὁμοῦ συνάγει μυριάδας διπλᾶς ιδ' καὶ ἁπλᾶς φπβ' καὶ μονάδας ͵ζτξ', κυανοχρόων δ' ἄλλην ὁμοῦ ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθός ἐστι μυριάδων διπλῶν ἐννέα καὶ ἁπλῶν ͵ηωλ' καὶ μονάδων ω', μιξοτρίχων δ' ἄλλην ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθός ἐστι μυριάδων διπλῶν η' καὶ ἁπλῶν ͵ςϡϙα' καὶ μονάδων υ'· τῆς δὲ λοιπῆς ἀγέλης τῶν ξανθοχρόων συνάγει τὸ πλῆθος διπλᾶς μυριάδας ζ' καὶ ἁπλᾶς ͵ςψη', μονάδας δὲ ͵η'· ὥστε συνάγεσθαι ὁμοῦ τὸ πλῆθος τῶν δ' ἀγελῶν μυριάδας διπλᾶς μ' καὶ ἁπλᾶς ͵γριβ' καὶ μο-

---

1 *πλίνθου*] *πλῆθος Vincent*, *πλήθους Krumbiegel.* 3 *ἀμβολάδην*] G, *ἀμβολάνδην* P. 4 *οὔτε*] *εἴτε Hermann.* 5 *οὔτ'*] *εἴτ' Hermann.* 6 *πραπίδεσσιν*] G, *πραπίδεσιν* P. *ἀθροίσας*] G, *ἀθρήσας* P. 7 *ξεῖνε, τὰ*] P, *ὦ ξένε* G. 9 *ταύτῃ γ'*] *Hermann*, *ταύτης* P, *ταύτῃ* G. 21 *ξανθοχρόων*] *ξανθοτρίχων Hermann.*

undique solido quadrangulo complebantur. rursus autem flaui et uarii coniuncti ita stabant, ut numerus sensim ex uno adcresceret, figuram trilateram efficientes tauris ceterorum colorum neque praesentibus neque deficientibus. haec si simul inueneris et mente complexus eris, hospes, omnes multitudinum mensuras indicans, uictoria gloriatus abito et putato, te ita demum hac in sapientia perfectum esse iudicatum.

νάδας ͵ϛφξ΄. καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων ἔχει μυριάδας διπλᾶς η΄ καὶ ἁπλᾶς ͵βϡλα΄ καὶ μονάδας ͵ηφξ΄, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς ε΄ καὶ ἁπλᾶς ͵ζχν΄ καὶ μονάδας ͵ηω΄, ἡ δὲ ἀγέλη τῶν κυανοχρόων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς ε΄ καὶ ἁπλᾶς ͵θχπδ΄ καὶ μονάδας ͵αρκ΄, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς γ΄ καὶ ἁπλᾶς ͵θρμε΄ καὶ μονάδας ͵θχπ΄, ἡ δ' ἀγέλη τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς ε΄ καὶ ἁπλᾶς ͵ηωξδ΄ καὶ μονάδας ͵δω΄, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς β΄ καὶ ἁπλᾶς ͵ηρκϛ΄ καὶ μονάδας ͵εχ΄, ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοχρωμάτων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς γ΄ καὶ ἁπλᾶς ͵γρϙε΄ καὶ μονάδας ϡξ΄, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς δ΄ καὶ ἁπλᾶς ͵γφιγ΄ καὶ μονάδας ͵ζμ΄. καί ἐστι τὸ πλῆθος τῶν λευκοτρίχων ταύρων ἴσον τῷ ἡμίσει καὶ τρίτῳ μέρει τοῦ πλήθους τῶν κυανοχρόων ταύρων καὶ ἔτι ὅλῃ τῇ τῶν ξανθοχρωμάτων ἀγέλῃ, τὸ δὲ πλῆθος τῶν κυανοχρωμάτων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων καὶ ὅλῳ τῷ πλήθει τῶν ξανθοχρωμάτων, τὸ δὲ πλῆθος τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων ἴσον τῷ ἕκτῳ καὶ ἑβδόμῳ μέρει τῶν λευκοτρίχων

---

11 ͵εχ΄] *Lessing*, ͵θχ΄ G. 19 ποικιλοτρίχων] ποικιλοχρόων *Hermann.*

ταύρων καὶ ἔτι τῷ πλήθει ὅλῳ τῶν ξανθοχρωμάτων ταύρων, καὶ πάλιν τὸ πλῆθος τῶν λευκῶν θηλειῶν ἴσον τῷ τρίτῳ καὶ τετάρτῳ μέρει ὅλης τῆς ἀγέλης τῶν κυανοχρόων, τὸ δὲ τῶν κυανοχρόων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν ποικιλοτρίχων, τὸ δὲ τῶν ποικιλοτρίχων ἴσον τῷ πέμπτῳ καὶ ἕκτῳ μέρει τῆς ὅλης τῶν ξανθῶν βοῶν. πάλιν δὲ τὸ τῶν ξανθῶν θηλειῶν πλῆθος ἦν ἴσον τῷ ἕκτῳ τε καὶ ἑβδόμῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν λευκῶν βοῶν. καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων καὶ ἡ τῶν κυανοχρόων ταύρων συντεθεῖσα ποιεῖ τετράγωνον ἀριθμόν, ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοτρίχων ταύρων μετὰ τῆς ἀγέλης τῶν ποικιλοχρόων συντεθεῖσα ποιεῖ τρίγωνον, ὡς ἔχει τὰ τῶν ὑποκειμένων κανόνων καθ' ἕκαστον χρῶμα.

---

8 τε] om. *Hermann*. 14 τῶν ὑποκειμένων κανόνων] hae ratiocinationes nunc desunt in G.

FRAGMENTA.

Omissis libris, qui ab Arabibus solis commemorantur (u. Quaest. Arch. p. 29—30), ad quos nunc adcessit liber De clepsydris (Philon, Le livre des appareils pneumatiques, par Carra de Vaux, Paris 1902, p. 14; E. Wiedemann, Sitzungsber. d. physikal.-medizin. Sozietät in Erlangen 1905, XXXVII p. 257 sqq.; cfr. omnino de Arabum notitiis ib. p. 248 sq.), hoc loco omnia testimonia et fragmenta librorum Archimedis, qui interciderunt, quae quidem inuenire potuerim, collegi; pleraque indicaui Quaest. Arch. p. 30 sq.

De polyedris.

1 Pappus V, 34 p. 352. *ταῦτα δ' ἐστὶν οὐ μόνον τὰ παρὰ τῷ θειοτάτῳ Πλάτωνι πέντε σχήματα, τουτέστιν τετράεδρόν τε καὶ ἑξάεδρον, ὀκτάεδρόν τε καὶ δωδεκάεδρον, πέμπτον δ' εἰκοσάεδρον, ἀλλὰ καὶ τὰ ὑπὸ Ἀρχιμήδους εὑρεθέντα τρισκαίδεκα τὸν ἀριθμὸν ὑπὸ ἰσοπλεύρων μὲν καὶ ἰσογωνίων, οὐχ ὁμοίων δέ, πολυγώνων περιεχόμενα.*

τὸ μὲν γὰρ πρῶτον ὀκτάεδρόν ἐστιν περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων δ̅ καὶ ἑξαγώνων δ̅.

τρία δὲ μετὰ τοῦτο τεσσαρεσκαιδεκάεδρα, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η̅ καὶ τετραγώνοις ϛ̅, τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ϛ̅ καὶ ἑξαγώνοις η̅, τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις η̅ καὶ ὀκταγώνοις ϛ̅.

μετὰ δὲ ταῦτα ἑκκαιεικοσάεδρά ἐστιν δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η̅ καὶ τετραγώνοις ι̅η̅, τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ι̅β̅, ἑξαγώνοις η̅ καὶ ὀκταγώνοις ϛ̅.

μετὰ δὲ ταῦτα δυοκαιτριακοντάεδρά ἐστιν τρία, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις $\overline{\kappa}$ καὶ πενταγώνοις $\overline{\iota\beta}$, τὸ δὲ δεύτερον πενταγώνοις $\overline{\iota\beta}$ καὶ ἑξαγώνοις $\overline{\kappa}$, τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις $\overline{\kappa}$ καὶ δεκαγώνοις $\overline{\iota\beta}$.

μετὰ δὲ ταῦτα ἕν ἐστιν ὀκτωκαιτριακοντάεδρον περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων $\overline{\lambda\beta}$ καὶ τετραγώνων $\overline{ϛ}$.

μετὰ δὲ τοῦτο δυοκαιεξηκοντάεδρά ἐστι δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις $\overline{\kappa}$ καὶ τετραγώνοις $\overline{\lambda}$ καὶ πενταγώνοις $\overline{\iota\beta}$, τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις $\overline{\lambda}$ καὶ ἑξαγώνοις $\overline{\kappa}$ καὶ δεκαγώνοις $\overline{\iota\beta}$.

μετὰ δὲ ταῦτα τελευταῖόν ἐστιν δυοκαιενενηκοντάεδρον, ὃ περιέχεται τριγώνοις $\overline{\pi}$ καὶ πενταγώνοις $\overline{\iota\beta}$.

ὅσας δὲ γωνίας ἕκαστον ἔχει στερεὰς τῶν $\overline{\iota\gamma}$ τούτων σχημάτων πολυέδρων καὶ ὅσας πλευράς, διὰ τοῦδε τοῦ τρόπου θεωρεῖται· ὅσων μὲν γὰρ ἁπλῶς πολυέδρων αἱ στερεαὶ γωνίαι τρισὶν ἐπιπέδοις περιέχονται γωνίαις, ἐξαριθμηθεισῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν, ἃς ἔχουσιν πᾶσαι αἱ ἕδραι τοῦ πολυέδρου, δῆλον, ὡς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ, ὅσων δὲ πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται τέσσαρσιν ἐπιπέδοις, ἐξαριθμηθεισῶν πασῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν, ἃς ἔχουσιν αἱ ἕδραι τοῦ πολυέδρου, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ τὸ τέταρτον μέρος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν τοῦ πολυέδρου· ὁμοίως δὲ καί, ὅσων πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ $\overline{\varepsilon}$ γωνιῶν ἐπιπέδων, τὸ πέμπτον τοῦ πλήθους τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἐστιν ὁ ἀριθμὸς τοῦ πλήθους τῶν στερεῶν γωνιῶν.

τῶν δὲ πλευρῶν τὸ πλῆθος, ἃς ἕκαστον ἔχει τῶν πολυέδρων, τόνδε τὸν τρόπον εὑρήσομεν. ἐξαριθμηθεισῶν γὰρ πασῶν τῶν πλευρῶν, ἃς ἔχει τὰ ἐπίπεδα

τὰ περιέχοντα τὸ πολύεδρον, ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν δῆλον ὡς ἴσος ἐστὶν τῷ πλήθει τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν. ἀλλ' ἐπειδὴ δύο ἐπιπέδων ἑκάστη τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κοινή ἐστιν, δῆλον, ὅτι τοῦ πλήθους τὸ ἥμισυ αἱ πλευραί εἰσι τοῦ πολυέδρου.

τὸ μὲν οὖν πρῶτον τῶν ἀνομοιογενῶν $\overline{ιγ}$ πολυέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις $\overline{δ}$ καὶ ἑξαγώνοις $\overline{δ}$, γωνίας μὲν ἔχει στερεὰς $\overline{ιβ}$, πλευρὰς δὲ $\overline{ιη}$. τῶν μὲν γὰρ τεσσάρων τριγώνων αἵ τε γωνίαι $\overline{ιβ}$ εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ $\overline{ιβ}$, τῶν δὲ $\overline{δ}$ ἑξαγώνων αἵ τε γωνίαι $\overline{κδ}$ εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ $\overline{κδ}$· γενομένου δὴ τοῦ ἀριθμοῦ παντὸς $\overline{λϛ}$ ἀναγκαῖόν ἐστιν τὸν μὲν τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸν τρίτον μέρος εἶναι τοῦ προειρημένου ἀριθμοῦ, ἐπεὶ καὶ ἑκάστη τῶν στερεῶν αὐτοῦ γωνιῶν ἐπιπέδοις γωνίαις περιέχεται $\overline{γ}$, τὸ δὲ τῶν πλευρῶν πλῆθος τὸ ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ, τουτέστιν τοῦ $\overline{λϛ}$, ὥστε εἶναι πλευρὰς $\overline{ιη}$.

τῶν δὲ τετρακαιδεκαέδρων τὸ πρῶτον περιέχεται τριγώνοις $\overline{η}$ καὶ τετραγώνοις $\overline{ϛ}$, ὥστε ἔχειν στερεὰς μὲν γωνίας $\overline{ιβ}$· ἑκάστη γὰρ αὐτοῦ γωνία ὑπὸ τεσσάρων ἐπιπέδων γωνιῶν περιέχεται· πλευρὰς δὲ ἔχει $\overline{κδ}$. τὸ δὲ δεύτερον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις $\overline{ϛ}$ καὶ ἑξαγώνοις $\overline{η}$, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας $\overline{κδ}$· ἑκάστη γὰρ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ περιέχεται ὑπὸ $\overline{γ}$ γωνιῶν ἐπιπέδων· πλευρὰς δὲ ἔχει $\overline{λϛ}$.....[1])

τῶν δὲ ἑκκαιεικοσαέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περι-

1) Lacunam cum Eisenmanno sic expleuit Hultschius: τὸ δὲ τρίτον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις $\overline{η}$ καὶ ὀκταγώνοις $\overline{ϛ}$, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας $\overline{κδ}$, πλευρὰς δὲ $\overline{λϛ}$. aliter scholiastes; u. p. 540 sq.

ἔχεται τριγώνοις τε η καὶ τετραγώνοις ιη, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ, πλευρὰς δὲ μη. τὸ δὲ δεύτερον τῶν ἑκκαιεικοσαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ιβ καὶ ἑξαγώνοις η καὶ ὀκταγώνοις ϛ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας μη, πλευρὰς δὲ οβ.

τῶν δὲ δυοκαιτριακονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ καὶ πενταγώνοις ιβ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας λ, πλευρὰς δὲ ξ. τὸ δὲ δεύτερον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται πενταγώνοις ιβ καὶ ἑξαγώνοις κ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ, πλευρὰς δὲ ϙ. τὸ δὲ τρίτον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ καὶ δεκαγώνοις ιβ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ, πλευρὰς δὲ ϙ.

τὸ δὲ ὀκτωκαιτριακοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε λβ καὶ τετραγώνοις ἕξ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ, πλευρὰς δὲ ξ.

τῶν δὲ δυοκαιεξηκονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ καὶ τετραγώνοις λ καὶ πενταγώνοις ιβ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ, πλευρὰς δὲ ρκ. τὸ δὲ λοιπὸν τῶν δυοκαιεξηκονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις λ καὶ ἑξαγώνοις κ καὶ δεκαγώνοις ιβ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ρκ, πλευρὰς δὲ ρπ.

τὸ δὲ δυοκαιενενηκοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε π καὶ πενταγώνοις ιβ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ, πλευρὰς δε ρν.

Haec omnia sine dubio iam ipse Archimedes proposuerat. cfr. de his polyedris Keppler, Harmon. mundi p. 62.

Scholia Vaticana in Pappum III p. 1171.[1]) 2

---

1) Hoc scholium in cod. Vaticano prauo ordine scriptum digessit Hultschius, quem secuti sumus, nisi quod δ′ lin. 1—5 suo loco reposuimus (cfr. Pappus III p. 1170).

α΄. ὀκτάεδρον ἔχει τρίγωνα $\overline{δ}$, ἑξάγωνα δὲ $\overline{δ}$, πλευρὰς $\overline{ιη}$, γωνίας δὲ στερεὰς $\overline{ιβ}$, ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ $\overline{γ}$ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικαί, μία δὲ τριγωνική, ὥστε λείπειν τῶν $\overline{δ}$ ὀρθῶν μιᾶς ὀρθῆς γωνίας δύο τριτημορίοις. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τῆς πρώτης πυραμίδος διαιρουμένων τῶν πλευρῶν αὐτῆς εἰς $\overline{γ}$ ἴσα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

β΄. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον (sc. τὸ πρῶτον) περιέχεται ὑπὸ μὲν τριγώνων $\overline{η}$, ὑπὸ δὲ τετραγώνων $\overline{ϛ}$, ἔχει δὲ πλευρὰς $\overline{κδ}$, γωνίας δὲ στερεὰς $\overline{ιβ}$, ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ $\overline{δ}$ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν τετραγωνικαί, $\overline{β}$ δὲ τριγωνικαί, ὥστε λείπειν τῶν $\overline{δ}$ ὀρθῶν μιᾶς γωνίας ὀρθῆς δύο τριτημορίοις. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου διαιρουμένων δίχα τῶν πλευρῶν αὐτοῦ καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων τῶν $\overline{η}$ γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

γ΄. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον (sc. τὸ δεύτερον) περιέχεται ὑπὸ μὲν τετραγώνων $\overline{ϛ}$, ὑπὸ δὲ ἑξαγώνων $\overline{η}$, ἔχει δὲ πλευρὰς $\overline{λϛ}$, γωνίας δὲ στερεὰς $\overline{κδ}$, ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ $\overline{γ}$ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικαί, μία δὲ τετραγωνική. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ ὀκταέδρου τεμνομένης τρίχα ἑκάστης τῶν αὐτοῦ πλευρῶν καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν $\overline{ϛ}$ γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

δ΄. τὸ δὲ τρίτον (sc. τῶν τετρακαιδεκαέδρων), ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις $\overline{η}$ καὶ ὀκταγώνοις $\overline{ϛ}$, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας $\overline{κδ}$· ἑκάστη δὲ περιέχεται

ὑπὸ γ̄ γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο ὀκταγωνικαί, μία δὲ τριγωνική· πλευρὰς δὲ ἔχει λϛ̄.[1]) *τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου τεμνομένης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς οὕτως, ὥστε γίνεσθαι τρία τμήματα, ὧν τὸ μέσον ἑκατέρου τῶν ἄκρων διπλάσιόν ἐστιν δυνάμει.*

ε'. *ἐκκαιεικοσάεδρον* (sc. *τὸ πρῶτον*) *γεννᾶται ἐκ τοῦ τεσσαρεσκαιδεκαέδρου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ η̄ τριγώνων καὶ ϛ̄ τετραγώνων τεμνομένης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς δίχα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐκβαλλομένων ἐπιπέδων καὶ . . . . .*

Origenem huius fragmenti Archimedeam agnouit Hultschius III p. 1241.

Hinc satis adparet, Heronem Definit. 104 p. 66, 1 male 3 narrare:

Ἀρχιμήδης δὲ τριακαίδεκα ὅλα (scr. *ὅλως*) *φησὶν εὑρίσκεσθαι σχήματα δυνάμενα ἐγγραφῆναι τῇ σφαίρᾳ προστιθεὶς ὀκτὼ μετὰ τὰ εἰρημένα πέντε.*

non octo, sed tredecim noua polyedra Platonicis quinque adiecit Archimedes, quae omnia, ut illa quinque, in sphaeram inscribi possunt.

Sequitur apud Heronem l. c. p. 66, 4:

ὧν εἰδέναι καὶ Πλάτωνα τὸ τεσσαρεσκαιδεκάεδρον, εἶναί τε τοῦτο διπλοῦν, τὸ μὲν ἐξ ὀκτὼ τριγώνων καὶ τετραγώνων ἓξ σύνθετον, ἐκ γῆς καὶ ἀέρος, ὅπερ καὶ τῶν ἀρχαίων τινὲς ᾔδεσαν, τὸ δὲ ἕτερον πάλιν ἐκ τετραγώνων μὲν ὀκτώ, τριγώνων δὲ ϛ̄, ὃ καὶ χαλεπώτερον εἶναι δοκεῖ.

quorum uerborum nonnulla ad ipsum Archimedem referri, ipsa forma dicendi demonstrat; sed quod de altero polyedro XIV planorum dicitur, falsum est; u. supra p. 538.

1) His uerbis scholiastes expleuerat lacunam p. 538 not. 1.

De mensura circuli.

4 Diophanes 20[a] (Diophantus ed. Tannery II p. 22, 16).

Ἀπέδειξεν Ἀρχιμήδης, ὅτι τὰ $\bar{\lambda}$ τρίγωνα ἰσόπλευρα ἴσα ἐστὶν $\overline{\iota\gamma}$ τετραγώνοις.

H. e. $\sqrt{3} = 26:15$.

5 Hero, Metric. I, 37 p. 86, 22.

Δέδεικται δὲ Ἀρχιμήδει ἐν τῇ τοῦ Κύκλου μετρήσει, ὅτι πᾶς τομεὺς ἥμισύς ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ τομέως περιφερείας καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, οὗ ἔστιν ὁ τομεύς.

Fragmentis 4 et 5, nisi illud ad opus infra fr. 6 citatum pertinet, confirmatur sententia Pauli Tannery (Mém. de la Soc. d. Sciences de Bordeaux², 1882, IV p. 313 sq.), libellum de dimensione circuli, qualem nunc eum habeamus, excerptum tantum esse ex genuino opere Archimedis.

Περὶ πλινθίδων καὶ κυλίνδρων.

6 Hero, Metric. I, 26 p. 66, 13.

Ὁ δὲ αὐτὸς Ἀρχιμήδης δείκνυσιν ἐν τῷ Περὶ πλινθίδων καὶ κυλίνδρων, ὅτι παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει $\overset{\kappa\alpha}{M}$ *͵$\overline{\alpha\omega o\varepsilon}$ πρὸς* $\overset{\varsigma}{M}$ *͵$\overline{\zeta\upsilon\mu\alpha}$, ἐλάσσονα δέ, ἢ ὃν ἔχει* $\overset{\iota\vartheta}{M}$ *͵$\overline{\zeta\omega\pi\eta}$ πρὸς* $\overset{\varsigma}{M}$ *͵$\overline{\beta\tau\nu\alpha}$.*

Numeros corruptos esse, adparet; nam et $\frac{211875}{67441}$ siue 3,14164 et $\frac{197888}{62351}$ siue 3,1737 maius est quam π siue 3,14159. hoc corrigemus, si pro ͵$\overline{\zeta\upsilon\mu\alpha}$ scripserimus ͵$\overline{\zeta\upsilon\mu\delta}$; nam $\frac{211875}{67444}$ = 3,14149. sed altera fractio nimis distat a π; quare cum T. N. Thiele astronomo, olim collega, pro ͵$\overline{\zeta\omega\pi\eta}$ scripserim ͵$\overline{\varepsilon\omega\pi\eta}$; nam $\frac{195888}{62351}$ = 3,1417. Paulus Tannery (Journal des Savants 1903 p. 205) pro ͵$\overline{\alpha\omega o\varepsilon}$ proposuit ͵$\overline{\alpha\omega o\beta}$, pro ͵$\overline{\zeta\omega\pi\eta}$ uero ͵$\overline{\varepsilon\omega\pi\beta}$.

De superficiebus et corporibus irregularibus.

Hero, Metric. I, 39 p. 90, 5. 7

Ἀναγκαῖον δέ, ὡς οἶμαι, πρὸς (scr. *καὶ*) *τὰς ἀτάκτους εἰπεῖν ἐπιφανείας, ὡς δέον αὐτὰς μετρεῖσθαι. εἰ μὲν οὖν ἐπιφάνεια ἐπίπεδός ἐστιν, ἡ δὲ περιέχουσα αὐτὴν γραμμὴ ἄτακτος ὑπάρχει, δεήσει ἐπ' αὐτῆς τῆς γραμμῆς λαβεῖν τινα συνεχῆ σημεῖα, ὥστε τὰς ἐπιζευγνυούσας αὐτὰ κατὰ τὸ ἑξῆς εὐθείας γραμμὰς μὴ κατὰ πολὺ ἀπᾴδειν τῆς περιεχούσης τὸ σχῆμα γραμμῆς, καὶ οὕτως ὡς πολύγωνον μετρεῖν εἰς τρίγωνα καταδιαιροῦντα. εἰ δὲ οὐκ ἔστιν ἐπίπεδος ἡ ἐπιφάνεια, ἀλλ' ὥσπερ ἀνδριάντος ἢ ἄλλου τινὸς τοιούτου, δεῖ λαβόντα χάρτην ὅτι λεπτότατον ἢ σινδόνα περιτείνειν κατὰ μέρος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ, ἄχρι ἂν περιειληφθῇ, εἶτα ἐκτείναντα τὸν χάρτην ἢ τὴν σινδόνα εἰς ἐπίπεδον μετρεῖν περιεχομένην ὑπὸ ἀτάκτου γραμμῆς, ὡς προείρηται, καὶ ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας. εἰ δέ τινές εἰσιν ἕτεραι ἐπιφάνειαι ἢ σχήματα ἐπιφανειῶν, μετρηθήσεται ἐκ τῶν προειρημένων.*

Id. II, 1 p. 92, 3.

Μετὰ τὴν τῶν ἐπιφανειῶν μέτρησιν εὐθυγράμμων τε καὶ μὴ κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἐπὶ τὰ στερεὰ σώματα χωρητέον, ὧν καὶ τὰς ἐπιφανείας ἐν τῷ πρὸ τούτου βιβλίῳ ἐμετρήσαμεν ἐπιπέδους τε καὶ σφαιρικὰς ἔτι τε κωνικὰς καὶ κυλινδρικάς, πρὸς δὲ τούτοις ἀτάκτους, ὧν τὰς ἐπινοίας ὥσπερ παραδόξους οὔσας τινὲς εἰς Ἀρχιμήδην ἀναφέρουσιν κατὰ διαδοχὴν ἱστοροῦντες.[1] *εἴτε δὲ Ἀρχιμήδους εἴτε ἄλλου τινός, ἀναγκαῖον καὶ ταύτας προσυπογράψαι.*

---

1) H. e. traditionem secuti.

8 Hero, Metric. II, 20 p. 138, 6.

Τῶν δὴ ἐν τάξει στερεῶν σωμάτων μετρηθέντων εὔλογον ὑπολαμβάνομεν καὶ τὰ ἄτακτα, οἷον ῥιζώδη ἢ πετρώδη, παριστορῆσαι τῇ μετρήσει, ὡς ἔνιοι ἱστοροῦσι τὸν Ἀρχιμήδη ἐπινενοηκέναι πρὸς τὰ τοιαῦτα μέθοδον. εἰ μὲν γὰρ εὐμετάφορον εἴη τὸ μέλλον μετρεῖσθαι, δεήσει δεξαμενὴν πάντῃ ὀρθογωνίαν ποιήσαντα δυναμένην δέξασθαι, ὃ βουλόμεθα μετρηθῆναι, πληρῶσαι ὕδατος καὶ ἐμβαλεῖν τὸ ἄτακτον σῶμα· δῆλον δὴ οὖν, ὅτι ὑπερχυθήσεται τὸ ὕδωρ, καὶ τοσοῦτόν γε, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ ἐμβληθέντος σώματος εἰς τὸ ὕδωρ ὄγκος, ἐξαρθέντος τοῦ σώματος πάλιν ἐκ τῆς δεξαμενῆς ἐλλιπὲς ἔσται. μετρήσαντες οὖν τὸν ἐκκεκενωμένον τόπον ἀποφανούμεθα τοσούτου εἶναι τὸ στερεὸν τοῦ ἐμβληθέντος σώματος. ἢ καὶ ἄλλως δυνατόν ἐστι τὸ αὐτὸ μετρῆσαι· ἐὰν γὰρ προσπλασθῇ τὸ ἄτακτον σῶμα κηρῷ ἢ πηλῷ, ὥστε γενέσθαι ἀποκρυβὲν πάντῃ ὀρθογώνιον, καὶ τοῦτο μετρήσαντες ἀφέλωμεν τὸν πηλὸν καὶ ὀρθογώνιον πλάσαντες ἐκμετρήσωμεν καὶ ἀφέλωμεν ἀπὸ τοῦ πρότερον μετρηθέντος, τὸ καταλειπόμενον ἀποφανούμεθα τὸ τοῦ σώματος στερεόν. τῇ δὲ τοῦ περιπλάσματος μεθόδῳ χρῆσθαι δεῖ ἐπὶ τῶν μὴ δυναμένων μετατίθεσθαι σωμάτων.

Ex ipsis uerbis Heronis adparet, fragmenta 7 et 8 non ex aliquo opere Archimedis desumpta esse, sed methodos ibi expositas traditione tantum historica, fortasse Eudemi uel Posidonii, ad eum relatas esse.

Appendix libri II de sphaera et cylindro.

9 De sphaera et cyl. II, 4 p. 192, 5.

ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται.

Hanc demonstrationem, quae iam saeculo fere II a. Chr. in editionibus uulgaribus suo loco non legebatur (u. I p. 193 not.), Eutocius, sine dubio in bibliotheca Alexandrina, inuenerat et in commentario ad librum De sphaera et cylindro II, 4 suis uerbis proposuit; cfr. ZMP. XXV p. 51 not.

Πρὸς Ζεύξιππον.

Arenar. I, 3 p. 216, 17. 10

τῶν ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐκδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις.

summam huius libri habemus Arenar. III, 2—4; cfr. III, 1 p. 236, 17:

χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιτετευχότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον.

Mechanica.[1]

Hero, Mechan. I, 24 p. 62, 22. 11

Daß man von Schwerkraft und Neigung in Wahrheit nur bei Körpern redet, wird niemand abweisen. Wenn wir aber bei geometrischen Figuren, körperlichen und ebenen, sagen,

---

1) Cfr. Pappus VIII, 3 p. 1026, 5: *Πάντων δὲ τούτων* (sc. artis mechanicae partium) *τὴν αἰτίαν καὶ τὸν λόγον ἐπεγνωκέναι φασίν τινες τὸν Συρακόσιον Ἀρχιμήδη· μόνος γὰρ οὗτος ἐν τῷ καθ' ἡμᾶς βίῳ ποικίλῃ πρὸς πάντα κέχρηται τῇ φύσει καὶ τῇ ἐπινοίᾳ, καθὼς καὶ Γεμῖνος ὁ μαθηματικὸς ἐν τῷ περὶ τῆς τῶν μαθημάτων τάξεώς φησιν.* quot uero opera de aequilibrio scripserit Archimedes, incertum est, maxime propter obscuritatem titulorum Arabice tantum traditorum; sed uidentur tria minimum fuisse praeter librum II de planorum aequilibriis, quem seorsum editum fuisse credo. eiusdem operis librum I excerptum esse suspicor ex eo opere, quod Archimedes ipse *Μηχανικά* uel *Στοιχεῖα τῶν μηχανικῶν* uocat. eo referenda fortasse De mechan. propp. method. lemm. 1, 3, 4, 7.

daß der Neigungs- und der Schwerpunkt ein gewisser Punkt sei, so hat das Archimedes zur Genüge erläutert. Man muß es also verstehen auf Grund dessen, was wir jetzt darüber auseinandersetzen. Posidonius, ein Stoiker, hat den Schwer- und Neigungspunkt in einer natürlichen Definition bestimmt und gesagt: der Schwer- oder Neigungspunkt ist ein solcher Punkt, daß, wenn die Last in demselben aufgehängt wird, sie in zwei gleiche Teile geteilt wird. Deshalb haben Archimedes und seine Anhänger[1]) in der Mechanik diesen Satz spezialisiert und einen Unterschied gemacht zwischen dem Aufhängepunkt und dem Schwerpunkt. Was nun den Aufhängepunkt betrifft, so ist es ein solcher Punkt auf dem Körper oder Nichtkörper, daß, wenn der aufzuhängende Gegenstand daran aufgehängt wird, seine Teile sich im Gleichgewicht befinden, damit meine ich, daß er nicht schwankt und sich nicht neigt. Denn Gleichgewicht tritt ein, wenn ein Gegenstand dem andern an Gewicht gleich ist,[2]) wie es bei den Wagen der Fall ist, wenn sie parallel der Ebene des Horizontes oder einer derselben parallelen Ebene schwanken.[3]) So sagt Archimedes: Lasten neigen sich nicht auf[4]) einer Linie und auf einem Punkte. Auf einer Linie wird, wenn die Last auf zwei Punkten jener Linie ruht, so daß die Linie sich nicht neigt, und die durch jene Linie senkrecht zum Horizont gelegte Ebene, wie immer auch die Linie bewegt werden mag, senkrecht bleibt, die Last sich durchaus nicht neigen. Wenn wir sagen: die Last neigt sich, so meinen wir damit nur ihr Sichsenken nach unten, d. h. ihre Bewegung nach der Erde zu. Was aber das Gleichgewicht auf einem Punkte betrifft, so tritt es ein, wenn die Last im demselben aufgehängt ist, und die Teile des Körpers bei jeder Bewegung,

---

1) H. e. *οἱ περὶ Ἀρχιμήδην* siue Archimedes ipse.
2) Cfr. Archimedes De plan. aequil. I post. 1.
3) H. e. *ἐκκρέμαται* uel *ἐκτέταται*.
4) H. e. *ἰσορροποῦσι κατά.* sententia est: hoc est, quod Archimedes *ἰσορροπεῖν κτλ.* uocat.

die er macht, gleichmäßig zu einander liegen. Eine Last hält einer anderen das Gleichgewicht, wenn sie an zwei Punkten einer in zwei Hälften geteilten Linie und in dem Teilungpunkt dieser Linie aufgehängt sind, und diese Linie dem Horizont parallel ist, nachdem die Beträge der Lasten zu einander im Verhältnis stehen wie die Beträge ihrer verwechselten Abstände von ihren Aufhängepunkten. Daß in dieser Weise aufgehängte Lasten einander das Gleichgewicht in der Neigung halten, hat Archimedes in seinen Schriften über das Gleichgewicht an Figuren, bei denen Hebel zur Anwendung kommen,[1]) bewiesen.

Cfr. Pappus VIII, 5 p. 1030, 11:

λέγομεν δὲ κέντρον βάρους ἑκάστου σώματος εἶναι σημεῖόν τι κείμενον ἐντός, ἀφ' οὗ κατ' ἐπίνοιαν ἀρτηθὲν τὸ βάρος ἠρεμεῖ φερόμενον[2]) *καὶ φυλάσσει τὴν ἐξ ἀρχῆς θέσιν οὐ μὴ περιτρεπόμενον ἐν τῇ φορᾷ.*[2]) *τοῦτο δὲ τὸ σημεῖον οὐ μόνον ἐν τοῖς τεταγμένοις ἀλλὰ κἀν τοῖς ἀτάκτως ἐσχηματισμένοις εὑρίσκεται σώμασιν ὑπάρχον ἐφόδῳ τινὶ θεωρούμενον τοιαύτῃ*, qua exposita addit VIII, 8 p. 1034, 1: *τὸ μὲν οὖν μάλιστα συνέχον τὴν κεντροβαρικὴν πραγματείαν τοῦτ' ἂν εἴη, μάθοις δ' ἂν τὰ μὲν στοιχειώδη ὄντα διὰ ταύτης δεικνύμενα τοῖς Ἀρχιμήδους περὶ ἰσορροπιῶν ἐντυχών.*[3])

Simplicius in Aristot. de caelo p. 543, 24:

τὰ μὲν οὖν κεντροβαρικά, οἷα πολλὰ καὶ χαριέστατα

---

1) De plan. aequil. I, 6—7. cfr. de eadem propositione Hero, Mechan. I, 32 p. 86, 37: Das hat Archimedes in seinen Schriften, die den Titel führen „Schriften über die Hebel", bewiesen; ibid. II, 7 p. 114, 5: Dies hat Archimedes in seiner Schrift über das Ausgleichen der Neigung (*περὶ ἰσορροπιῶν*?) bewiesen.

2) H. e. sublatum, suspensum.

3) De centro grauitatis ab Archimede definito Giov. Vailati, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino XXXII (9/V 1897) = Scritti (Firenze 1911) p. 79.

ὅ τε Ἀρχιμήδης καὶ ἄλλοι γεγράφασι πολλοί, σκοπὸν ἔχει, πῶς τοῦ δοθέντος βάρους τὸ κέντρον εὑρεθείη, τουτέστι σημεῖόν τι ἐπὶ τοῦ σώματος, ἀφ' οὗ σπάρτου τινὸς ἐξαφθείσης μετεωριζόμενον ἀκλινὲς ἔσται τὸ σῶμα.

12 Archimedes, Quadr. parab. 6 p. 274, 12.

ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων, ἐξ οὗ σαμείου κα κατασταθῇ, μένει, ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου· δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο.

13 Archimedes, *Περὶ ὀχουμένων* II, 2 p. 350, 13.

δέδεικται γὰρ ἐν ταῖς Ἰσορροπίαις, ὅτι παντὸς ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος διῃρημένου οὕτως, ὥστε τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ ἄξονος τμᾶμα διπλάσιον εἶμεν τοῦ λοιποῦ.

Cfr. De mechan. propp. method. 5.

Eodem referenda esse uidentur De mechan. propp. method. lemm. 8, 9, 10 de centris grauitatum cylindri, prismatis, coni.

14 Pappus VIII, 24 p. 1068, 19.

ἀπεδείχθη γὰρ ἐν τῷ Περὶ ζυγῶν Ἀρχιμήδους καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἥρωνος Μηχανικοῖς, ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι κατακρατοῦσιν τῶν ἐλασσόνων κύκλων, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἡ κύλισις αὐτῶν γίνηται.[1]

15 Pappus VIII, 19 p. 1060, 2.

τῆς αὐτῆς δέ ἐστιν θεωρίας τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει κινῆσαι· τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδους μὲν εὕρημα λέγεται μηχανικόν, ἐφ' ᾧ λέγεται εἰρηκέναι· δός μοι, φησί, ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν.[2]

---

1) Cfr. Hero, Mechan. II, 7.
2) Cfr. Quaest. Archim. p. 10 not. 6.

Hero, Mechan. I, 25 p. 70, 4. 16

Es ist nun dringend notwendig, einige Erklärungen über den Druck, den Transport und das Tragen mit Rücksicht auf die Quantität zu geben, wie sie sich zu einer Einleitung eignen. Denn Archimedes hat bereits über diesen Teil ein sicheres Verfahren in seinem Buche, das den Titel „Buch der Stützen“ führt, eingeschlagen. Wir wollen davon das übergehen, was wir für andre Dinge nötig haben, und jetzt davon das, was sich auf den Betrag der Quantität bezieht, benützen, wie es sich für die Studierenden eignet. Der allgemeine Gesichtspunkt hierbei ist dieser: wenn man beliebig viele Säulen hat, und auf diesen Querbalken oder eine Mauer liegen, und zwar in gleicher oder verschiedener Lage auf den beiden äußersten derselben, so daß sie über eine derselben oder beide zugleich hinausragen, und wenn die Entfernung zwischen den Säulen gleich oder verschieden ist, so wollen wir erfahren, wie viel von der Last jede der Säulen trifft.[1])

Κατοπτρικά.

Theo in Ptolemaei Synt. I p. 10 ed. Basil. 17

καὶ τῶν ἀπ' αὐτῆς (sc. *τῆς ὄψεως*) *ἐπὶ τὸν ἀέρα προσπιπτουσῶν ἀκτίνων κλάσιν ὑπομενουσῶν καὶ μείζονα ποιουσῶν τὴν πρὸς τῇ ὄψει γωνίαν, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς Περὶ κατοπτρικῶν ἀποδεικνύων φησίν, ὅτι* [*καθάπερ*][2]) *καὶ τὰ εἰς ὕδωρ ἐμβαλλόμενα μείζονα φαίνεται, καὶ ὅσῳ κάτω χωρεῖ, μείζονα.* et paullo infra: *καὶ κεκλάσθωσαν ἐπὶ τὰ Α, Β, ὡς* <*αἱ*> *ΕΘΑ, ΕΚΒ, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς Περὶ κατοπτρικῶν, ὡς ἔφαμεν.*

---

1) Sicut certum est, ex iis, quae apud Heronem de hac re sequuntur (capp. 26—28, 30—31), potiora Archimedi deberi, ita difficile est haec ab Heronianis secernere.

2) Uidetur delendum.

18 Olympiodorus in Aristotelis Meteorolog. p. 211, 18 ed. Busse (II p. 94 ed. Ideler).

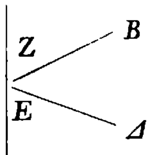
ἄλλως τε καὶ Ἀρχιμήδης αὐτὸ τοῦτο δείκνυσιν, ὅτι κλᾶται ἡ ὄψις, ἐκ τοῦ δακτυλίου τοῦ ἐν ἀγγείῳ βαλλομένου.

Cfr. Pseudo-Euclides, Catoptr. post. 6 p. 286, 17:

ἐὰν εἰς ἀγγεῖον ἐμβληθῇ τι καὶ λάβῃ ἀπόστημα ὡς μηκέτι ὁρᾶσθαι, τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος ὄντος ἐὰν ὕδωρ ἐγχυθῇ, ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν.

19 Scholl. in Pseudo-Euclidis Catoptr. nr. 7 p. 348, 17.

ὁ δὲ Ἀρχιμήδης οὕτω λέγει· ὅτι ἡ Z γωνία τῇ E ἢ ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάττων ἢ μείζων. ἔστω πρότερον[1] *μείζων ἡ Z τῆς E· ἐλάττων ἄρα ἡ E. ὑποκείσθω οὖν πάλιν ὄμμα τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πάλιν ἀνακεκλάσθω ἐπὶ τὸ ὁρώμενον τὸ B· ἔσται ἄρα ἡ E γωνία μείζων τῆς Z. ἦν δὲ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἄτοπον.*[2]



20 Apuleius, Apologia 16.

quibus (sc. philosophis) praeter ista, quae dixi, etiam illa ratiocinatio necessaria est, cur in planis quidem speculis ferme pares obtutus et imagines uideantur, in tumidis uero et globosis omnia defectiora, at contra in cauis auctiora; ubi et cur laeua cum dexteris permutentur; quando se imago eodem speculo tum recondat penitus, tum foras exserat; cur caua specula, si exaduersum soli retineantur, appositum fomitem accendant;[3] qui fiat, ut arcus in nubibus uarie, duo soles aemula similitudine uisantur, alia

---

1) Scilicet si prius *B* oculum, *Δ* rem uisam supponimus.

2) Et eodem modo ratiocinandum, si supponimus $Z < E$. ergo $Z = E$.

3) Hinc Tzetzes, Chil. XII, 973, inter scripta Archimedis refert *κατόπτρων τὰς ἐξάψεις*. cfr. Pseudo-Euclidis Catoptr. 30.

praeterea eiusdem modi plurima, quae tractat uolumine ingenti Archimedes Syracusanus.

Pseudo-Psellus, Synops. mathem. p. 73 ed. Xylandri.[1]) 21

δυνατὸν μέντοι καὶ ἄλλως ἀπορίᾳ διόπτρας τῇ μεθόδῳ χρήσασθαι, καθὰ δήπου καὶ Ἀρχιμήδης, ὅς ποτέ τινων ἐρομένων περὶ τῆς ὑπ' ὄψιν πυραμίδος, ὁπόση ἂν εἴη τὸ μέγεθος, τὴν ῥάβδον ἑτοίμως ὄρθιον πρὸς τὴν ἐξ ἡλίου τῆς πυραμίδος καταπήξας σκιάν, ὡς τὰς ἀμφοῖν τῆς τε ῥάβδου καὶ τῆς πυραμίδος ἐξ ἴσου συναποπερατοῦσθαι σκιάς, καὶ δύο ἐντεῦθεν ἀποτελέσας ἰσογώνια τρίγωνα αὐτόθεν ἐπήγαγεν· ὃν λόγον ἡ ἐν ἐπιπέδῳ κειμένη σκιὰ τῆς ῥάβδου πρὸς αὐτὴν ἔχει τὴν ῥάβδον, τὸν αὐτὸν καὶ ἡ ἐν ἐπιπέδῳ τῆς πυραμίδος σκιὰ πρὸς αὐτὴν ἔχει τὴν πυραμίδα· καὶ λοιπὸν τῇ διαμετρήσει τῆς σκιᾶς τῆς πυραμίδος τὸ τῆς πυραμίδος ὕψος τοῖς ἐρωτήσασι δῆλον κατέστησεν.

Cfr. Euclidis Opt. 18 et 19—21.

Περὶ σφαιροποιίας.

Carpus apud Pappum VIII, 3 p. 1026, 9. 22

Κάρπος δέ πού φησιν ὁ Ἀντιοχεὺς Ἀρχιμήδη τὸν Συρακόσιον ἓν μόνον βιβλίον συντεταχέναι μηχανικὸν τὸ κατὰ τὴν σφαιροποιίαν,[2]) *τῶν δὲ ἄλλων οὐδὲν ἠξιωκέναι συντάξαι.*

Cfr. Proclus in Eucl. p. 41, 16:

---

1) Hunc locum dedi e codd. Palat. 281 et Mutin. 90.

2) Cfr. Pappus VIII, 2 p. 1026, 2: *μηχανικοὺς δὲ καλοῦσιν καὶ τοὺς τὰς σφαιροποιίας ποιεῖν ἐπισταμένους, ὑφ' ὧν εἰκὼν τοῦ οὐρανοῦ κατασκευάζεται δι' ὁμαλῆς καὶ ἐγκυκλίου κινήσεως ὕδατος.* hinc Hultschius (ZMP. 1877 p. 106 sq.) conclusit, sphaeram Archimedis aqua motam fuisse; sed uereor, ne *ὕδατος* aut corruptum sit aut ex p. 1024, 28—29 irrepserit.

ἡ σφαιροποιία κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν, οἵαν καὶ Ἀρχιμήδης ἐπραγματεύσατο.

Huc refero Macrobii locum in Somn. Scipion. II, 3: Et Archimedes quidem stadiorum numerum deprehendisse se credidit, quibus a terrae superficie luna distaret et a luna Mercurius, a Mercurio Venus, sol a Venere, Mars a sole, a Marte Iupiter, Saturnus a Ioue; sed et a Saturni orbe usque ad ipsum stelliferum caelum omne spatium se ratione emensum putauit. quae tamen Archimedis dimensio a Platonicis repudiata est quasi dupla et tripla interualla non seruans.

Hinc, opinor, Plinius inter auctores libri II Naturalis historiae Archimedem rettulit; cfr. Nat. hist. II, 8 et 15—16.

Cfr. Hippolytus, Refutat. omn. haeres. ed. Duncker, p. 66, 52:

καὶ ἀπόστημα δὲ ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἐπὶ τὸν σεληνιακὸν κύκλον ὁ μὲν Σάμιος Ἀρίσταρχος ἀναγράφει σταδίων .... ὁ δὲ Ἀρχιμήδης μυριάδ. φνδ καὶ μονάδ. ͵δρλ,[1] *ἀπὸ δὲ τοῦ σεληνιακοῦ ἐπὶ τὸν τοῦ ἡλίου κύκλον σταδίων μυριάδ. ͵εκϛ*[2] *καὶ μονάδ. ͵βξε, ἀπὸ τοῦδε ἐπὶ τὸν τῆς Ἀφροδίτης κύκλον σταδίων μυριάδ. ͵βκζ καὶ μονάδας ͵βξε, ἀπὸ τοῦδε ἐπὶ τὸν τοῦ Ἑρμοῦ κύκλον σταδίων μυριάδ. ͵επα μονάδ. ͵ζρξε, ἀπὸ τούτου δὲ ἐπὶ τὸν τοῦ Πυρόεντος κύκλον σταδίων μυριάδ. ͵δνδ μονάδ. ͵αρη, ἀπὸ τούτου δὲ ἐπὶ τὸν τοῦ Διὸς κύκλον σταδίων μυριάδ. ͵βκζ μονάδας ͵εξε, ἀπὸ*

1) Cfr. p. 68, 98: *περὶ ἧς μόνης καὶ πιστεῦσαι τις ἂν Ἀρχιμήδη ἀποστάσεως, τουτέστι τῆς σεληνιακῆς ἀπὸ γῆς ... εἰ δὴ κατὰ τὸν Ἀρχιμήδην ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἡ σελήνη ἀφέστηκε σταδίων μυριάδ. φνδ σταδίους ͵δρλ ...*, p. 70, 33: *εἰ δὴ πιστὸν τὸν Ἀρχιμήδην ἡγησάμεθα ἐν μόνῳ τῷ πρώτῳ ἀποστήματι τῷ ἀπὸ σελήνης μέχρι γῆς ..... ἔστω δὴ κατὰ τὸν Ἀρχιμήδην τὸ ἀπὸ γῆς μέχρι σελήνης ἀπόστημα σταδίων μυριάδ. φνδ μονάδων ͵δρλ.*

2) *͵εκζ* p. 70, 16, ubi numeri sequentes usque ad *͵βξε* repetuntur, nisi quod *͵επα* et *͵ζρξε* exciderunt.

τούτου δὲ ἐπὶ τὸν τοῦ Κρόνου κύκλον σταδίων μυριάδ. ͵δλζ μονάδ. ͵βξε, ἀπὸ τούτου δὲ ἐπὶ τὸν ζῳδιακὸν καὶ τὴν ἐσχάτην περιφέρειαν σταδίων μυριάδ. ͵βη μονάδ. ͵με (fort. ͵βε cum Dunckero). τὰ μὲν ἀπ' ἀλλήλων διαστήματα τῶν κύκλων καὶ τῶν σφαιρῶν βάθη τε ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀποδίδοται· τοῦ δὲ ζῳδιακοῦ τὴν περίμετρον λαμβάνει σταδίων δευτέρων ἀριθμῶν δ καὶ μυριάδ. ͵δψλα· ὥστε συμβαίνειν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς εὐθεῖαν ἄχρι τῆς ἐπιφανείας τῆς ἐσχάτης τὸ ἕκτον εἶναι τοῦ λεχθέντος ἀριθμοῦ,[1]) τὴν δὲ ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἐφ' ἧς βεβήκαμεν, ἄχρι τοῦ ζῳδιακοῦ ⟨τοῦ⟩ ἄρτι ῥηθέντος ἕκτον (scrib. ἕκτου) τοῦ ἀριθμοῦ λεῖπον (scrib. λείπειν) τέτρασι μυριάσι σταδίων, ὅ ⟨ἐστιν⟩ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς μέχρι τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς. ἀπὸ τοῦ Κρόνου δὲ κύκλου ἐπὶ τὴν γῆν φησι τὸ διάστημα σταδίων δευτέρων ἀριθμῶν εἶναι μονάδ. δύο καὶ μυριάδ. ͵βσξθ καὶ μονάδ. ͵βψια, ἀπὸ τοῦ δὲ τοῦ Διὸς κύκλου ἐπὶ γῆν σταδίων δευτέρων ἀριθμῶν μονάδ. β καὶ μυριάδ. σοζ καὶ μονάδας χμϛ, ἀπὸ δὲ τοῦ Πυρόεντος κύκλου ἐπὶ γῆν δευτέρων ἀριθμῶν μονάδ. μίαν καὶ μυριάδ. ͵γσμα καὶ μονάδ. ͵ηφπα, ἀφ' ἡλίου ⟨δὲ⟩ ἐπὶ γῆν δευτέρων ἀριθμῶν μονάδ. μίαν καὶ μυριάδ. ͵βρξ καὶ μονάδας ͵δυνδ, ἀπὸ δὲ τοῦ Στίλβοντος ἐπὶ τὴν γῆν μυριάδ. ͵εσξη μονάδας ͵ησνθ, ἀπὸ δὲ Ἀφροδίτης ἐπὶ γῆν μυριάδ. ͵επα μονάδ. ͵ερξ.[2]) ... τὰ μὲν οὖν ἀποστήματα καὶ βάθη τῶν σφαιρῶν οὕτως Ἀρχιμήδης ἀποδίδωσιν ..... οἱ δ' ἐκτεθέντες ὑπὸ Ἀρχιμήδους ἀριθμοὶ καὶ ὑπὸ τῶν ἄλλων περὶ τῶν

1) Sumitur igitur $\pi = 3$.
2) De his omnibus numeris dubiis u. Paulus Tannery, Mémoires scientifiques (Paris 1912) I p. 393.

ἀποστημάτων λεγόμενοι λόγοι, εἰ μὴ ἐν συμφώνοις εἶεν λόγοις, τουτέστι τοῖς ὑπὸ Πλάτωνος εἰρημένοις διπλασίοις καὶ τριπλασίοις, ἔξω δὲ συμφωνιῶν εὑρισκόμενοι, οὐκ ἂν σώζοιεν τὸ καθ' ἁρμονίαν κατεσκευάσθαι τὸ πᾶν ..... ὅτι δὲ οἱ λοιποὶ[1]*) ἀριθμοὶ οἱ ὑπ' Ἀρχιμήδους περὶ τῆς ἀποστάσεως τῶν πλανωμένων λεγόμενοι οὐκ ἐν συμφώνοις λόγοις, ῥᾴδιον γνῶναι, πῶς ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους καὶ ἐν τίσι λόγοις εἰσί, κατανοήσαντες.*

De anni magnitudine.

23 Hipparchus apud Ptolemaeum, Synt. III, 1 p. 194, 23. *ἐκ μὲν οὖν τούτων τῶν τηρήσεων δῆλον, ὅτι μικραὶ παντάπασιν γεγόνασιν αἱ τῶν ἐνιαυτῶν διαφοραί· ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν τροπῶν οὐκ ἀφελπίζω καὶ ἡμᾶς καὶ τὸν Ἀρχιμήδη καὶ ἐν τῇ τηρήσει καὶ ἐν τῷ συλλογισμῷ διαμαρτάνειν καὶ ἕως τετάρτου μέρους ἡμέρας.*

Cfr. Ammianus Marcellinus XXVI, 1, 8: spatium anni uertentis id esse periti mundani motus et siderum definiunt ueteres, inter quos Meton et Euctemon et Hipparchus et Archimedes excellunt, cum sol perenni rerum sublimium lege polo percurso signifero, quem Zodiacum sermo Graecus adpellat, trecentis et sexaginta quinque diebus emensis et noctibus ad eundem redierit cardinem.

---

1) Sc. praeter numeros Lunae.

REPRINT 2011



www.degruyter.com
ISBN 978-3-11-107918-9